MÉMOIRES

DE LA CLASSE

DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES

DE L'INSTITUT DE FRANCE.

ANNÉE 1808.

MÉMOIRES

DE LA CLASSE
DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
ET PHYSIQUES
DE L'INSTITUT DE FRANCE.

ANNÉE 1808.

MÉMOIRES

DE LA CLASSE
DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
ET PHYSIQUES
DE L'INSTITUT DE FRANCE.

9

ANNÉE 1808.



PARIS.

BAUDOUIN, IMPRIMEUR DE L'INSTITUT.

GARNERY, rue de Seine, n° 6, ancien hôtel Mirabeau.

M. DCCC. IX.

TABLE

DES

ARTICLES CONTENUS DANS CE VOLUME.

HISTOIRE.

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE PREMIER SEMESTRE.

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE SECOND SEMESTRE.

HISTOIRE

DE LA CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES DE L'INSTITUT NATIONAL DE FRANCE.

ANALYSE

Des travaux de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut, pendant l'année 1808.

PARTIE MATHÉMATIQUE,

Par M. Delambre, secrétaire perpétuel.

L'histoire de la classe des sciences mathématiques offre cette année une circonstance singulièrement remarquable : un des points les plus difficiles et les plus importans du système du monde traité avec le même succès, quoique par des méthodes très-différentes, par deux géomètres du premier ordre, qui arrivent ainsi par des

chemins divers à la même conclusion, et ce qui n'est pas moins digne d'attention, l'idée de ce travail leur est venue à tous deux à l'occasion d'un mémoire non moins intéressant lu à la classe par un jeune géomètre, leur digne élève, qui, dès ses premiers pas dans la carrière, s'est placé au rang des maîtres les plus distingués.

Ces secours mutuels que se prêtent les savans, ces recherches heureuses qui en font naître d'autres non moins heureuses et souvent plus faciles, sont un des avantages particuliers aux sciences exactes, et que n'ont point les lettres qui, pour dédommagement, ont tant d'autres avantages. En littérature, une belle idée dont s'empare le génie, est une espèce de larcin qu'il fait au génie qui doit le remplacer; au lieu que dans les sciences une vérité nouvelle, un beau théorème, est comme un fanal qui porte au loin la lumière et rend praticables des routes où l'on auroit craint de s'engager.

Pour donner une idée des trois mémoires qui nous occupent, il est nécessaire de remonter plus haut dans l'histoire de la science.

Les astronomes avoient remarqué dans le cours de la Lune une accélération sensible; les autres planètes, et la Terre par conséquent, pouvoient avoir dans leurs mouvemens une accélération semblable, quoique moins rapide. Cette question pourroit paroître assez indifférente à ceux qui n'en verroient pas les conséquences. Si la Terre s'accélère, ce ne peut être que parce qu'elle se rapproche du centre des mouvemens; si elle s'en rapproche, ne finira-t-elle pas par se précipiter sur le Soleil.

Ce danger est, il est vrai, fort éloigné. Si cette accélération existoit, elle seroit prodigieusement lente, et ce ne seroit qu'après un nombre presque infini de siècles que la catastrophe pourroit arriver, supposé qu'elle fût possible; car il est prouvé par l'exemple de la Lune que l'accélération ne dure qu'un temps, et se change ensuite en retardement. Mais si de nombreuses générations n'ont rien à redouter de cette chute si lente; si la planète, après s'être rapprochée, finit par s'éloigner, il faut avouer pourtant que la question n'est pas moins grande; elle intéresse particulièrement les astronomes qui supposent dans tous leurs calculs l'invariabilité des mouvemens moyens et des grands axes de toutes les ellipses que décrivent les planètes.

Plusieurs géomètres avoient examiné déjà cette question. M. Laplace est le premier qui l'ait résolue. Par un calcul savant, mais simplement approximatif, il étoit arrivé à ce résultat rassurant que les axes et les mouvemens moyens sont réellement invariables, du moins en ne considérant que les premières puissances des masses et la troisième des excentricités et des inclinaisons, ce qui suffit déjà pour tranquilliser les astronomes sur le sort de notre planète ou plutôt sur celui de leurs tables.

M. Lagrange, frappé de cette conclusion, avoit cherché à l'étendre, et, par un théorème curieux, il avoit prouvé que la proposition étoit vraie, en considérant même toutes les puissances successives des excentricités; mais, comme M. Laplace, il n'avoit dans les masses considéré que les termes d'une seule dimension.

Ceux de deux dimensions pourroient-ils produire une accélération? Elle seroit bien plus lente; mais la chose méritoit encore d'être examinée : c'est ce que vient de faire M. Poisson. Le calcul étoit effrayant par sa longueur; il exigeoit toutes les ressources de l'analyse et la connoissance de toutes les lois des mouvemens célestes; il exigeoit des attentions particulières, un œil pénétrant qui, du premier regard, aperçoit toutes les formes que peut prendre une expression compliquée, et sait chercher celle qui doit le mener au but par un chemin plus court et plus sûr.

C'est le mérite qui distingue le mémoire de M. Poisson. Par ce moyen il est arrivé à ce théorème intéressant que les produits des deux dimensions des masses ne fournissent dans les intégrations successives aucun terme qui donne une équation séculaire ou une accélération du mouvement. C'en est assez, même pour les astronomes; il est démontré que, si cette accélération existe, elle ne peut dépendre que des cubes et des produits de trois dimensions des masses perturbatrices, c'est-à-dire de termes absolument insensibles : ce qui nous assure la stabilité du système planétaire. La question ne présente donc plus désormais aucun intérêt réel, si ce n'est une difficulté analytique à vaincre : ce qui suffit même encore pour exciter l'émulation des géomètres.

M Poisson, pour parvenir à son théorème, n'avoit poussé l'approximation que jusqu'aux termes affectés des carrés ou des produits des masses. En ayant égard à la variation des élémens que M. Lagrange avoit regardés

comme constans, il avoit su donner aux termes qui forment la seconde approximation une disposition qui permettoit de démontrer qu'aucun de ces termes ne peut donner au grand axe un terme proportionnel au temps. Les termes qui doivent provenir des variations des élémens des planètes perturbatrices échappoient à cette analyse; mais, par des moyens ingénieux fondés sur une méthode de M. Laplace, M. Poisson parvient à prouver que ces sortes de termes ne peuvent produire dans le grand axe aucune variation qui croisse comme le temps.

En géométrie surtout, la route par laquelle on arrive pour la première fois à une découverte difficile, est rarement la plus directe et la plus courte. Il est des propositions dont on pressent la vérité sans pouvoir se la démontrer; on craint de s'engager dans des calculs immenses dont rien ne garantit assez le succès, et l'on abandonne une recherche qui présente trop de travail et de difficultés. Mais si la vérité vient à être constatée, comme le succès est dès-lors assuré, l'on reprend courage, et les démonstrations se multiplient et se simplifient : c'est ce qui vient d'arriver. Dès que M. Poisson eut démontrée son théorème, MM. Lagrange et Laplace aperçurent qu'il découloit des principes et des méthodes qu'ils avoient autrefois exposés. M. Poisson étoit parvenu à sa découverte par un calcul dans lequel il s'étoit servi des formules connues du mouvement elliptique; M. Lagrange pensa qu'on devoit y arriver par la force de l'analyse, même sans connoître les expressions particulières des quantités relatives à l'orbite elliptique.

De cette manière il démontre dans toute la généralité possible, et quelle que soit l'inclinaison de l'orbite primitive, *que la variation du grand axe ne peut contenir aucun terme non périodique*, *ni dans la première ni dans la seconde approximation*, *du moins tant qu'on n'a égard dans celle-ci qu'aux variations des élémens de l'orbite troublée*. Ce qui empêche que la même analyse ne s'étende également aux termes provenant des élémens des planètes perturbatrices, c'est que dans ce cas la fonction n'est pas symétrique par rapport aux coordonnées de toutes les planètes.

Mais, en rapportant les planètes non au centre du soleil, mais au centre de gravité du soleil et des planètes autour duquel le mouvement est plus régulier qu'autour du soleil, M. Lagrange obtient une fonction symétrique qui est la même pour toutes les planètes; alors le calcul devient uniforme et n'est plus sujet à aucune exception, et l'on démontre par une même analyse que le grand axe de chacune des orbites ne peut avoir dans les deux premières approximations aucune inégalité croissante comme le temps.

Il est ensuite facile de passer du mouvement autour du centre commun de gravité au mouvement autour du soleil; et l'on parvient enfin à démontrer la proposition générale de la non existence des inégalités proportionnelles au temps dans les grands axes des planètes rapportés au soleil.

Nous renvoyons pour le reste au *Mémoire* de M. Lagrange; on y trouve ses nouvelles formules pour les

variations des élémens des planètes, ainsi que leur application aux variations des grands axes. Son analyse est digne de toute l'attention des géomètres par son uniformité, sa généralité et son élégance, et parce quelle est indépendante de la figure elliptique des orbites, et qu'elle peut s'appliquer avec le même succès à toute autre hypothèse de gravitation, dans laquelle les orbites ne seroient plus des sections coniques.

Toute cette analyse est précédée d'un exposé historique de ce grand problème rédigé avec toute la clarté possible, de manière à intéresser ceux mêmes qui n'auroient pas toutes les connoissances nécessaires pour suivre l'auteur dans tous les détails de sa théorie.

Dans ce mémoire lu à la classe le 22 août, la généralité de l'analyse avoit permis à M. Lagrange d'exprimer certaines valeurs par les symboles des fonctions; il lui étoit inutile de donner des développemens qui eussent rendu la démonstration moins claire et plus difficile : mais, pour appliquer ses formules au calcul numérique des perturbations planétaires, ces développemens devenoient indispensables. Dans un supplément lu à la classe le 2 septembre, M. Lagrange a donné ces calculs; mais il a su les abréger singulièrement par la considération de l'anomalie excentrique, et pour démontrer l'exactitude de cette marche nouvelle, il fait voir qu'elle conduit aux mêmes formules qu'il avoit obtenues par une autre voie. Ces substitutions qui paroissoient devoir être très-compliquées, admettent des simplifications étonnantes au moyen de plusieurs équa-

tions de condition que M. Lagrange a tirées de sa théorie.

Avant de lire ce mémoire à la classe des sciences, M. Lagrange l'avoit communiqué au bureau des longitudes, le même jour, dans la même séance où M. Laplace fit l'exposition des méthodes par lesquelles il étoit parvenu aux mêmes résultats.

L'objet de M. Laplace, dans cet ouvrage qu'il a fait imprimer à part, étoit de perfectionner les méthodes qu'il avoit données dans la *Mécanique céleste*. En cherchant à donner aux expressions des élémens des orbites la forme la plus simple dont elles sont susceptibles, il est parvenu à ne les faire dépendre que des différentielles partielles d'une même fonction, et, ce qui est remarquable, les coefficiens de ces différences ne sont fonction que des élémens eux-mêmes, avantage dont jouissent pareillement les formules de M. Lagrange, qui en avoit dès long-temps donné l'exemple dans l'expression qu'il avoit trouvée pour le grand axe, expression qui l'avoit conduit à démontrer d'une manière très-heureuse l'invariabilité des moyens mouvemens, lorsqu'on n'a égard qu'à la première puissance des masses perturbatrices. M. Laplace avoit depuis donné la même forme aux expressions différentielles de l'excentricité de l'orbite, de l'inclinaison et de la longitude du nœud. Il restoit encore à transformer de même les expressions différentielles des longitudes, de l'époque et du périhélie. C'est ce que M. Laplace exécute dans le supplément dont nous rendons compte, et par là les variations finies des différen-

tielles découlent du développement d'une fonction fort simple qui joue un grand rôle dans le livre de la *Mécanique céleste*. Ces nouvelles expressions conduisent tout naturellement au beau théorème de M. Poisson, sur l'invariabilité des moyens mouvemens; elles conduisent encore à la solution la plus générale et la plus simple des variations séculaires des élémens des orbites planétaires, elles donnent avec la même facilité les deux inégalités du mouvement lunaire en longitude et en latitude, qui dépendent de l'aplatissement de la terre, déterminées ci-devant par M. Laplace.

Les résultats sont donc parfaitement identiques à ceux que M. Lagrange a trouvés par une voie tout-à-fait différente. Ils se confirmeroient mutuellement, s'il en étoit besoin et si les deux méthodes ne portoient pas avec elles leur démonstration. La différence la plus remarquable consiste en ce que M. Laplace a fort adroitement évité une difficulté analytique très-grande et capable d'arrêter un géomètre moins exercé; au lieu que M. Lagrange s'est plu à vaincre la difficulté, et qu'en donnant, comme M. Laplace, le théorème si important pour les astronomes, de l'invariabilité des mouvemens, il a fourni en même temps aux analystes des formules d'une élégance remarquable. Mais il n'est pas moins curieux de voir avec quelle facilité, par une simple transformation, M. Laplace a fait jaillir ces vérités nouvelles des formules où elles étoient renfermées.

Traité de la résolution numérique des équations de tous les degrés, par M. Lagrange, nouvelle édition, revue et augmentée par l'auteur.

Tous les ouvrages de M. Lagrange ont le mérite de présenter dans leur introduction l'histoire philosophique de tous les travaux des géomètres sur le même sujet. On y voit toutes leurs recherches analysées avec une sagacité profonde qui en montre tous les avantages et tous les inconvéniens. L'auteur les ramène à un principe général, les compare, et, ce qui est plus important encore, les rectifie et les complète quand la chose est possible. Par ces transformations, des méthodes très-différentes en apparence se trouvent réellement identiques, ou bien on aperçoit les avantages qu'elles peuvent avoir les unes sur les autres et ce qui leur manque pour être générales; souvent l'auteur y découvre un mérite caché et dont on n'avoit pas encore fait honneur aux inventeurs. C'est ainsi qu'il assure à Vandermonde la gloire d'avoir le premier franchi les limites où se trouvoit resserrée la résolution des équations binomes, et qu'il démontre une formule donnée sans démonstration par ce géomètre, laquelle se trouve entièrement conforme, à un changement de signe près, à celle qui se déduit de la méthode bien plus claire et bien plus générale de M. Lagrange. De la hauteur où il s'est élevé il voit d'un coup d'œil et dans tous ses détours la marche suivie par chaque auteur; il met à découvert le mécanisme et les résultats

des opérations qu'ils exécutoient sans qu'ils s'en rendissent raison bien clairement à eux-mêmes; il montre pour quelle cause certaines équations réduites montent à un degré si élevé, et comment on peut les en faire descendre, parce que les racines de ces équations, qu'on croiroit devoir être en nombre égal à l'exposant, ne sont dans le fait que des racines identiques combinées les unes avec les autres. Enfin, à toutes ces méthodes différentes notre illustre géomètre en ajoute de nouvelles et de plus complètes; en sorte que son traité est le seul où l'on puisse en même temps prendre une idée juste de la métaphysique du calcul et trouver les solutions les plus générales et les plus infaillibles.

Parmi les additions qui distiguent cette seconde édition de la première, on remarquera surtout la note XIV, dans laquelle il ramène d'une manière extrêmement heureuse, à sa méthode générale, un des théorèmes les plus remarquables du livre de M. Gauss, celui des équations binomes, qui donne un moyen si simple et si inespéré pour diviser le cercle en un nombre de parties égal à une puissance de deux augmentée de l'unité, et qui est en même temps un nombre premier.

La méthode suivie par M. Lagrange en cette occasion a beaucoup d'analogie avec la seconde de celles que M. Gauss lui même avoit indiquées pour la solution de son problème, mais M. Lagrange en lui donnant plus de développement a réussi à lui donner aussi plus de clarté et ce dernier travail a été jugé l'un des plus élégans qui soit sorti de la plume de l'auteur qui s'est le plus distin-

gué par l'élégance qu'il sait mettre dans toutes ses formules.

Exposition du système du monde, par M. Laplace, troisième édition, revue et augmentée par l'auteur.

Cette nouvelle édition d'un ouvrage dont la réputation est si solidement établie, se distingue des précédentes, non seulement par des additions intéressantes à nombres de chapitres, par des évaluations plus exactes de diverses quantités, d'après les progrès continuels de l'astronomie, mais par des chapitres entiers où l'auteur rend compte des nouvelles découvertes qui sont en grande partie son ouvrage. Tel est celui des perturbations du mouvement elliptique des comètes, où l'auteur expose l'explication extrêmement vraisemblable qu'il a donnée de la disparition de la célèbre comète de 1770, qui n'a pas été revue depuis, quoiqu'elle dût se montrer tous les cinq ou six ans. Tel est encore celui de l'attraction moléculaire, qui amène tout naturellement l'action des différentes substances sur la lumière; les observations de M. Arago, sur l'aberration des fixes, qui prouvent que la lumière de toutes les étoiles a la même vitesse : ce qui est également vrai de la lumière réfléchie, et qui prouve qu'une même formule d'aberration convient à tous les astres. Mais l'article le plus intéressant de ce chapitre est celui où l'auteur développe la théorie des tubes capillaires, celle de l'adhésion des disques à la surface des liquides, celle des corps spécifiquement plus pesans que l'eau et qui demeurent suspendus à la sur-

face du liquide; enfin celle des attractions et des répulsions apparentes des petits corps à la surface des liquides. Mais de toutes les additions celle dont le mérite sera senti par un plus grand nombre de lecteurs, parce qu'elle ne suppose pas des connoissances analytiques aussi profondes, c'est le soin particulier que l'auteur a mis à la partie historique de l'astronomie, et la manière dont il a prouvé l'espèce d'identité de deux systèmes astronomiques que l'on croyoit si différens, celui de Ptolémée et celui de Tycho.

Cet ouvrage est suivi de notes où l'auteur rappelle les observations recueillies à la Chine par le père Gaubil, et qui surpassent en ancienneté toutes celles des Arabes et des Grecs, et les restes de l'astronomie des anciens Chaldéens. Il y démontre, par les tables d'Hipparque et de Ptolémée, les équations séculaires que lui a données la théorie de la Lune; par celle des Arabes il met hors de doute la vraie quantité des variations de l'apogée et l'excentricité du Soleil : mais, malgré toutes ces additions, l'ouvrage reste en quelque sorte incomplet, puisqu'il ne fait aucune mention des nouvelles recherches que l'auteur vient de faire sur les perturbations planétaires, et qui font la base du premier article de cette notice.

Essai sur la théorie des nombres, par M. Legendre, seconde édition.

Les changemens faits par l'auteur pour cette nouvelle édition sont tels que la moitié du volume est devenue un ouvrage nouveau. Outre l'introduction, presque en-

tièrement refondue, on y remarquera des théorèmes sur les équations indéterminées, une méthode pour l'approximation des racines imaginaires, des démonstrations perfectionnées, des théories présentées d'une manière plus rigoureuse, et enfin une cinquième partie toute nouvelle consacrée à l'exposition claire et précise de la belle théorie de M. Gauss, pour la résolution de l'équation $x^n - 1 = 0$, n étant un nombre premier.

La théorie des nombres, traitée avec quelques succès par Diophante, Viète et Bachet, enrichie ensuite de théorèmes si remarquables par le célèbre Fermat, avoit depuis été fort négligée jusqu'au temps d'Euler qui y ajouta nombre de questions d'analyse indéterminée, résolues par des procédés extrêmement ingénieux. M. Lagrange, entrant à son tour dans cette carrière, avoit signalé ses premiers pas par des succès égaux à ceux qu'il a obtenus dans toutes les parties de la science mathématique; mais, malgré tous les efforts de ces deux grands géomètres, la matière étoit bien loin d'être épuisée. Ce genre de recherches, qui n'a pas une liaison bien intime avec les théories ordinaires de l'algèbre, offre plus de difficultés que d'applications bien prochaines, et c'est cette double raison qui a fait sans doute que si peu d'auteurs l'ont choisi pour le sujet de leurs méditations, mais les difficultés mêmes sont un attrait bien grand pour les esprits qui se sentent assez forts pour les surmonter. Dès 1785 M. Legendre avoit, dans les *Mémoires de l'Académie des sciences*, exposé des vues nouvelles sur cette théorie, et le désir de les développer

de plus en plus avoit donné naissance à l'ouvrage qu'il publia en 1797, sous le titre modeste d'*Essai*. La nouvelle édition qu'il vient d'en publier, après un intervalle qui n'est guère que de dix ans, prouve assez le succès d'un ouvrage qui, par sa nature, doit trouver peu de lecteurs qui réunissent l'instruction, le goût et le loisir nécessaires pour l'étudier avec fruit.

Dans l'impossibilité où nous sommes d'analyser des recherches aussi abstraites, et même d'en indiquer les principaux théorèmes dont l'expression assez longue seroit encore embarrassée de caractères algébriques, nous nous bornerons à citer une formule très-curieuse, quoiqu'elle ne soit qu'approximative et qu'il soit bien difficile d'en donner une démonstration directe. Parmi un assez grand nombre de propositions nouvelles et intéressantes sur les propriétés des nombres premiers, on remarquera cette expression qui sert à trouver la quantité des nombres premiers renfermés entre deux limites dont la première est l'unité et la seconde un nombre quelconque x. Dans la première édition la formule étoit $y = \frac{x}{A . log. x + B}$; dans la seconde on voit de plus que les nombres A et B diffèrent très-peu de l'unité, et qu'on aura la valeur de y avec une exactitude suffisante, en supposant $A = 1$ et $B = -1.08366$; que la différence entre deux nombres premiers consécutifs sera $log.\ x - 0.08366$, en sorte qu'entre deux nombres $(x - m)$ et $(x + m)$, on aura $\left(\frac{2m}{log.\ x - 0.08366}\right)$ de nombres premiers.

Ces formules sont au moins bien difficiles à démontrer; cependant, au moyen du calcul différentiel et intégral l'auteur parvient facilement à l'expression $y = \frac{x}{A. \log. x + B - A}$, qui revient à la précédente lorsqu'on suppose $A = 1$ et $B = - 0.08366$.

Exposé des résultats des grandes opérations géodésiques faites en France et en Espagne, par MM. Biot *et* Arago, *pour la mesure d'un arc du méridien et la détermination du mètre.*

La nouvelle mesure s'etend depuis le fort de Montjouy, près de Barcelone, jusqu'à la petite île de Formentera, dans la Méditerranée. L'étendue de l'arc, dans le sens du méridien, depuis le signal de Matas jusqu'à celui de Formentera, est de 315552 mètres. Comme il est tout entier sur la mer, on l'a mesuré en prolongeant une suite de triangles sur la côte d'Espagne, depuis Barcelone jusqu'au royaume de Valence, et en joignant la côte de Valence aux îles par un immense triangle, dont un des côtés a plus de 160000 mètres (82555 toises). A de si grandes distances les signaux de jour eussent été invisibles; on a employé des signaux de nuit, formés par des lampes à courant d'air munies de réflecteurs, que l'on entretenoit constamment allumées dans chaque station, depuis le coucher du soleil jusqu'à son lever. Les angles ont été mesurés au moyen d'un grand cercle répétiteur de Lenoir, avec toutes sortes de vérifications. La mesure des triangles a été commencée dans l'hiver

de 1806, cette saison étant la seule qui pût offrir des temps assez clairs pour l'observation des grands triangles. A la fin de l'été de 1807 toutes les opérations géodésiques étoient terminées.

La latitude de Formentera, le point le plus austral de l'arc, a été déterminée cet hiver par 2558 observations de l'étoile polaire, faites avec un cercle répétiteur à niveau fixe, construit par M. Fortin. Le plus grand écart des séries partielles autour de la moyenne de toutes les séries, est de quatre secondes sexagésimales, et cela n'arrive que deux fois en sens contraires : pour toutes les autres séries, la limite des écarts extrêmes est de deux secondes. Ces écarts sont les mêmes que ceux que Bradley a trouvés dans ses recherches sur la nutation, en observant, près du zénith, avec de grands secteurs. Ils paroissent dus aux variétés des réfractions produites par le grand changement de figure des couches atmosphériques; mais leur petitesse donne l'assurance que la latitude conclue de l'ensemble des observations est exacte.

Cette latitude, en degrés décimaux ou en grades, est de	42·961777 grades.
Celle de Dunkerque, observée par M. Delambre et conclue des seules observations de la Polaire, est de . .	56·706652
Différence ou arc du méridien entre Dunkerque et Formentera	13·744875

Au moyen de ces résultats on peut vérifier le mètre, qui nous sert d'unité de mesure. Le mètre définitif, invariablement adopté par les lois françaises, est égal à 443 lignes et $\frac{296}{1000}$ de la toise du Pérou, prise à 16

degrés $\frac{3}{4}$ du thermomètre centésimal. Cette longueur a été déterminée d'après la première mesure de la méridienne, faite par MM. Méchain et Delambre, entre Dunkerque et Barcelone, et que l'on a supposée égale au quart du méridien terrestre considéré comme elliptique. Si la Terre étoit exactement sphérique, chaque degré décimal ou chaque grade contiendroit 100.000 mètres; ainsi, en multipliant l'arc céleste mesuré par le nombre 100.000, on auroit la distance de Dunkerque à Formentera en mètres, égale à 137448.50 mètres.

Mais l'aplatissement de la Terre rend cette valeur un peu moindre. Pour calculer la correction qui en résulte, nous adopterons l'aplatissement $\frac{1}{305}$ qui est donné par la théorie de la Lune. Cette évaluation est la plus probable de toutes, puisqu'elle appartient à l'ensemble de la figure de la Terre, indépendamment de ses petites irrégularités qui disparoissent à la distance où la Lune est placée.

On trouve ainsi qu'il faut retrancher de l'arc 48.37 mètres, ce qui donne pour distance réelle entre Dunkerque et Formentera sur le sphéroïde	1374439·13 mètres.
D'après les mesures des triangles cette distance est de	1374438·72
Différence entre ces deux évaluations	0·41

Une erreur aussi petite sur un aussi grand arc est réellement étonnante, car elle est fort au-dessous de ce qu'on peut raisonnablement attribuer aux erreurs des observations. Elle auroit pu être quarante ou cinquante fois plus considérable, qu'il n'en seroit résulté aucun inconvénient

sensible dans les opérations les plus délicates des arts. Si l'on calcule quelle auroit été la longueur du mètre d'après ces données, on trouve :

Longueur du mètre dans la sphère	443·28020 lignes.
Correction dépendante de l'aplatissement	0·01559
	443·29580

Ce résultat diffère seulement de $\frac{2}{10000}$ de ligne du mètre définitif conclu de première mesure entre Dunkerque et Barcelone ; par conséquent si l'on eût attendu, pour fixer le mètre, que l'opération entière eût été terminée, sa longueur eût été moindre de $\frac{1}{10000}$ de ligne : mais cette quantité est tout-à-fait insensible, elle se perd dans les erreurs des observations, et si l'on vouloit l'apprécier exactement par des mesures directes, il faudroit des milliers d'expériences faites avec les instrumens les plus parfaits que nous ayons ; en sorte qu'une pareille rigueur seroit absolument illusoire et inutile. En négligeant cette différence insensible, il est très-satisfaisant de voir la valeur légale du mètre aussi bien confirmée par l'opération entière ; car elle l'est d'autant plus sûrement que l'aplatissement de la Terre, seul élément qu'il faille chercher dans des observations étrangères, n'influe sur cette longueur que pour $\frac{16}{1000}$ de ligne ; et cet élément, ainsi conclu de la théorie de la Lune, paroît au moins aussi exact que celui qui résulte des observations géodésiques elles-mêmes.

Le rapport du mètre avec la longueur du pendule à secondes, est intéressant à connoître pour nos mesures :

il suffiroit pour en retrouver le type, si elles étoient jamais perdues. Cette connoissance est également utile pour la théorie de la figure de la Terre. Par cette double raison on a observé le pendule à Formentera avec beaucoup de soin. Les expériences sont au nombre de dix, et leurs écarts autour de la moyenne ne s'élèvent pas à plus de $\frac{4}{100}$ de millimètre ou $\frac{2}{100}$ de ligne environ.

Le résultat moyen déduit de leur ensemble donne la longueur du pendule à secondes décimales à Formentera, et dans le vide . . . . = 0·7412061

D'après la théorie de la figure de la Terre, exposée dans le second volume de la *Mécanique céleste*, en partant des expériences très-exactes faites à Paris par Borda, on trouve pour cette longueur . . . . 0·7411445

La différence est $\frac{6}{100}$ de millimètre ou $\frac{1}{33}$ de ligne. Elle peut être due aux irrégularités de la figure de la Terre. La même expérience vient d'être répétée à Bordeaux, à Figeac et à Clermont, sous le parallèle de 45 degrès, par MM. Biot et Mathieu, et elle a donné un résultat à très-peu près le même que celui que donne la théorie citée. Les mêmes astronomes vont la répéter encore à Dunkerque, à l'extrémité boréale de l'arc mesuré; mais auparavant ils viennent de la répéter à Paris, avec les mêmes appareils qui avoient servi en Espagne. Ils ont trouvé un résultat qui ne diffère de celui de Borda que de $\frac{2}{100}$ de millimètre ou $\frac{9}{1000}$ de ligne; ce qui confirme à la fois les deux mesures du pendule de Formentera et de Paris.

Les inclinaisons des divers côtés des triangles sur la

méridienne ou leurs azimuts, sont encore des élémens utiles pour la théorie de la figure de la Terre. MM. Méchain et Delambre les avoient observés sur différens points de l'arc compris entre Dunkerque et Montjouy. On a également déterminé à Formentera l'azimut du dernier côté du dernier triangle, par un grand nombre de passages d'étoiles observés à la lunette méridienne.

D'après les résultats que nous venons de rapporter on voit que la nouvelle mesure de la méridienne qui vient d'être faite en Espagne confirme la valeur du mètre et lui donne une nouvelle certitude en la rendant presque indépendante de l'aplatissement de la Terre. Cette mesure, en se liant à la méridienne de France, offre un arc de près de 14 grades, situé à égales distances de l'équateur et du pôle, sur différens points desquels on a observé les latitudes, les azimuts et les variations de la pesanteur, et qui, pour l'étendue, la situation et l'exactitude des moyens employés, forme la plus belle opération de ce genre que l'on ait jamais exécutée.

Sur la double réfraction de la lumière dans les cristaux diaphanes, par M. Laplace.

Hugens, dans son Traité de la lumière, avoit fort ingénieusement expliqué tous les phénomènes de la réfraction et de la réflexion dans une hypothèse d'ondes circulaires et concentriques, semblables à celles que produit à la surface de l'eau la chute d'un corps grave. Il avoit adroitement ramené à la même théorie la double réfraction ob-

servée déjà dans le cristal d'Islande, et qu'il observa lui-même dans d'autres cristaux où elle est moins sensible. Des expériences ingénieuses lui avoient fait distinguer et classer tous ces phénomènes qu'il expliquoit par des ondes sphéroïdiques dont il avoit, avec une grande sagacité, déterminé les axes et les rayons. Il avoit même lié les deux réfractions par une loi remarquable qui est que la réfraction ordinaire a lieu suivant l'axe du sphéroïde dont un rayon détermine la réfraction extraordinaire; mais cette théorie qui dut lui paroître si heureuse, fut presqu'aussitôt mise en défaut par un phénomène qui n'avoit été remarqué par personne avant lui, et qu'il expose avec une bonne foi bien digne d'un aussi rare génie. Voici l'expérience d'Hugens : placez un second cristal au-dessous du premier, et dans une situation toute semblable, alors le rayon ordinaire sera rompu ordinairement en passant dans le second cristal, et le rayon extraordinaire sera rompu extraordinairement. La même chose aura lieu si les sections des deux cristaux par un plan perpendiculaire à leur surface et passant par leur axe, au lieu de coincider sont simplement parallèles; mais si ces sections font un angle droit, le rayon ordinaire sera rompu extraordinairement en passant dans le second cristal, et réciproquement. Si l'angle est oblique chaque rayon se partagera en deux autres en pénétrant dans le second cristal.

Cette expérience inexplicable dans le système des ondes avoit jeté de la défaveur sur l'hypothèse même, et l'on avoit négligé la loi qui lie ensemble d'une manière si heureuse les deux réfractions dans l'ellipsoïde.

Un mémoire très-intéressant dans lequel M. Malus prouvoit cette loi d'Hugens par les expériences les plus précises et les plus ingénieuses a réveillé l'attention des géomètres, et M. Laplace a senti combien il seroit important de ramener tous les phénomènes de ce genre à ces forces attractives et répulsives, dont l'effet n'est sensible qu'à des distances insensibles, et par lesquelles Newton explique la réflexion et la réfraction ordinaire.

C'est à quoi il a pleinement réussi dans un mémoire que nous regrettons de ne pouvoir présenter en entier à nos lecteurs qui le trouveront dans le Journal des mines de décembre 1808, et dans le second volume des mémoires de la société d'Arcueil. Ils y verront l'exposé le plus clair des faits, et ce qui est bien plus précieux, le parti que l'auteur a su tirer de l'ellipsoïde d'Hugens, pour rendre raison de tous les phénomènes. A cet effet, il représente la vitesse de la lumière par une expression à laquelle son analyse le conduit, et qui est égale à l'unité divisée par le rayon de l'ellipsoïde d'Hugens, tandis que la vitesse du rayon ordinaire est l'unité divisée par le demi petit axe du même ellipsoïde. Ainsi la loi de réfraction découverte par Hugens se trouve confirmée par son accord avec le principe de la moindre action, d'où il résulte que tous les phénomènes de la réfraction sont dus à des forces attractives, et ceux de la réflexion à des forces répulsives. Une théorie suspecte avoit fait négliger une très-belle loi, une hypothèse meilleure justifie cette loi, la remet en honneur, mais en renversant le système qu'Hugens s'efforçoit d'établir.

NOTICE HISTORIQUE

SUR LA VIE ET LES OUVRAGES DE FERDINAND BERTHOUD,

Par M. Delambre, secrétaire perpétuel.

Lue à la séance publique du 4 janvier 1809.

Ferdinand Berthoud, horloger mécanicien de la marine pour la construction et l'inspection des horloges à longitudes, membre de l'Institut, de la société royale de Londres, et de la légion d'honneur, est né le 19 mars 1727, à Plancemont, montagne du Jura, comté de Neufchâtel, en Helvétie.

Son père, architecte et justicier du Val-de-Travers, l'avoit destiné à l'état ecclésiastique.

Une horloge qu'il eut occasion de voir et d'examiner lorsqu'il n'avoit pas encore seize ans, éveilla son génie pour la mécanique; son père, en lui accordant la permission de quitter le collége, eut la complaisance d'attirer chez lui un ouvrier habile pour donner au jeune Berthoud les premiers élémens de son art; il consentit même bientôt après (en 1745) que son fils vînt à Paris pour étendre et perfectionner ses connoissances, et qu'il

se fixât enfin dans la ville où ses talens pouvoient se montrer avec le plus d'éclat et d'utilité.

Ce peu de lignes renferme toute l'histoire privée de Ferdinand Berthoud. Continuellement occupé de l'art auquel il s'étoit dévoué dès sa jeunesse, il n'a guères connu d'autres événemens que les succès de ses expériences et les développemens successifs de ses idées dans la recherche constante des moyens les plus propres à le conduire au but qu'il s'étoit proposé.

Sa vie toute entière est dans les monumens qu'il a laissés : mais ces monumens fragiles n'étoient pas destinés à lui survivre long-temps, s'il n'avoit su leur donner une existence plus durable dans les écrits nombreux où il a déposé l'histoire de ses pensées, de ses tentatives et de ses succès.

Si Ferdinand Berthoud n'eût été qu'un artiste habile, comme tous ceux que les États de l'Europe possèdent maintenant en assez grand nombre, s'il se fût borné à perfectionner les montres et les horloges communes par des inventions telles que celles qui ont marqué ses premiers pas, par des échappemens nouveaux, par des méthodes particulières pour les pendules et montres à équation, ou par une perfection plus grande dans la main-d'œuvre, il auroit eu des droits sans doute à l'estime et à la confiance de ses concitoyens, a la considération personnelle, et même à une fortune beaucoup plus grande que celle dont il a joui ; mais il n'eût pas été appelé à l'Institut à la première formation de ce corps, son nom n'eût pas marqué, comme il l'a fait dans l'histoire

de l'art, à laquelle échappent inévitablement les perfectionnemens de détail, parce que souvent l'auteur en est incertain, qu'ils donnent lieu à de nombreuses réclamations, et qu'obtenus souvent en même temps par différens artistes, ils sont plutôt l'ouvrage de la génération entière, que celui de l'individu.

En effet, l'horlogerie commune avoit acquis dès-lors à-peu-près toute la perfection qu'en exigent des amateurs, qui souvent prisent moins l'horloge en elle-même que les ornemens dont l'art et le goût savent la décorer.

Les pendules astronomiques elles-mêmes touchoient à la perfection, puisque Graham, Julien Leroi, Harrison avoient trouvé les moyens de donner à ces machines une régularité indépendante de la dilatation des métaux.

Une carrière plus grande et plus nouvelle s'ouvroit devant F. Berthoud. Il sut la parcourir en homme qui, au don de l'invention, sait joindre la persévérance, si nécessaire dans un art où des idées heureuses ne suffisent pas toujours, si l'on n'y joint la perfection dans la main-d'œuvre, qui seule peut les faire valoir.

Le problème des longitudes occupoit les savans et les artistes. On sait que ce problème exige qu'on puisse déterminer en tout temps, en tout lieu, l'heure que l'on compte au même instant dans un lieu connu, Paris, par exemple; comme si l'on pouvoit de dessus le vaisseau consulter la méridienne ou la pendule de l'Observatoire impérial.

On avoit cherché d'abord la solution de ce problème dans les méthodes astronomiques qui n'emploient que des instrumens communs, tels qu'on peut les attendre des artistes ordinaires.

Mais cette conception hardie, qu'il étoit réservé à notre âge de réaliser, n'étoit alors qu'une chimère, puisqu'elle exigeoit une connoissance exacte des moindres inégalités de la lune.

Newton, lui-même, qui avoit jeté les fondemens de cette théorie; qui avoit imaginé les instrumens de réflexion à l'aide desquels on peut exécuter sur mer toutes les opérations de l'astronomie, Newton avoit senti que, dans l'imperfection où seroient long-temps encore les tables lunaires, l'horlogerie seule pouvoit fournir les secours nécessaires pour déterminer la position d'un vaisseau en longitude.

D'après l'avis de ce grand homme, le parlement d'Angleterre, en 1714, avoit proposé un prix magnifique (20,000 liv. sterling, environ 450,000 fr.) à l'horloge qui, après six semaines de traversée, donneroit la longitude à un demi-degré près, c'est-à-dire à l'horloge qui, après cette traversée et malgré toutes les agitations du vaisseau, auroit pu conserver assez bien la régularité de ses mouvemens, pour ne se déranger que de deux minutes.

La France avoit offert un prix de ce genre, moins riche à la vérité; mais c'est moins la somme, en elle-même, que l'honneur d'avoir heureusement triomphé d'une grande et importante difficulté, qui peut enflam-

mer le génie et produire ces efforts constans qui surmontent à la fin tous les obstacles.

Ces récompenses, ou plutôt l'importance que les gouvernemens attachoient à la découverte, excitèrent l'émulation des artistes chez les deux nations.

Dès 1736, Harrison avoit fait éprouver une horloge dont il s'étoit promis les plus heureux effets; à cette première machine, il en avoit substitué plusieurs autres qu'il croyoit meilleures encore; mais la confiance de l'artiste avoit peine à passer dans l'esprit des savans chargés d'examiner son horloge. L'épreuve en fut ordonnée, et réussit complétement. L'artiste se crut des droits acquis à la récompense entière; on ne lui en accorda que la moitié, en exigeant, non sans raison, qu'il exposât ses procédés assez clairement pour qu'on pût les imiter; il satisfit à cette nouvelle condition : on voulut attendre qu'un autre artiste eût, en suivant les mêmes principes, construit une horloge nouvelle, et qu'elle eût été soumise aux mêmes épreuves. Alors seulement Harrison avoit obtenu l'autre moitié de la récompense.

Dans le cours de ces contestations, deux fois on avoit annoncé que les méthodes d'Harrison alloient être révélées ; deux fois l'Académie des sciences envoya des commissaires pour assister à cette révélation également importante pour toutes les nations ; deux fois M. F. Berthoud fut adjoint au commissaire de l'Académie, et fit le voyage de Londres pour voir et juger par lui-même avec des yeux plus exercés, une

découverte qui l'intéressoit spécialement, et deux fois il revint sans avoir pu satisfaire une curiosité si naturelle et si louable. Harrison, trop mécontent de ses juges, n'avoit pas voulu montrer son horloge.

L'histoire des longitudes en France n'a point offert de contestations de ce genre. Si la division a pu éclater, ce n'a été qu'entre les concurrens; les savans, au contraire, ont été les premiers à constater les succès des artistes, et à leur donner tous les éloges qu'ils avoient mérités. On vit le marquis de Courtanvaux armer un bâtiment à ses frais, pour éprouver les montres marines de P. Leroy. Dans ce voyage, ou dans d'autres expéditions ordonnées par le Gouvernement, MM. Messier, Fleurieu, Borda, Pingré, Rochon, Cassini et d'Agelet se dévouèrent à de longs travaux, à des voyages pénibles, quittèrent leurs observatoires pour constater les succès de l'horlogerie; les officiers des vaisseaux prirent part à toutes les observations, et ce concert unanime est également honorable pour la marine et pour l'astronomie française.

Plus de dix ans avant l'épreuve authentique des horloges d'Harrison, deux artistes français, F. Berthoud et Pierre Leroy, avoient déposé au secrétariat de l'Académie des sciences, des mémoires cachetés, qui contenoient la description de leurs machines.

Sans qu'aucun des deux connût les procedés de son concurrent, pouvant beaucoup moins soupçonner les moyens de l'artiste anglois, qui ne furent publiés que treize ans plus tard, ils avoient construit leurs hor-

loges. Celles de Berthoud furent éprouvées les premières.

Un navigateur distingué, qui joint aux connoissances astronomiques, requises pour une pareille mission, des connoissances non moins étendues en mécanique et en horlogerie ; qui lui-même avoit formé le projet d'une montre marine, M. de Fleurieu, fut choisi pour diriger toutes les épreuves : le célèbre astronome Pingré lui fut adjoint ; jamais on n'avoit apporté tant de scrupule et de précautions. Les opérations qui devoient déterminer la marche des horloges, étoient faites séparément par les deux astronomes, et leurs journaux signés par tous les officiers présens. On se transporta de Rochefort à l'Ile d'Aix, aux Canaries, à la Pointe d'Afrique, au Banc de Terre-Neuve. On fit éprouver aux horloges toutes les vicissitudes de la température ; elles se trouvèrent exposées aux agitations de la mer dans les saisons les plus rudes : l'épreuve au lieu d'être bornée à six semaines, terme qu'on avoit regardé comme celui des navigations ordinaires, fut étendue à cinquante-quatre semaines ; on soumit les deux horloges aux effets du froid et du chaud, de la sécheresse et des brumes humides ; enfin toutes les causes physiques, qui pouvoient en altérer la marche, furent combinées et réunies sans que la régularité de ces machines étonnantes en parût sensiblement altérée.

L'acte du parlement d'Angleterre toléroit une erreur d'un demi-degré, c'est-à-dire deux minutes de déran-

gement dans la marche de l'horloge en six semaines (ou 3″ par jour) ; dans ce même intervalle de six semaines, l'une des horloges de F. Berthoud ne se dérangea guères que d'un quart de minute et jamais d'une demie. En 287 jours elle ne donnoit que 3′ 36″ d'erreur sur le temps de Rochefort, en supposant que dans l'intervalle on n'eût trouvé aucune occasion de reconnoître ou de rectifier l'écart, ce qui n'est jamais à présumer ; au lieu qu'en s'aidant des secours trouvés en différentes relâches dans des lieux bien connus, l'erreur n'alloit pas à un quart de degré à l'attérage.

La seconde horloge, avant que d'être livrée aux commissaires, n'avoit pu être vérifiée avec autant de soin que la première. Berthoud en avertit ; pendant un assez long-temps elle parut cependant être la meilleure des deux ; mais cette régularité ne se soutint pas ; elle fut dérangée par les vicissitudes du chaud et du froid. Mais ces écarts même sont en faveur de l'artiste qui les avoit prévus, et qui auroit sans doute obvié à ces dérangemens, s'il eût eu le loisir de dresser une table de correction pour cette seconde horloge, en la soumettant aux mêmes épreuves que la première.

Avant de rentrer à Rochefort, premier point de départ, on voulut compléter l'épreuve en déterminant quelle confiance pourroient mériter les horloges après un combat naval ; on essaya l'effet d'une décharge simultanée, et plusieurs fois répétée, de toute l'artillerie du vaisseau ; les horloges n'en furent pas sensiblement dérangées.

Des succès aussi constans et aussi soutenus valurent à F. Berthoud le titre de Mécanicien de la marine, avec une pension de 3000 francs. Dès-lors il crut qu'il ne s'appartenoit plus à lui-même, et qu'il devoit au Gouvernement tout son temps, tous ses efforts et toutes les idées nouvelles qui pourroient ajouter à ses premiers succès.

A cette époque l'Académie des sciences avoit proposé pour sujet d'un prix double, la meilleure manière de mesurer le temps en mer. Il ne crut pas même qu'il lui fût permis de concourir. Mais, pour montrer qu'il n'avoit rien à redouter de la comparaison, il livra aux commissaires de l'Académie son horloge n°. 8, qui avoit obtenu des suffrages et une récompense si honorables. Nous éviterons de nous appesantir plus long-temps sur des expériences qui se ressemblent toutes par les circonstances et par l'issue ; il nous suffira de rapporter ici la conclusion des commissaires.

« On lit dans leur rapport, rédigé par M. de Borda, que les deux montres marines de Leroy et celle de Berthoud ont rempli les espérances qu'on avoit conçues, qu'elles méritent la confiance des navigateurs, et que les montres qui leur ressembleront, ne peuvent être que d'un très-bon usage pour la détermination des longitudes en mer, en apportant cependant les précautions convenables. »

En conséquence de ce rapport, le prix double fut adjugé par l'Académie aux montres de Leroy. Berthoud avoit déclaré ne point se mettre sur les rangs ; mais

si la médaille ne fut pas partagée, l'honneur du moins fut égal entre les deux rivaux.

Après cette décision, qui devoit les satisfaire tous deux également, Leroy publia sa méthode ; celle de Berthoud avoit paru plusieurs années auparavant. Ces méthodes étoient réellement très-différentes dans l'exécution : mais il devoit nécessairement se trouver quelque ressemblance dans les idées, et nous sommes fâchés d'ajouter qu'une dispute assez vive éclata sur la priorité. Un peu de jactance d'une part, et un peu de susceptibilité de l'autre, divisèrent deux hommes faits pour s'estimer, et qui s'estimoient réellement.

Depuis cette époque, Ferdinand Berthoud a constamment partagé tout son temps entre le soin d'exposer toutes ses idées, toutes ses expériences, et celui de chercher continuellement à perfectionner, par de nouveaux efforts, des machines déjà si voisines de la perfection, de celle du moins à laquelle il est permis de prétendre.

Ces horloges marines, couronnées par des succès si brillans et si répétés, avoient pourtant, il faut l'avouer, quelques inconvéniens qui devoient en borner l'usage. Le premier étoit sans doute leur volume, qui les rendoit à-la-fois trop incommodes et trop chères pour que les particuliers pussent ou desirassent se les procurer; un second étoit leur poids, qui les rendoit difficiles à transporter; le troisième étoit la nécessité de les maintenir toujours dans une situation verticale.

Ces inconvéniens étoient si réels, que Ferdinand

Berthoud lui-même prescrivoit d'arrêter le mouvement de ses horloges avant de les porter à bord, et qu'une fois embarquées, il s'opposoit formellement à ce qu'on les remît à terre pendant tout le cours du voyage, sous quelque prétexte que ce pût être. Ensorte que, si quelque accident forçoit à abattre le vaisseau pour le réparer, comme il arriva dans le voyage de Borda et Pingré, il falloit aviser au moyen de coucher le vaisseau sur le côté sans changer la position de l'horloge; opération tellement difficile que, malgré toutes les précautions employées par nos savans, une des montres de Pierre Leroy fut par accident mise tout-à-fait hors de service.

Il étoit donc bien à desirer qu'on pût, à ces machines pesantes, substituer des montres portatives que tous les navigateurs pussent se procurer et gouverner à leur gré. Mais comment espérer que des machines si délicates pourroient échapper aux variations de température déjà si difficiles à corriger dans des horloges d'un plus grand volume?

Par une construction ingénieuse Ferdinand Berthoud avoit employé la dilatation des métaux à changer le point fixe du spiral, qui fait la régularité du balancier.

Pierre Leroy, par une combinaison non moins ingénieuse, avoit employé les dilatations différentes de l'alcool et du mercure pour augmenter la pesanteur du centre, à mesure que la chaleur augmentoit le diamètre du balancier. Mais ce mécanisme, outre la fragibilité des tubes de verre, paroissoit plus difficile

encore à réduire aux dimensions qu'exigeroient des montres portatives.

Il étoit donc assez naturel que Ferdinand Berthoud se défiât de ces machines si légères, et qu'il fût porté à préférer celles qui avoient établi sa réputation.

Il fut pourtant l'un des premiers à tenter l'essai dont il n'espéroit aucun succès. Dès 1765 il avoit construit une de ces montres. Il est vrai que l'événement parut confirmer ses craintes. Il y revint plusieurs fois, et fit ainsi un grand nombre de montres différentes dont il ne voulut céder aucune, et qu'il comparoit continuellement entre elles pour son instruction propre ; il se reproche, dans un de ses ouvrages, le temps perdu à ces tentatives. Mais s'il avoit, à cet égard, quelque besoin d'apologie, nous pourrions dire à son honneur qu'il n'a pourtant jamais renoncé totalement à ce projet dont il s'étoit trop défié ; qu'il étoit heureusement parvenu à surmonter la principale difficulté, c'est-à-dire à corriger les effets de la dilatation en plaçant à la circonférence de son balancier quatre petites masses qui, par l'effet même de la dilatation, se rapprochoient ou s'éloignoient du centre pour conserver au balancier un mouvement toujours égal, ce qui étoit du moins une imitation extrêmement heureuse des tubes de P. Leroy ; nous dirions encore qu'à l'âge de 74 ans il exécuta de ses propres mains un échappement libre pour les montres de cette espèce, et qu'enfin il a formé des élèves qui, dans ce genre si difficile et si digne d'encouragement, soutiennent dignement

l'honneur de l'horlogerie française ; que l'héritier de son nom et de ses talens, Louis Berthoud, dans un concours ouvert par l'Institut, a produit deux montres qui ont partagé le prix ; que M. Humbolt, dans ses voyages, a jugé qu'une montre du même artiste étoit au moins égale, sinon supérieure, à tout ce que les Anglais ont produit de plus parfait, et que M. J. Martin qui, pendant dix ans, a eu l'avantage de travailler sous les yeux de F. Berthoud, a exécuté plusieurs montres qui ont obtenu des suffrages très-imposans.

Jamais F. Berthoud n'eut la foiblesse de redouter les émules ; jamais il n'a fait mystère de ses procédés ; au contraire, on le voit en tout temps donner l'histoire exacte de ses diverses tentatives, de ses succès plus ou moins heureux ; et pour éviter aux autres des tâtonnemens toujours longs et souvent infructueux, pousser l'attention jusqu'à rapporter, avec un soin extrême, les dimensions, les poids et les rapports des diverses pièces dans celles de ses horloges dont il étoit le plus content.

Nous n'entreprendrons pas l'analyse des divers écrits où F. Berthoud s'est attaché à dévoiler tous les secrets de son art. Il les a réunis et refondus dans son Histoire *de la Mesure du temps* qui est à-la-fois la plus complette et la plus méthodique de ses productions.

Son but principal, en publiant ce dernier ouvrage, paroît avoir été de discuter tous les points les plus importans et les découvertes les plus utiles, afin d'assi-

gner à chaque artiste la portion d'honneur à laquelle il peut légitimement prétendre. Cette revue générale avoit pour lui-même cet avantage, que ses propres titres y pouvoient briller de tout leur éclat. Juste appréciateur des talens, en parlant de ses rivaux et de son concurrent même, il loue franchement et sans réserve ce qu'il remarque d'ingénieux dans leurs compositions. Si, dans la chaleur de sa dispute avec P. Le Roy, comme écrivain polémique, il avoit trop marqué le mécontentement que lui avoient inspiré des prétentions peut-être excessives; devenu plus calme en écrivant l'histoire, il ne laisse entrevoir nulle part qu'il ait été blessé. Cependant, malgré l'impartialité qu'il professe, il a pourtant laissé échapper quelques jugemens qu'on peut contester, et que l'autorité même de son nom nous fait un devoir d'examiner.

L'un de ces jugemens concerne Hugens, auteur de la première application du pendule aux horloges. F. Berthoud croit pouvoir se plaindre, et même avec un peu d'amertume, de ce que les savans attribuent trop exclusivement à ce grand géomètre la perfection dont jouit l'horlogerie moderne. « Les inventions successives » des artistes, nous dit Berthoud, ont fait faire à » la mesure du temps des progrès bien plus considé- » rables, que n'a fait en son temps l'invention » d'Hugens. Les inventions, en général, ne sont pas la » limite de la perfection de l'art : les horloges portatives, » et surtout les horloges à longitudes depuis l'application » du spiral au balancier, ont acquis un degré de perfection

» infiniment au-dessus de celui que cette application avoit
» procuré aux anciennes horloges portatives ; d'où
» F. Berthoud conclut que les savans artistes à qui nous
» devons ces diverses perfections, ont *au moins* autant
» mérité de la Société que les premiers inventeurs,
» et partagent avec eux la gloire même de l'invention. »

Cette conclusion, en admettant même l'exactitude des faits, paroîtra sans doute exagérée et susceptible de quelques restrictions ; si notre auteur se bornoit à réclamer pour les artistes, une portion de la gloire, personne ne seroit tenté de la leur refuser. La considération dont Berthoud a joui, le nom qu'il a laissé, les éloges qu'il a reçus des savans, prouvent assez qu'on ne peut accuser ses contemporains d'ingratitude.

Mais si les inventions d'Hugens n'ont pas produit d'abord tout l'effet qui en est résulté depuis, à qui peut-on s'en prendre qu'aux artistes de son temps qui n'étoient pas à son niveau, et ne pouvoient exécuter assez habilement ses idées ? Si la belle pensée de Cycloïde est devenue à-peu-près inutile, n'est-ce pas Hugens qui a découvert aux artistes que les petits arcs du cercle jouissent au moins sensiblement de la même propriété que les petits arcs de Cycloïde avec lesquels ils se confondent ?

Si les pendules décrivoient alors de trop grands arcs, ce qui nuisoit à l'exactitude, n'étoit-ce pas la faute des échappemens qui étoient alors en usage, et pouvoit-on exiger qu'Hugens fût plus habile dans les détails de l'horlogerie que les horlogers eux-mêmes ? N'est-ce

pas lui qui leur a prouvé la nécessité de raccourcir les arcs, et par conséquent de chercher de nouveaux échappemens?

N'est-ce pas Hugens qui a donné l'idée du ressort spiral sans lequel, comme F. Berthoud en convient lui-même, nous n'aurions ni horloge, ni montre à longitudes.

Par ces deux inventions, Hugens a donc causé la révolution qui s'est opérée dans les deux branches de l'horlogerie. Ces deux idées premières sont le fruit du génie; les améliorations successives ont été principalement le fruit du talent, de la réflexion, de la pratique et du temps; il étoit impossible qu'elles ne naquissent tôt ou tard des découvertes d'Hugens. La prééminence que ces idées lui ont méritée sur les artistes, est-elle plus injuste que celle dont jouit Newton parmi les savans, de l'aveu même des plus distingués d'entre ses successeurs? Assurément le livre des *Principes* étoit loin d'avoir acquis subitement à l'astronomie toute la perfection dont elle peut aujourd'hui se glorifier. Pour sentir toute l'importance du service rendu par Newton, il a fallu créer et perfectionner de nouvelles branches d'analyse; et, sans rien diminuer du mérite qu'ont certainement les échappemens modernes et les pendules de compensation, on peut penser que les nouveaux calculs exigeoient au moins autant de génie; et, cependant, qui jamais s'est plaint que Newton fût et demeurât le prince des géomètres?

Nous avons déjà dit qu'en composant son Histoire

De la mesure du temps, F. Berthoud s'étoit proposé de rendre chaque invention à son véritable auteur, et de discuter les droits de chacun à notre reconnoissance. Personne ne pouvoit mieux remplir cette tâche que l'horloger habile et savant qui avoit fait une étude particulière de toutes ces inventions, en consultant les monumens de toute espèce. Mais en plaidant la cause des artistes, ne s'est-il pas trop livré au desir de les faire valoir ? Sans la mécanique, nous a-t-il dit, l'astronomie seroit encore dans l'enfance. S'il a voulu dire que l'astronomie ne peut se passer d'instrumens, certes il a grand raison, mais n'auroit-il pas dû ajouter que tous les instrumens dont elle fait usage, ont été inventés par les astronomes, et quelquefois exécutés par eux ? Comment les artistes auroient-ils pu imaginer des machines dont ils ignoroient la destination et les usages ? Est-il un seul instrument de quelqu'importance, dont l'idée ne soit due à un astronome ou à un géomètre ? On trouve dans Ptolémée celle des quarts de cercle, des secteurs, et même des équatoriaux perfectionnés depuis par Tycho et Cassini : la lunette méridienne est due à Roemer ; la première lunette appartient à Galilée ; le premier télescope à Newton. Newton et Hadley nous ont donné les instrumens à réflexion ; l'application des lunettes aux instrumens est de Picard, les micromètres sont de Picard, Auzout, Hugens, Gascoigne, Flamsteed et Bouguer ; quand Flamsteed voulut placer un grand mural à Greenwich, il ne voulut s'en fier à aucun artiste, il le divisa même. Mayer etlui-

Borda nous ont mis en possession du cercle répétiteur. Nous avons vu les services rendus à l'horlogerie même par Hugens. Avant lui, Tycho avoit tenté d'employer les horloges de son temps aux observations astronomiques ; elles étoient trop imparfaites et trop irrégulières. On trouve dans l'astronomie mécanique de Tycho le germe des idées si heureusement perfectionnées par Ramsden, dans son cercle azimutal et vertical. Il est bien certain que les grands artistes ont singulièrement amélioré l'exécution, les mouvemens et les divisions de tous les instrumens ; mais ces divisions mêmes sont dues à Nonius et Vernier, qui étoient des savans et non des artistes. Il est donc bien plus vrai de dire que sans les astronomes, toute cette partie de la mécanique, ou n'existeroit pas, ou seroit restée dans l'enfance.

Si la prédilection pour son art, si un enthousiasme sans lequel il n'y auroit pas de vrais artistes, a, dans cette occasion, entraîné Berthoud au-delà des bornes, nous n'en ferons pas même la matière du plus léger reproche. Cette petite injustice est tout à fait sans conséquence ; elle ne diminue en rien la gloire d'Hugens, ni même celle de F. Berthoud.

Cette même passion lui a dicté un autre jugement dont il est permis d'appeler. Il s'agit du problême des longitudes. En comparant les méthodes purement astronomiques à celles qui emploient, comme moyen subsidiaire, les horloges marines, il donne hautement la préférence à ces dernières. Nous ne voulons rien exclure, les montres peuvent rendre et ont déjà rendu à la

navigation et à la géographie les plus éminens services. Qui, plus que les astronomes, est convaincu de cette vérité ? Mais sans les astronomes, qui connoîtroit le mérite de ces montres ? N'est-ce pas l'astronomie qui les règle, qui en fait connoître la marche, qui fournit les objets de comparaison en donnant l'heure et la latitude du vaisseau, sans quoi le problème ne seroit pas même à moitié résolu ? Les montres sont très-utiles sans doute, surtout dans les petites différences de méridiens, que les moyens ordinaires ne feroient pas connoître avec la même précision ; mais pourroit-on se fier long-temps à leur exactitude, si l'astronomie ne donnoit, dans toutes les relâches connues, les moyens de rectifier les écarts des horloges ? La marche passée de ces machines est-elle un indice bien sûr de leur marche future ? au lieu qu'avec un sextant et une montre d'une bonté si médiocre qu'elle n'est plus un mérite aujourd'hui, l'astronome connoîtra toujours sa position avec plus d'exactitude que la meilleure horloge n'en peut donner au bout seulement de deux mois. Que le mérite d'un art très-estimable, que la perfection inespérée qu'on a su lui donner, ne nous rendent pas injustes envers une science qui a rendu des services encore plus grands. N'isolons pas des talens qui se doivent mutuellement des secours précieux.

Que deviendroient les sciences en général, si chacune vouloit retirer les secours qu'elle prête aux autres ? Sans exagérer le mérite des montres, avouons qu'elles sont un des instrumens les plus précieux à la naviga-

tion et à la géographie ; faisons les concourir aux travaux de l'astronomie, dont ces machines ne pourroient absolument se passer ; et parmi les noms les plus heureux promoteurs de cette partie si utile à nos connoissances, proclamons le nom de l'artiste vraiment distingué dont la perte cause aujourd'hui nos regrets.

M. Berthoud sans cesse occupé de ses travaux et de ses projets, vivoit en solitaire. Il étoit naturellement sérieux ; mais dans les circonstances rares où il se livroit à la société, il oublioit entièrement ses idées de mécanique, et montroit une gaité franche.

Sa vie étoit uniforme et réglée.

En 1767 il avoit acquis un bien à Groslay, vallée de Montmorenci ; et depuis cette époque il y passa les trois quarts de l'année. Là, par sa bienfaisance, il se concilia l'estime et l'attachement de ses voisins. Il avoit établi dans sa maison des secours contre les incendies, que pouvoient réclamer en tout temps tous ceux qui étoient à portée d'en profiter.

Humain et compâtissant, il se montra le meilleur des maîtres, et le prouva par les soins qu'il prit de ses domestiques, et surtout d'une jardinière infirme et paralytique.

En janvier 1807, il fut attaqué d'une hydropisie de poitrine qui ne l'empêcha pas de conserver, jusqu'au dernier jour, ses facultés intellectuelles et son goût pour les arts. Deux jours avant sa mort, qui arriva le 20 juin, il s'occupoit encore du plan d'une montre.

Peu de mois auparavant il avoit publié un supplément

à son *Traité des horloges à longitudes*. Sa vie fut pleine, heureuse, longue et tranquille, et sa mémoire doit être chère aux amis des arts et de l'humanité.

Il n'a pas laissé d'enfans, quoique marié deux fois : la première, en 1764, à mademoiselle Chatri, de Caen ; la seconde, en 1782, à mademoiselle du Moustier, de Saint-Quentin.

Il a été remplacé à l'Institut par M. Sané, inspecteur général du génie et de l'administration maritime.

RAPPORT

Sur un sextant à réflexion de la construction de M. Lenoir,

Par M. Burckhardt.

Lu le 13 mars 1809.

La classe nous a nommés, M. Bouvard et moi, pour lui rendre compte d'un sextant à réflexion de la construction de M. Lenoir.

Dans tous les instrumens à réflexion on mesure la distance angulaire de deux objets en faisant coincider l'image directe du premier objet avec l'image réfléchie du second. Comme on voit les deux objets dans la même lunette, un léger mouvement de l'observateur ne mettra aucun obstacle à la mesure de l'angle, qui ne dépend que de la coincidence de deux images; de là l'utilité de ces instrumens en mer. Dans les derniers temps M. de Zach a répandu leur usage sur terre : en effet on les transporte et on les vérifie facilement; on peut observer à cheval ou sur un arbre, et toujours plus promptement et avec moins de danger que lorsqu'un ingénieur est obligé de déployer un pied.

Les cercles de réflexion ont plusieurs avantages sur les sextans; mais les artistes anglais ayant beaucoup

perfectionné les sextans, M. Lenoir, par une rivalité louable, en a voulu construire. Celui qu'il a présenté en même temps à la classe est de M. Berge, successeur de Ramsden. Il se distingue des autres constructions par une espèce de toit fixé au-dessus des miroirs, et destiné à les défendre contre des chocs accidentels. Ce toit reçoit en même temps le bout de la vis qui sert à hausser ou à baisser la lunette, ce qui contribue à conserver le parallélisme de la lunette avec le plan du sextant. Nous ignorons si M. Berge est l'inventeur de cette addition utile, ou si on la doit à un autre artiste. M. Lenoir en a su tirer un parti avantageux en y fixant deux petits cylindres auxquels on suspend un niveau à crochets. Les points de suspension ont une vis de correction de même que le niveau, qu'on peut corriger par le retournement comme on corrige celui d'une lunette méridienne. La ligne qui passe par les points de suspension sera alors horizontale; si elle étoit en même temps parallèle à l'axe optique de la lunette, cet axe seroit horizontal aussi, et il suffiroit, pour mesurer la hauteur d'un astre, de faire coincider son image réfléchie avec le fil horizontal de la lunette, lequel, dans cette supposition, marque l'horizon vrai.

Le parallélisme de la ligne des points de suspension avec l'axe optique, se vérifie par le *renversement*, que le petit volume de l'instrument rend facile. En répétant cette opération et en corrigeant chaque fois la moitié de l'erreur par la vis de correction des points de suspension, on peut obtenir le parallélisme parfait;

mais il nous paroît plus simple d'observer la hauteur d'un objet terrestre assez éloigné et peu élevé, dans les deux positions de l'instrument. La différence de deux hauteurs donnera l'erreur totale de l'instrument, composée de l'erreur de collimation et du défaut de parallélisme de l'axe optique avec les points de suspension. Il s'en suit qu'en appliquant un tel niveau à un cercle de réflexion, comme M. Lenoir l'a fait, une observation croisée donnera la hauteur double de l'astre. On voit aussi qu'on peut supprimer la vis de correction et rendre les points de suspension absolument fixes, afin d'empêcher qu'ils ne puissent varier par le transport de l'instrument : ce qui nous paroît préférable; car l'erreur sera constante et bien connue, au lieu d'être sujette à varier. Du reste il est facile de se passer de vérifications en observant des étoiles du côté du nord et du côté du midi. Nous conseillons aussi de ne pas choisir des étoiles trop près du zénith, et dont les observations seroient trop affectées par l'erreur commise sur la verticalité du plan du sextant.

Cette idée nous paroît nouvelle, quoiqu'on ait déjà appliqué un niveau aux sextans; mais ce niveau étoit fixe et ne devoit servir qu'en mer, lorsque l'horizon naturel n'étoit pas visible; ce but avoit exigé le choix d'un niveau très-peu sensible, et malgré cela il paroît que l'idée n'a pas réussi. Le nouveau mécanisme est susceptible de toute exactitude, et sera très-utile aux voyageurs, en leur permettant de déterminer leur latitude et leur temps par le moyen des étoiles. Il est vrai

qu'on peut observer les belles étoiles avec un horizon artificiel de mercure; mais ces observations sont et plus difficiles et moins exactes que celles du soleil, le milieu du champ de la lunette ne pouvant se distinguer pendant la nuit qu'à l'aide du clair de la lune ou du crépuscule; ce qui affoiblit d'un autre côté l'éclat des étoiles. Avec le nouveau mécanisme l'observation devient très-facile et souvent plus exacte; car on peut facilement éclairer les fils de la lunette en tenant une lumière derrière le petit miroir, et en affoiblissant son éclat par les différens verres colorés destinés pour le soleil.

Nous allons ajouter quelques mots sur le pied, qui consiste en une colonne verticale portant un axe perpendiculaire au plan du sextant, et un autre qui lui est parallèle. On peut encore incliner le sextant au système de ces deux axes au moyen d'une charnière et d'une vis. Enfin la colonne étant elle-même creuse et recevant un cylindre solide, fournit un quatrième mouvement; et comme on peut encore mouvoir le pied en entier, on a bien plus de mouvemens qu'il n'en faut; ce qui en rend l'usage très-commode. Chez M. Berge, la colonne est vissée sur la boîte, et les mouvemens sont à frottement. L'usage du niveau forçoit d'employer une vis sans fin engrainant à volonté dans un disque taraudé parallèle au plan du sextant; ce qui nous paroît en général préférable à un mouvement à simple frottement. M. Lenoir a vissé la colonne sur un trépied muni de ces trois vis de correction, soit pour caler la colonne,

soit pour pouvoir donner un mouvement lent à la bulle du niveau. Nous sommes d'accord avec l'artiste sur la nécessité de ces trois vis; mais nous croyons qu'on peut s'épargner le trépied, en attachant les écrous de ces trois vis à la boîte. Si l'on craint que ces écrous ne gênent ou ne se gâtent par le transport, il sera facile de les attacher de manière qu'on puisse les ôter à volonté et les renfermer dans la boîte. Le trépied a exigé l'emploi d'une seconde boîte qui dégoûtera probablement la plupart des voyageurs, toujours bornés par l'espace; mais on voit qu'on peut s'en passer. Enfin nous croyons qu'une vis fixée à la colonne, et s'appuyant contre le disque taraudé, seroit utile, soit pour donner au sextant la position verticale, soit pour l'y maintenir, et rien n'empêche d'ajouter cette vis.

Les divisions du sextant anglais sont tracées sur un limbe d'argent. Ce métal étant plus uniforme que le cuivre, permet des divisions un peu plus fines, et on distingue mieux les traits noirs sur un fond blanc que sur un fond jaune. M. Lenoir n'a pas voulu adopter cet usage, à cause de la différente dilatation du cuivre et de l'argent. Il est vrai que le limbe de cuivre est bien plus épais que celui d'argent, et que les expériences de Bouguer sur le limbe de cuivre d'un quart de cercle en fer, peuvent affoiblir cette crainte; néanmoins les deux cas ne sont pas parfaitement semblables, et l'expérience seule peut décider.

Différentes étoiles observées à l'École militaire ont donné des résultats très-satisfaisans : les différences

alloient à une demi-minute, et elles auroient été probablement moindres si le local avoit été plus stable.

Le nouveau mécanisme de M. Lenoir ne complique nullement la construction des instrumens à réflexion, et n'augmente leur prix que de peu de chose; il étendra l'usage de ces instrumens à un genre d'observations trop difficile avec les moyens actuels, et par cela même presque totalement négligé. Il nous semble donc qu'il mérite l'approbation de la classe.

NOTE SUR LE RAPPORT PRÉCÉDENT.

Le rapport précédent m'a engagé à examiner une autre application du niveau aux instrumens à réflexion, qui me paroît plus avantageuse. Dans la construction de M. Lenoir, l'image de l'étoile n'arrive au fil horizontal de la lunette qu'après une double réflexion par le grand et par le petit miroir. Cette image est donc fort affoiblie, et au point que, pour une étoile de troisième grandeur, on ne peut plus éclairer suffisamment les fils de la lunette. Cet inconvénient disparoît en plaçant la lunette comme dans nos anciens quarts de cercle, de manière que son axe optique soit parallèle au rayon qui passe par le point zéro de la division. Pour cet effet il suffira de fixer un écrou sur l'alidade du grand miroir, ayant le même pas que l'écrou qui reçoit ordinairement la lunette des sextans. Une cheville fixée sur cet

écrou, et contre lequel s'arrêtera une autre cheville fixée dans la lunette, empêchera qu'on ne puisse la visser tantôt un peu plus, tantôt un peu moins, ce qui dérangeroit la position du fil horizontal.

Les cylindres, auxquels on suspendra le niveau, seront posés sur la face non divisée, et de manière que la ligne passant par ces deux points soit parallèle au rayon mené par le commencement de la division.

L'instrument donnera la hauteur double; ce qui diminue les erreurs de division de moitié.

De cette manière on réunira un instrument de réflexion avec un instrument ordinaire. Il est vrai qu'on ne pourra observer que jusqu'à 60 degrés; mais cela peut suffire, et des plus grandes hauteurs exigent un grand soin sur la perpendicularité du plan. D'ailleurs beaucoup d'artistes, et entre autres un des plus habiles, Trougthon, préfèrent les quarts de cercle de réflexion aux sectans, afin de pouvoir observer la distance d'un astre au point le plus éloigné de l'horizon, lorsque le point le plus proche est caché par les brumes.

Avec un instrument ainsi disposé on pourra observer jusqu'aux étoiles de sixième grandeur : il sera donc facile de choisir des étoiles ayant la même hauteur, l'une du côté du midi, l'autre du côté du nord; ce qui donnera la latitude juste, quand même il y auroit une erreur de division à cet endroit du limbe, comme plusieurs astronomes l'ont éprouvé.

Dans les cercles de réflexion on peut employer la manière d'observer que je propose, sans y faire le moindre

changement dans sa construction, la lunette étant placée sur l'alidade du petit miroir, et par conséquent mobile autour du centre de l'instrument. Il est clair que les points de suspension du niveau ne doivent plus se trouver sur cet alidade, mais sur le plan du cercle même, et parallèle à un rayon mené par le commencement de la division. Comme l'alidade du grand miroir ne sert plus du tout, on peut y fixer les points de suspension du niveau ; ce qui permettroit de prendre pour commencement de la division un degré quelconque du limbe, et par conséquent d'observer la hauteur d'un astre sur tous les points du limbe, et d'éviter une erreur constante de division qui peut avoir lieu lorsqu'on observe un astre toujours au même point du limbe. On pourroit aussi avoir une lunette séparée pour ce genre d'observation ; ce qui permettroit de lui donner plus de longueur, et d'éviter que les rayons de lumière traversent la partie non étamée du petit miroir.

Il me semble donc que la construction que je propose réunit les trois avantages suivans : 1°. de ne pas affoiblir l'éclat des astres ; 2°. d'éviter les erreurs que les défauts des miroirs peuvent produire ; 3°. de réduire l'erreur de division à moitié, en donnant la hauteur double.

NOTA. Nous avons dit dans le rapport « que le pied avoit plus de mouvemens qu'il n'en faut » : il est évident qu'il n'est pas ici question du mouvement particulier où l'on renverse le sextant sans dessus-dessous, afin d'éviter qu'un astre trop peu lumineux ne soit affoibli davantage par la réflexion des miroirs. M. Lenoir avoit exécuté anciennement un pied susceptible de ce mouvement, et qui se trouvoit alors dans son atelier, mais il m'a paru que le volume et le prix de ce pied sont tels qu'ils ne conviendront qu'à peu de voyageurs.

ANALYSE

Des travaux de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut, pendant l'année 1808.

PARTIE PHYSIQUE.

Par M. Cuvier, secrétaire perpétuel.

Au commencement de cette année, la classe a eu l'honneur de présenter à l'Empereur un tableau de l'histoire des sciences depuis 1789, dont S. M. I. a ordonné l'impression, et qui va bientôt paroître. Les rédacteurs de cet ouvrage, en s'aidant des lumières des membres de la classe, et en consultant plusieurs savans étrangers à l'Institut, ont cherché à tracer avec vérité et simplicité les immenses progrès que l'esprit humain a faits dans la connoissance de la nature pendant ces vingt années, où la guerre, les dissensions intestines et les passions aveugles, qui troubloient tous les états et toutes les têtes, sembloient devoir interrompre les recherches paisibles et arrêter toutes les découvertes.

Ce tableau historique nous servira désormais de point de départ, et nos rapports annuels en seront autant de continuations.

Nous ne devons, il est vrai, traiter dans ces analyses que des matières qui ont été agitées dans nos séances;

mais dans les relations actives où nous nous trouvons avec la plupart de ceux qui cultivent les sciences, il est bien difficile qu'il se fasse en Europe quelque découverte importante sans que le bruit en retentisse promptement dans cette enceinte, et nous excite à des travaux qui s'y rapportent plus ou moins directement.

CHIMIE.

LA CHIMIE nous a offert cette année, dans l'histoire de la décomposition des alcalis, un exemple frappant de cette émulation qui anime les savans des diverses contrées. A peine eut-on appris en France la belle découverte de M. Davy, sur le changement que la potasse et la soude éprouvent par l'action de la pile de Volta, que deux de nos jeunes chimistes, M. Gay-Lussac, membre de la classe, et M. Thenard, professeur au collége de France, tentèrent de produire le même effet par les affinités ordinaires, et y parvinrent au moyen d'un appareil ingénieusement imaginé.

Ayant traité la potasse et la soude par le fer, et dans un tube de fer recourbé et exposé à un violent coup de feu, ils obtinrent aussi abondamment qu'ils le voulurent, et purent examiner avec tout le détail désirable, ces substances de couleur et d'éclat métallique dont la pile ne pouvoit donner que des parcelles.

La substance que fournit la potasse ressemble au plomb, se pétrit dans les doigts comme la cire, se coupe très-aisément, et pèse un dixième et quelque chose de moins que l'eau; elle brûle sur l'eau avec explosion,

en décomposant ce liquide, et redevient de la potasse caustique très-pure ; elle s'allie à divers métaux et substances combustibles, et se fond à 58 degrés du thermomètre centigrade. La substance fournie par la soude est moins fusible et moins combustible ; mais, par une singularité très-remarquable, quand on l'allie avec celle de la potasse, ce mélange devient si fusible qu'il faut l'exposer à la gelée pour le rendre solide, et alors, loin d'être mou comme ses deux composans, il devient dur et fragile.

C'est en chimie surtout qu'une découverte en produit promptement une autre ; car chaque fois qu'un chimiste obtient un corps nouveau, il se procure un nouvel agent propre à scruter plus profondément la nature de tous les autres corps.

MM. Thenard et Gay-Lussac ne possédèrent pas plutôt ces matières extraordinaires, qu'ils voulurent voir si elles ne les aideroient point à décomposer les substances qui ne l'ont point encore été. Ils les appliquèrent entre autres à l'acide fluorique et au boracique, et réussirent à mettre à nu le radical de ce dernier, que les chimistes cherchoient en vain depuis l'introduction de la nouvelle théorie.

C'est un corps brun-verdâtre, fixe, insoluble dans l'eau, qui n'a point de saveur et n'altère point les bleus végétaux, qui brûle de lui-même à l'air et dans l'oxygène, et s'y change d'abord en un oxide noir, et ensuite en véritable acide boracique.

Les auteurs de la découverte lui donnent le nom de

bore, analogue à celui de *phosphore*. On dira donc *acide borique*, comme *acide phosphorique*, et les sels où entre cet acide, continueront à s'appeler *borates*.

Ainsi la doctrine chimique a été complétée dans plusieurs de ses points les plus capitaux par les travaux de cette année.

Si nous avons évité de donner le nom de *métal* aux corps que fournissent les alcalis, c'est pour ne point choquer l'opinion de quelques personnes qui les regardent encore comme des combinaisons d'alcalis et d'hydrogène; mais on ne peut tarder d'être d'accord à cet égard.

On nous annonce aussi beaucoup d'expériences nouvelles de M. Davy, sur la barite et sur d'autres terres; mais nous n'osons encore en donner le résumé, de peur qu'il ne soit point assez exact.

Un autre travail étranger a également occasionné en France des expériences d'autant plus importantes qu'elles sont applicables à de grands phénomènes de la nature. Nous voulons parler de la fusion que le chevalier Hall, d'Édimbourg, a fait subir à diverses substances dans des vaisseaux clos qui ne pouvoient se rompre, fusion dont les résultats ont été fort différens de ceux qui se seroient manifestés à l'air libre. Au lieu de se vitrifier, la plupart de ces matières ont conservé l'apparence terreuse : la craie, au lieu de se calciner, a pris le tissu cristallin de marbre blanc; le bois, la corne, se sont changés en une sorte de houille, etc.

M. Hall avoit entrepris ses expériences dans la vue de

confirmer la théorie de la terre de Hutton, selon laquelle notre globe auroit été exposé à une chaleur violente jusque dans ses entrailles les plus profondes.

M. de Drée a exécuté en France, et fait connoître à la classe une série d'expériences analogues, faites pour éclairer des phénomènes plus certains et des idées moins hypothétiques. Considérant que le foyer des volcans est placé à une grande profondeur et loin de tout accès de l'air, il a pensé que des fusions en vaisseaux clos, et sous une pression irrésistible, seroient propres à les imiter, et par conséquent à en expliquer les effets. Ayant donc traité ainsi des roches à base de trap et de pétrosilex, il a fait voir qu'elles prennent toute l'apparence des laves pierreuses, et que les cristaux de feldspath engagés dans ces roches n'y sont point altérés : ce qui explique le fait singulier de tant de cristaux très-fusibles contenus dans les laves; fait qui rendoit douteux que celles-ci eussent jamais été fondues.

Les journaux ayant annoncé il y a quelque temps que l'on fait en Angleterre plusieurs emplois utiles du zinc laminé, on a réclamé avec raison l'idée de ce laminage pour des Français. C'est feu Macquer et M. Sage l'un de nous, qui l'ont pratiqué les premiers il y a fort longtemps en faisant chauffer le métal; mais ce qui paroît nouveau, du moins en France, c'est l'art de convertir par la simple sublimation la calamine ou oxide de zinc en métal assez pur pour être laminable. MM. Dony et Poncelet, y sont parvenus récemment dans le département de l'Ourthe, et le minerai leur donne un tiers de

son poids de métal. On substituera pour un grand nombre d'usages ce zinc laminé au plomb qui est beaucoup plus cher.

Une autre application de la chimie qui n'est pas moins intéressante pour la société, est celle de préparer avec le bois un acide acétique aussi pur que le vinaigre radical. Cet art que M. Mollerat pratique depuis quelque temps dans le département de la Côte-d'Or, tient à la découverte récemment faite par MM. Fourcroy et Vauquelin, que l'acide appelé *pyroligneux*, qui résulte de la distillation du bois, n'est que de l'acide acétique mêlé de quelques substances étrangères. En le débarrassant de celles-ci, M. Mollerat se procure un acide qu'il emploiera avec avantage pour les vinaigres aromatiques, mais que son goût un peu âcre empêchera peut-être de substituer sur les tables au vinaigre ordinaire. Quant à l'emploi du vinaigre dans la teinture, il y a déjà du temps qu'il a cédé à celui de l'acide du bois, substitution d'autant plus heureuse que le bois qu'on distille donne en même temps autant de charbon que par tout autre procédé de carbonisation et beaucoup de goudron.

L'interruption du commerce des colonies, excite plus que jamais nos savans à tirer parti des productions de notre sol, pour suppléer à celles des pays chauds ; nous avons rendu compte dans le temps des travaux par lesquels M. Proust, correspondant de la classe en Espagne, est parvenu à extraire du raisin un sucre cristallisable comme celui de la canne, mais un peu moins sucré, et ne prenant jamais la même consistance ; aussi l'auteur

croit-il qu'il est plus avantageux à employer sous cette forme mielleuse appelée moscouade, que sous celle de sucre cristallisé.

M. Parmentier, notre confrère, a publié récemment une instruction populaire, sur l'art de tirer du moût ou jus de raisin, un sirop qui peut remplacer le sucre dans plusieurs de ses emplois; et il a présenté à la classe des échantillons de ce sirop dont on fabrique déjà d'assez grandes quantités dans nos provinces méridionales; cette sorte de fabrication devient d'autant plus avantageuse, qu'à la cherté du sucre se joint en ce moment le bon marché des vins que la guerre empêche d'exporter. Les raisins méridionaux naturellement plus doux, donnent plus de sucre à proportion, mais il faut partout enlever au moût une quantité plus ou moins considérable de tartre ou d'autres acides, ce qu'on fait par le moyen de la cendre lessivée. C'est cette soustraction qui distingue ce nouveau sirop des raisinés ordinaires, et qui constitue l'essence de la découverte.

Pour revenir à la chimie générale, nous rappellerons que M. de Morveau cherche depuis bien du temps un instrument propre à mesurer les hauts degrés de chaleur, et que nous avons quelquefois rendu compte de ses différens essais. Il a lu cette année à la classe une histoire complète des tentatives faites avant lui par les physiciens, les chimistes et les manufacturiers, tous également intéressés à posséder cette mesure; il a apprécié les moyens employés par Newton, par Musschenbroeck, par Mortimer, et surtout par

Wedgwood, à qui il rend plus de justice qu'on ne le faisoit en France; il a même rendu compte des expériences sur la dilatabilité des métaux, faites par les physiciens et par les horlogers, dans la vue de construire des pendules à compensation; enfin il a décrit un instrument de son invention assez délicat pour faire apercevoir des changemens de longueur d'une petite barre métallique, qui ne vont pas à un treize millième. Il n'y a en effet qu'une telle barre, quand surtout on la construit en platine, qui soit à la fois assez dilatable et assez inaltérable au feu pour servir de pyromètre; mais la grande difficulté, c'est de la placer sur une échelle qui ne se dilate point, sans quoi l'on ne peut savoir de combien elle a varié. C'est ce but que M. de Morveau espère atteindre, et auquel tendent encore toutes les peines qu'il se donne.

M. Gay-Lussac vient tout récemment de développer une belle loi de chimie générale sur la proportion du métal qui entre dans chaque sel métallique, et sur celle de l'oxigène nécessaire pour son oxidation. Il a prouvé que le métal qui en précipite un autre d'une dissolution acide, trouve dans le métal précipité tout l'oxigène qui lui est nécessaire pour s'oxider, et se dissoudre en quantité telle que la dissolution soit neutralisée au même degré. La quantité de l'oxigène reste donc constante, quelle que soit la quantité nécessaire de chaque métal; l'acide est donc, dans chaque sel, proportionnel à l'oxigène de l'oxide, et il faut d'autant plus de chaque métal pour saturer, que ce métal a moins besoin d'oxigène

pour s'oxider. Cette loi donne un moyen bien simple de déterminer la composition de tous les sels métalliques, car il suffit de connoître la proportion de l'acide dans un sel de chaque genre, pour la connoître dans tous, et une seule analyse dispense de toutes les autres. On aime toujours à voir se multiplier dans les sciences expérimentales ces moyens simples d'arriver à la précision, et de se rapprocher des sciences mathématiques.

M. Darcet, digne fils de l'un de nos confrères, a appliqué ces méthodes rigoureuses à l'analyse des alcalis, et prouvé que la soude et la potasse, préparées à l'alcool, et chauffées jusqu'au degré où elles commencent à s'évaporer, retiennent cependant encore de l'eau près d'un tiers de leur poids.

Personne n'ignore à quel point le domaine de la chimie animale a été aggrandi par les travaux communs de MM. Fourcroy et Vauquelin. Ces deux savans chimistes ont encore donné cette année deux mémoires importans sur ce sujet, dont l'un traite du *mucus animal*, et l'autre de l'*urée*.

Le *mucus animal* transsude de toutes les membranes qui tapissent celles des cavités du corps qui communiquent avec l'extérieur ; comme les narines, la trachée, les intestins et la vessie. Il diffère de l'albumine qui fait la base du blanc d'œuf, parce que les acides le coagulent au lieu de le dissoudre, et que le feu au contraire ne le coagule pas. Il diffère de la gélatine, parce qu'il ne se dissout pas en si grande quantité dans l'eau, et qu'il ne forme point de gelée, mais reste visqueux et filant,

tant qu'il n'est pas desséché : c'est le mucus endurci et mêlé d'une matière grasse qui forme les cheveux, les ongles et l'épiderme.

L'*urée* est cette matière colorante dissoute dans l'urine, et qui fait un des principaux caractères de ce liquide : plus riche en azote qu'aucune autre substance animale, elle paroît essentiellement destinée à débarrasser le corps animal de la surabondance de cet élément. Nos deux chimistes, occupés depuis long-temps de l'étudier, ne sont parvenus que depuis peu à l'avoir dans toute sa pureté ; et ils ont en conséquence fait un exposé nouveau des propriétés qu'ils lui ont reconnues dans cet état.

C'est ici que nous pourrions parler des expériences de M. Chevreuil sur l'indigo ; de celles de M. Thenard concernant l'action des acides végétaux sur l'alcool, et de l'analyse d'une substance animale trouvée dans une grotte, par M. Laugier ; mais, ces travaux compliqués et pénibles ne conduisant encore à aucun principe général propre à être inséré dans un rapport tel que celui-ci, nous sommes obligés de renvoyer aux mémoires mêmes, qui ont paru dans les *Annales de chimie*, ou dans celles du *Muséum d'histoire naturelle*.

Anatomie.

Parmi les objets d'Anatomie qui ont occupé la classe, il en est peu d'aussi intéressans que le *Mémoire sur la structure du cerveau et du système nerveux*, qui lui a été présenté par MM. Gall et Spurzheim, médecins de

Vienne en Autriche; ces deux anatomistes y considèrent l'organe cérébral d'une manière très-différente, et, en beaucoup de points, plus exacte et plus féconde que celle qui est adoptée dans les écoles. Selon eux, la *substance cendrée* communément appelée *corticale* est l'organe d'où sortent les filets nerveux lesquels constituent la substance blanche ou *médullaire*. Partout où la substance cendrée existe il naît de ces filets, et elle existe partout où il en naît. La moëlle de l'épine n'est pas un faisceau de nerfs descendant du cerveau; au contraire les nerfs appelés cérébraux se laissent suivre jusqu'à la moëlle alongée ou épinière. Le cerveau et le cervelet ne sont eux-mêmes que des développemens de faisceaux venus de la moëlle allongée de la même façon que les nerfs en viennent; le cerveau en particulier tire son origine des faisceaux appelés éminences pyramidales, lesquels s'entrecroisent en sortant de la moëlle alongée, allant chacun vers le côté opposé à celui d'où il part; se renflent une première fois en traversant le pont de varole, une deuxième en traversant les tubercules appelés couches optiques, une troisième dans ceux qu'on nomme corps cannelés, toujours par des filets médullaires que la matière grise contenue dans ces trois parties ajoute à ceux que les faisceaux possédoient primitivement, et qui s'y joignent par des angles aigus, et en montant. Le cervelet vient des faisceaux nommés *processus cerebelli ad medullam*, ou autrement *corps restiformes*, lesquels se renforcent, mais une seule fois, par des filets que leur fournit la matière grise de ce que l'on nomme le *corps*

ciliaire. Ces deux paires de faisceaux, après s'être renforcées et élargies, après avoir pris par conséquent une direction divergente, finissent par s'épanouir chacune en deux grandes expansions, recouvertes partout en dehors de matière grise, qui mérite seulement le nom de *corticale*; et ces expansions plissées de diverses manières forment ce que l'on nomme les *hémisphères du cerveau*, les *lobes* et le *processus vermiforme du cervelet.* De toute leur étendue naissent d'autres filets médullaires qui, des deux côtés du cerveau et du cervelet, convergent vers la ligne moyenne, où les filets d'un côté s'unissent à ceux de l'autre, et forment ce que l'on nomme les *commissures.* Le *corps calleux*, la *voûte* et ses appartenances forment la plus grande des commissures du cerveau. Ce que l'on nomme *commissure antérieure* est particulièrement celle qui joint les lobes moyens. La commissure du cervelet se compose des couches transversales du *pont de varole.* Chacune des paires de faisceaux qui forment les nerfs ont également des commissures qui servent à en réunir les deux parties. Quand on a enlevé ou déchiré les fibres convergentes qui se rendent au corps calleux, et qui tiennent lieu de plafonds aux ventricules latéraux, il ne reste sous la substance grise qu'une partie médullaire composée des origines de ces fibres convergentes et des extrémités des fibres divergentes qui viennent de la moëlle alongée; et loin que l'amas de toutes ces fibres forme une masse solide, comme on l'avoit cru jusqu'à présent, il y a toujours au milieu de chaque circonvolution du cerveau et du cervelet une solution de conti-

nuité; et avec du soin l'on peut déplisser cette portion de la substance blanche ou médullaire, comme on déplisseroit la substance cendrée si elle étoit seule.

Les commissaires de la classe, après avoir examiné avec le plus grand soin, et sur la nature même, les propositions de MM. Gall et Spurzheim, ont donné leur assentiment à presque toutes celles qui ne dépendent que de l'inspection anatomique; ils ont même fait voir que plusieurs de ces observations avoient déjà été faites par des auteurs plus anciens, mais que le commun des anatomistes n'y avoit point donné assez d'attention : le seul point de fait qu'ils aient contesté est la possibilité de déplisser le cerveau sans rien rompre : il leur a semblé qu'il y a tout au plus une cohésion moindre dans le milieu de chaque circonvolution; mais ils n'ont pu y voir de solution absolue de continuité.

Après avoir rendu aux deux anatomistes de Vienne la justice qui leur étoit due par rapport à leurs découvertes anatomiques, les commissaires ont cru également de leur devoir de prévenir le public qu'il n'y a aucun rapport direct, aucune liaison nécessaire entre ces découvertes et la doctrine enseignée par M. Gall, sur les fonctions particulières aux différens lieux du cerveau, ainsi que sur la possibilité de conjecturer, d'après le volume de chacun de ces lieux, les dispositions intellectuelles et morales des individus. « Tout ce que nous avons examiné touchant la structure du cerveau (disent-ils en » terminant leur rapport), pourroit également être vrai » ou faux, sans qu'il y eût la moindre chose à en con-

» clure pour ou contre cette doctrine, laquelle ne peut » être jugée que par des moyens tout différens. »

M. Duméril, professeur à la faculté de médecine de Paris, a présenté un mémoire d'anatomie où il considère sous des rapports nouveaux les os et les muscles du tronc de l'homme et des animaux.

Après avoir comparé les vertèbres entre elles dans les différentes régions de l'épine et dans les différentes classes d'animaux, il cherche à faire voir que la tête, en ce qui concerne ses mouvemens, peut être regardée comme une vertèbre très-développée; non qu'il veuille dire que la tête soit une vertèbre, ce qui seroit absurde, mais seulement que les facettes par lesquelles la tête s'articule, ont de la vraisemblance avec les apophyses articulaires des vertèbres; que les saillies qui donnent attache aux muscles de la tête, en ont avec les apophyses épineuses et transverses des vertèbres, et que les muscles qui se rendent de quelque partie de l'épine à la tête, sont analogues avec ceux qui vont d'une partie de l'épine à une autre. Après avoir montré ces ressemblances dans l'homme, M. Duméril les suit dans les autres animaux, et fait voir que toutes les fois qu'il y a quelques variations dans les liaisons des parties de l'épine entre elles, il y en a de correspondantes dans celles de l'épine avec la tête.

Passant à l'examen des muscles qui agissent sur les côtes, M. Duméril montre que, quelles que soient les variations des côtes dans les divers animaux, il y a toujours à peu près les mêmes muscles, lesquels seulement,

quand ils ne trouvent point du tout de côtes pour s'y insérer, s'attachent aux apophyses transverses des vertèbres, alors ordinairement plus grandes : d'où l'auteur conclut entre les côtes et les apophyses transverses, et même la crète des os des isles, une ressemblance de connexions et de fonctions du même ordre que celle qu'il a établie entre la tête et les vertèbres.

Il fait à ce sujet une réflexion dont toute l'organisation existante nous démontre la vérité.

« La nature (dit-il) a des moyens trop féconds pour » avoir besoin d'en être prodigue; elle ne passe à une » combinaison secondaire qu'autant que son type primi- » tif et ses modifications deviennent insuffisans, et ja- » mais elle n'ajoute un organe que lorsque de nouvelles » circonstances exigent de plus grands efforts et des » moyens plus puissans. »

C'est ce principe qui fait la base de l'anatomie comparée; c'est lui qui a donné naissance, non seulement à la partie de cette science qui compare entre elles les espèces différentes, mais encore à cette autre partie plus nouvelle et non moins curieuse, qui compare entre eux les différens organes d'une même espèce. Viq-d'Azyr avoit déjà donné un exemple de cette seconde partie dans son *Mémoire sur les rapports des membres antérieurs et postérieurs :* M. Duméril en donne ici un autre qui peut être regardé comme une suite du premier.

M. Villars, correspondant de la classe à Strasbourg, a présenté cette année deux mémoires sur la structure des nerfs; il croit avoir aperçu, par le moyen du micros-

cope, que le *névrilème*, c'est-à-dire l'enveloppe du nerf, est lui-même composé de filets nerveux; mais nos commissaires n'ont pu encore, malgré toutes les peines qu'ils ont prises, se convaincre par leurs yeux de la justesse de cette observation.

Anatomie végétale et botanique.

L'anatomie végétale a dû, comme on sait depuis quelques années, des vues nouvelles et des faits importans aux recherches de M. Mirbel, et nous avons eu soin d'en rendre compte dans le temps; la société royale de Gottingue, ayant fait de cette anatomie l'objet de l'un des prix qu'elle propose chaque année, a occasionné la publication de plusieurs dissertations, dont les principales sont celles de MM. Link, Treviranus et Rudolphi, tous les trois professeurs en différentes universités d'Allemagne : ces savans naturalistes, d'accord sur la plus grande partie de faits avec M. Mirbel, ajoutent cependant quelques observations aux siennes, et le contredisent aussi sur quelques points, ce qui l'a engagé à publier à son tour une *défense de sa théorie*, où il la détermine avec plus de précision en la réduisant en aphorismes, et où il cherche à montrer que la plupart des objections qu'on lui a faites venoient ou de ce qu'on l'entendoit mal, ou de ce que l'on n'avoit pas répété ses observations avec assez de soin.

Le même botaniste a présenté cette année à la classe un mémoire particulier sur la germination des *grami-*

nées, et un autre sur les caractères distinctifs des plantes *monocotylédones et dicotylédones*.

Dans le premier il a fait voir que les stigmates du froment se réunissent en un petit canal qui va gagner la base de l'embryon, et qui sert de conducteur à la fécondation; que le cotylédon, ainsi que l'avoit pensé M. de Jussieu, est un corps charnu dans lequel la radicule et la plumule se développent insensiblement, et qui s'ouvre selon sa longueur pour les laisser passer, en sorte qu'il fait lui-même fonction d'une feuille engaînante.

En général, et c'est ce qui résulte de l'autre mémoire de M. Mirbel, les cotylédons ont la plus grande analogie avec les feuilles; comme elles, ils sont irritables dans la sensitive, portent des poils dans les bourraches, une glande au bout dans les plantains, des points colorés dans les mourons, etc.; en un mot, ce sont de vraies *feuilles dans la semence*. Si les cotylédons, quand il y en a deux, sont toujours opposés, même quand les feuilles de la plante sont alternes, c'est parce que la tige n'a pu se développer dans la semence, et que l'intervalle des deux cotylédons n'a pu s'y marquer. De ces rapports multipliés de forme et de nature entre les cotylédons et les feuilles, M. Mirbel conclut que le nombre de ces mêmes cotylédons doit aussi avoir sa cause dans quelque circonstance relative aux feuilles, et il pense que les plantes monocotylédones sont toujours celles dont les feuilles sont engaînées les unes dans les autres. Cela est clair en effet pour les graminées, pour les liliacées,

surtout si l'on considère que le bulbe est formé de l'engaînement des bases de toutes les feuilles, et pour beaucoup d'autres plantes de cette moitié du règne végétal.

Passant à l'examen de la formation du bois, M. Mirbel montre qu'il est toujours composé de filets semés çà et là dans un tissu cellulaire semblable à la moelle des dicotylédones, mais qu'il se forme dans beaucoup de monocotylédones de ces filets à la circonférence aussi bien qu'au centre; que ces dernières ont par conséquent deux végétations; l'une au pourtour qui augmente le diamètre de leur tronc, l'autre au centre qui en augmente la densité. Il considère chacun des filets du tronc des monocotylédones comme s'il répondoit à un tronc tout entier de dicotylédones, et fait voir qu'il se passe dans chacun de ces filets une série d'opérations aussi complète que dans ces troncs.

C'est à la suite de ces différens ouvrages, et en considération de ceux qui les avoient précédés, et qui sont tous des preuves d'une sagacité rare autant que du zèle le plus constant, que M. Mirbel, qui étoit déjà depuis plusieurs années correspondant de la classe, en a été élu membre en remplacement de M. Ventenat.

Son principal concurrent, M. Decandolle, avoit des titres publics si nombreux en physique végétale aussi bien qu'en botanique proprement dite, qu'il n'avoit pas besoin de produire de nouveaux écrits pour cette circonstance. Il avoit d'ailleurs adressé à la classe, dès le commencement de l'année, un travail général sur les plantes à fleurs composées, où il fait une famille à part

de celles dont les fleurons ont deux lèvres inégales, et où il distribue celles que l'on nomme cynarocéphales, d'après l'insertion latérale ou terminale de la graine. Cependant on a jugé les talens de M. Decandolle plus utiles dans la célèbre école où il enseigne la botanique, et à la tête du beau jardin qui lui est confié, sous un climat plus favorable à la végétation que celui de nos provinces septentrionales, et l'on a pensé qu'une correspondance active ne laisseroit rien perdre à l'Institut de ce qu'un savant aussi éclairé et aussi laborieux pourra encore découvrir avec les nombreux moyens que le gouvernement a mis en son pouvoir.

En général, ce concours a prouvé que la botanique est cultivée parmi nous avec plus d'ardeur que jamais. Le Mémoire de M. du Petit-Thouars *sur la famille des ORCHIDÉES*, échantillon d'un grand travail, sur *les familles naturelles des plantes*, que cet habile botaniste se propose de publier; ceux de M. de Longchamp *sur les NARCISSES*; de M. Jaume-Saint-Hilaire *sur les OROBANCHES*; de M. de Cubières *sur les MICOCOULIERS*; la *Monographie des ÉRYNGIUMS* de M. de la Roche, se sont joints aux ouvrages imprimés de ces botanistes et à ceux de leurs concurrens, pour entretenir la satisfaction et pour augmenter les espérances des amis de la belle science des végétaux.

M. du Petit-Thouars en particulier s'est déterminé à publier sa *Théorie de la végétation*, fondée sur le développement en deux sens qu'il admet dans les bourgeons, et dont nous avons déjà donné une idée dans nos rap-

ports des années précédentes ; les physiciens seront donc incessamment en état d'en juger.

M. Ventenat lui-même a terminé sa laborieuse carrière par un *Mémoire sur les genres SAMYDA et CASEARIA*, dont il fait une nouvelle famille voisine de celle des *RHAMNOÏDES ;* c'étoit un morceau qu'il destinoit pour la continuation du *jardin de Cels*, ouvrage que sa mort a interrompu. Du moins a-t-il assez vécu pour porter à une certaine étendue sa *Description du jardin de la Malmaison*, magnifique monument de l'amour éclairé de S. M. L'IMPÉRATRICE pour les connoissances utiles, et qui a commencé avec un succès trop brillant pour que cette auguste Souveraine n'en ordonne pas la continuation.

M. Richard a publié *une analyse de fruit*, où cette partie essentielle des plantes est considérée sous une multitude de rapports nouveaux, et où l'auteur a été obligé d'imaginer un grand nombre de termes pour désigner des formes et des connexions que l'on n'avoit point distinguées avant lui.

ZOOLOGIE.

L'HISTOIRE des animaux a vu arriver à sa perfection le grand ouvrage de notre confrère M. Olivier sur les *insectes coléoptères*, et s'est enrichie d'une description de tous les animaux gélatineux, réunis par Linnæus sous le nom de *méduses*. M. Péron, correspondant de la classe, qui en a recueilli un très-grand nombre dans son voyage aux terres australes, réunissant à ses obser-

vations toutes celles de ses prédécesseurs, porte maintenant cette famille à plus de cent cinquante espèces. Il faut l'entendre lui-même exposer toutes les singularités de ces zoophytes : « leur substance semble n'être » (dit-il) qu'une eau coagulée, et cependant il s'y » exerce les fonctions les plus importantes de la vie ; » leur multiplication est prodigieuse, et cependant » nous ne savons rien sur le mode de génération qui » leur est propre ; ils peuvent arriver à plusieurs » pieds de diamètre, à 50 ou 60 livres de poids, et » leur système de nutrition échappe à notre vue ; ils » exécutent les mouvemens les plus rapides, les plus » soutenus, et les détails de leur système musculaire » sont imperceptibles ; ils ont une espèce de respi» ration très-active, son véritable siége est un mystère ; » ils paroissent extrêmement foibles, et des poissons » considérables forment leur proie journalière, se dis» solvent en quelques instans dans leur estomac ; un » grand nombre de leurs espèces brillent au milieu des » ténèbres, comme autant de globes de feu ; quelques» uns brûlent et engourdissent la main qui les touche ; » les principes et les agens de ces deux propriétés sont » encore à découvrir. »

Les méduses proprement dites ont toutes un corps gélatineux à peu près de la forme d'un chapeau de champignon que M. Péron nomme *ombrelle*, à l'exemple de Spallanzani ; mais elles diffèrent les unes des autres, selon qu'elles ont une bouche ou qu'elles en manquent, selon que cette bouche est simple ou multiple, qu'il

y a sous l'ombrelle une production en forme de pédicule ou qu'il n'y en a pas, et selon que des tentacules ou filamens plus ou moins nombreux garnissent ce pédicule ou les bords de la bouche elle-même.

C'est d'après ces caractères que M. Péron a formé un arbre dichotomique de divisions et de subdivisions, où toutes les méduses possibles viendront nécessairement se placer, et où il a effectivement placé lui-même toutes celles qui lui sont connues. Des peintures très-fidèles et très-soignées, faites par son compagnon de voyage M. Lesueur, achèvent de rendre sensible toute cette variété de formes et de couleurs souvent très-agréable pour l'œil, et l'on y reconnoît le même talent que le public a déjà apprécié dans le premier volume du *Voyage aux terres australes*, dont S. M. I. a ordonné l'impression sur le rapport de la classe, et qui a paru au commencement de l'année dont nous rendons compte.

A ces recherches sur les caractères extérieurs, M. Péron en a joint de fort intéressantes sur la structure intérieure de ces animaux, et particulièrement du genre appelé *Rhizostome*. M. Cuvier l'avoit nommé ainsi, parce qu'il supposoit que les filamens qui garnissent ses tentacules étoient autant de suçoirs, et que la nourriture pompée par eux se rendoit dans une cavité centrale, d'où elle se distribuoit à tout le corps par une infinité de vaisseaux disposés très-régulièrement et multipliés surtout dans les bords de l'*ombrelle*. Les quatre ouvertures pratiquées aux côtés de la base du pédicule, paroissoient à M. Cuvier les organes respiratoires.

M. Péron, au contraire, ayant observé beaucoup de rhizostomes vivans, les ayant vu prendre de petits animaux par ces quatre ouvertures, et les digérer dans les quatre cavités où elles conduisent, pense que ce sont quatre bouches et quatre estomacs, et que le grand appareil vasculaire qui remplit le pédicule et les bords de l'ombrelle, est d'autant plus vraisemblablement consacré à la respiration, que c'est presque toujours d'air qu'on le trouve rempli.

Géologie et Minéralogie.

M. Cuvier a entretenu la classe de certaines espèces de reptiles dont les ossemens sont enfouis dans les couches du globe. On les avoit toutes prises pour des crocodiles, et même pour une espèce de crocodile commune dans le Gange, et nommée *gavial;* mais il y a aussi dans le nombre des espèces de ce genre de lézards que l'on a appelés *sauvegarde* ou *tupinambis*, et celles même qui ressemblent le plus au *gavial* présentent encore des caractères distinctifs très-marqués.

Ce qu'il y a de plus singulier dans ces os fossiles de reptiles, c'est qu'ils appartiennent à des couches beaucoup plus profondes, et par conséquent beaucoup plus anciennes que celles qui renferment les os de quadrupèdes terrestres.

Les environs de Maëstricht recèlent aussi les os d'un grand animal de cette famille que les uns prenoient pour un poisson, les autres pour un crocodile. M. Cuvier a cherché à faire voir que c'est encore un *monitor;* mais

c'est le géant du genre. Sa longueur est de plus de 8 mètres ou de près de 25 pieds ; sa queue, beaucoup plus courte à proportion, mais plus large que celle des autres espèces, formoit une rame puissante, et tout rend probable que cet animal étoit assez fort et assez bon nageur pour vivre dans les flots de la mer ; aussi trouve-t-on ses os avec ceux des grandes tortues de mer et parmi des milliers de coquillages marins.

M. Jefferson, président des États-Unis, a adressé à la classe une belle collection d'os fossiles déterrés sur les bords de l'Ohio, dans l'Amérique septentrionale ; le plus grand nombre appartient à ce grand animal nommé improprement *mammouth* par les Américains, et auquel M. Cuvier a imposé le nom de *mastodonte ;* mais il y en a aussi qui viennent du vrai *mammouth* des Russes, c'est-à-dire de cet autre grand animal très-semblable à l'éléphant des Indes, dont les dépouilles sont si communes en Sibérie. Ces deux êtres gigantesques occupoient donc autrefois ensemble toute la calotte septentrionale de notre globe. On ne pourra expliquer la destruction de ces races énormes et de tant d'autres qui ont été victimes de la même catastrophe, que lorsqu'on connoîtra bien les couches dans lesquelles ces débris sont ensevelis, ainsi que leur succession et leur nature.

C'est ce que M. Cuvier et M. Brongniart, correspondant de la classe, ont cherché à étudier dans les environs de Paris. Autant qu'il leur a été possible de pénétrer le sol qui entoure cette capitale, ils l'ont trouvé formé de plusieurs terrains d'origine évidemment différente. La

partie la plus basse est une masse immense de craie qui s'étend jusqu'en Angleterre, et ne contient que des coquilles inconnues, dont plusieurs même appartiennent à des genres inconnus. Sur cette craie repose une couche de glaise qui ne contient point de corps organisés. Elle porte à son tour en plusieurs endroits ces couches de pierres calcaires dont nous employons les plus dures à bâtir, et qui sont pétries de coquilles encore inconnues pour la plupart, mais appartenantes à des genres connus, c'est-à-dire plus voisines que les précédentes de celles qui vivent dans nos mers actuelles.

Des collines de pierre à plâtre sont jetées comme au hasard, tantôt sur la glaise, tantôt sur la pierre calcaire, et renferment des milliers d'ossemens d'animaux terrestres entièrement inconnus, dont M. Cuvier a rétabli les squelettes et fait connoître les caractères. Il n'y a dans ces plâtres et dans les glaises qui s'y mêlent ou qui les recouvrent immédiatement, que des coquilles d'eau douce; mais ils sont surmontés ensuite de couches épaisses de coquilles de mer. Un amas immense de sable, sans corps organisés, couronne toutes nos hauteurs, et, ce qui est plus remarquable que tout le reste, la couche la plus superficielle, celle qui recouvre tout, est pétrie uniquement de coquilles d'eau douce. C'est seulement dans les fonds des vallées, ou bien dans les cavités creusées dans cette couche superficielle, que reposent les ossemens d'éléphans et d'autres animaux connus pour le genre, mais non pas pour l'espèce.

Il résulte donc des observations de MM. Cuvier et

Brongniart, que la mer, après avoir long-temps couvert ce pays-ci, et avoir plusieurs fois changé de nature et d'habitans, y a fait place à l'eau douce dans laquelle se sont déposés les plâtres, mais qu'elle est venue recouvrir au moins une seconde fois le terrain qu'elle avoit abandonné, et y détruire les êtres qui s'y étoient propagés : c'est alors qu'ont péri les *palæotherium* et les *anoplotherium*. Tout rend probable qu'elle y est même venue une troisième fois, et que c'est à cette dernière catastrophe que les éléphans ont disparu.

C'est en faisant dans beaucoup de lieux des recherches analogues que l'on pourra déterminer s'il y a quelque chose de général dans les dispositions des couches et des êtres organisés dont elles contiennent les débris, et que l'on parviendra peut-être à fixer les idées sur la succession des catastrophes qui ont mis la surface de notre globe dans l'état où nous la voyons.

M. Sage a présenté à la classe une pétrification ferrugineuse qui offroit quelque ressemblance apparente avec une carotte de tabac encore entourée de ses ficelles, mais qui étoit probablement quelque tronçon de bambou ou d'un autre végétal articulé.

Le même savant a donné des analyses et des descriptions de quelques pierres, comme la calcédoine, l'agathe ordinaire, et cette sorte de pierre volcanique nommée gaestein; et il a communiqué des expériences sur la cohésion que la chaux contracte avec diverses substances, expériences qui pourront être utiles dans la composition des mortiers.

M. Brochant, ingénieur des mines, a communiqué des observations relatives à des couches beaucoup plus anciennes que celles des environs de Paris, et que M. Werner a désignées sous le nom de *terrains de transition*, parce qu'elles sont placées entre ces montagnes primitives antérieures à l'organisation, et ces couches secondaires qui fourmillent de débris d'animaux. La plupart se composent de fragmens de terrains primitifs réunis en brèches ou en poudingues, par des cimens de diverses natures, et l'on commence à y voir çà et là des restes d'organisations, soit animales, soit végétales.

Saussure avoit déjà reconnu de ces terrains dans les Alpes; mais M. Brochant les détermine avec plus de précision et les suit sur une plus grande étendue, principalement le long de la face des Alpes qui regarde la France.

M. Lescalier, correspondant de la classe et préfet maritime à Gênes, a considéré les montagnes sous d'autres rapports, dans un *Mémoire sur le climat de la Ligurie*, où il fait voir par divers exemples que ce pays, protégé contre les vents du nord par les Apennins, est plus favorable aux plantes des pays chauds qu'aucun autre de la même latitude, parce que l'hiver y est plus doux, quoique plus long, tandis que l'été y est moins brûlant, à cause du voisinage de la mer et des neiges.

L'histoire naturelle particulière du département du Doubs a été embrassée dans toutes ses parties, par M. Girod-Chantrans, dans un ouvrage qu'il a soumis au jugement de la classe, où il donne le catalogue de

toutes les espèces de plantes et d'animaux qu'il a pu y découvrir, et où il en décrit avec détail les montagnes, les couches minérales, les fontaines et tous les autres phénomènes physiques.

Il seroit à desirer que les principales régions de l'Empire fussent décrites avec le même soin.

Médecine.

Chacun sait que l'hydropisie, considérée généralement comme l'effet d'une obstruction, se traite par des apéritifs et des purgatifs âcres, donnés sous toute sorte de formes. Un mémoire de M. Desessartz a eu pour but de combattre cette méthode, comme trop exclusive. Il a cité une multitude d'observations qui lui paroissent prouver que beaucoup d'hydropisies, surtout celles qui viennent à la suite d'affections pénibles de l'ame, dépendent de trop de contraction dans les vaisseaux, et exigent des relâchans et des évacuans doux. Il assure même que cette espèce d'hydropisie est plus commune qu'on ne croit, et que les praticiens doivent y donner la plus grande attention.

M. Séguin, qui sans être médecin s'occupe avec un zèle bien louable de fournir de nouveaux agens à la médecine, semble s'être surtout attaché à combattre les fièvres intermittentes, ces maladies si communes parmi le peuple et si tristes pour tous les états. Il les a longtemps traitées par la gélatine, et assure encore avoir obtenu de cette substance les succès les plus marqués. Cette année il a essayé l'*albumine*, et l'a aussi trouvée

très-favorable. Il a déjà guéri quarante-un malades, en leur donnant avant les accès trois blancs d'œuf délayés dans de l'eau tiède avec un peu de sucre. Selon lui, ce remède, ainsi que la gélatine, est d'autant plus commode que, s'il doit guérir, son effet se marque dès les premières doses, et qu'on peut l'abandonner si les premiers accès qui suivent son administration n'en sont pas adoucis.

Un mémoire étendu de M. Portal, sur les maladies héréditaires, leur nature et leur traitement, ayant déjà été imprimé dans celui de nos volumes qui répond à l'année 1807, il n'est pas nécessaire que nous en fassions un extrait.

M. Portal a encore lu l'histoire d'un malade qui avoit éprouvé les divers symptômes de la phthysie pulmonaire, joints à quelques autres dont on ne pouvoit connoître la cause. On reconnut à l'ouverture du corps que le foie avoit un abcès comme le poumon, et que les deux abcès communiquoient ensemble par une ouverture du diaphragme.

M. Pelletan vient de présenter un travail sur les anévrismes internes. Ces maladies, presque toujours mortelles, peuvent cependant être ralenties dans leur marche, quand on a soin d'affoiblir le malade par de fréquentes saignées et par les autres moyens connus. Ce remède imaginé par Valsalva, d'après une idée mise en avant par Hippocrate, a été employé avec succès comme palliatif par M. Pelletan, et même il a procuré à trois malades une guérison radicale et non équivoque.

M. Scarpa, correspondant de la classe, à Pavie, avoit déjà enrichi la science, il y a quelques années, d'un grand ouvrage italien sur ce sujet important des *anévrismes*, dont M. Harles, médecin d'Erlang, nous a adressé une traduction allemande, et dont M. Biron, chirurgien en chef des armées, vient d'en annoncer une française.

Quelques écrits polémiques sur *la plique polonaise*, échangés entre M. Roussille-Chamseru et les adversaires que son opinion sur cette maladie lui a attirés, n'ayant conduit à rien de plus clair que ce que nous avons exposé l'année dernière, nous attendrons des observations plus concluantes pour reprendre ce sujet.

Nous allons donc passer aux travaux d'agriculture, par lesquels nous terminerons ce rapport.

Le principal, sans être précisément scientifique, ni même avoir été communiqué à la classe avant son impression, peut cependant être cité parmi les travaux qui ont occupé ses membres, puisqu'il est en partie l'ouvrage de trois d'entre eux : M. Cels, que la mort a enlevé avant la terminaison du travail, et MM. Tessier et Huzard; c'est le *Projet de code rural* qui est maintenant soumis, par les ordres de S. M. I., à l'examen de comités choisis dans tous les départemens, et qui est destiné à garantir les propriétés rurales contre tous les genres imaginables de spoliation.

M. Tessier en particulier a encore rédigé, par ordre du Gouvernement, une instruction populaire sur la culture du coton en France, qui paroît avoir déjà pro-

duit quelques bons effets dans nos provinces méridionales.

M. Bosc a lu un mémoire à la fois botanique et agronomique, où il décrit vingt-huit espèces de frênes, dont la moitié, quoique depuis long-temps cultivées dans les jardins et pépinières des environs de Paris, n'étoient pas encore connues des naturalistes, ou avoient été confondues les unes avec les autres. Plusieurs de ces espèces, originaires de l'Amérique septentrionale, sont de grands arbres qui peuvent devenir très-utiles aux arts par le liant et l'élasticité de leur bois, qualités qu'elles ont à un degré supérieur à notre frêne commun. C'est ainsi que, sans sortir des pépinières qu'il dirige, M. Bosc a su agrandir le domaine de la science.

Ouvrages imprimés.

Enfin, si l'on ajoute encore à tous ces travaux les différens ouvrages que les membres ou les correspondans de la classe ont fait imprimer, et dont il n'est pas nécessaire de donner ici l'extrait, tels que les *Mémoires sur l'établissement des sucreries et sur les plantations de cannes à sucre en France*, par M. de Cossigny, correspondant; celui de M. Morel de Vindé, nouvellement élevé au même rang, *sur les moyens de généraliser les moutons mérinos;* la onzième livraison de la *Flore d'Oware et de Benin*, par M. de Beauvois; les plantes du *Corollaire de Tournefort*, que M. Desfontaines a décrites dans l'herbier de ce grand botaniste, et fait graver d'après les peintures d'Aubriet; les *Principes*

chimiques du teinturier-dégraisseur, par M. Chaptal, et les deux volumes que les professeurs du Muséum d'histoire naturelle ont publiés cette année de la grande collection des *Annales* de cet établissement, l'on ne trouvera point sans doute que les sciences dont nous nous occupons aient ralenti leur marche, ni que leurs progrès soient diminués.

Trois substances nouvelles données à la chimie, dont l'une étoit vainement cherchée depuis vingt ans, et dont les deux autres étoient à peine soupçonnées; des idées plus exactes sur la structure de l'organe le plus important du corps animal; une connoissance plus positive de quelques parties de la croûte du globe; une multitude d'espèces d'êtres organisés, ajoutées à la liste déjà si nombreuse de celles que l'on connoissoit; des notions plus justes de leur intérieur et du jeu de leur vie; des procédés avantageux fournis par la chimie et par l'histoire naturelle à l'économie rurale et domestique; des observations précieuses de médecine et des remèdes utiles : voilà ce que nous pouvons enregistrer cette année dans les fastes de l'Institut, comme les pontifes romains enregistroient dans les leurs les conquêtes de la république; et nous le pouvons avec d'autant plus de droit que si toutes ces découvertes ne sont pas immédiatement dues aux membres de la classe, la classe n'est cependant restée étrangère à aucune d'elles, puisqu'elle a pris part à tous les travaux nécessaires pour en constater la réalité.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE M. LASSUS,

Prononcé dans la séance publique du 2 janvier 1809,

Par M. Cuvier, secrétaire perpétuel.

Les éloges publics de l'Institut ne sont pas réservés seulement pour les heureux génies qui ont arraché quelques grands secrets à la nature, ou qui ont ouvert de nouvelles routes à l'esprit humain ; c'est aussi une de nos obligations d'en décerner aux esprits éclairés qui ont accueilli les bonnes doctrines ; aux écrivains laborieux qui les ont propagées par des ouvrages méthodiques ; aux professeurs habiles qui les ont inculquées à de nombreux élèves ; aux hommes vertueux qui les ont appliquées au bonheur de leurs semblables, et cette obligation est peut-être plus étroite encore que la première. En effet ceux à qui il a été donné de découvrir des vérités fécondes, ou de concevoir et d'exécuter des ouvrages excellens, se placent nécessairement dans l'histoire générale de la science, leur gloire croît avec le temps ; elle n'atteint même à tout son éclat qu'après quelques générations, quand leur souvenir est dépouillé de tout ce qu'ils eurent de vulgaire ; j'oserois presque dire de tout ce qu'ils eurent d'humain.

Ils nous paroissent alors comme des êtres surnaturels. Nous concevons à peine qu'ils aient pu être assis parmi des confrères, parmi des égaux, et les jugemens des contemporains, loin d'ajouter à l'idée que leur génie nous donne, refroidissent notre imagination en la ramenant trop à la réalité.

Mais ces jugemens, ces discours inutiles à la mémoire des génies extraordinaires, ne le sont point à celle de tant d'autres hommes de mérite, qui guidèrent la jeunesse de ceux-là, qui applaudirent à leurs premiers efforts, qui furent capables d'entendre leurs découvertes, et sans lesquels ils ne se fussent peut-être jamais élevés si haut.

Si l'amitié n'avoit soin d'ériger ces monumens aux savans laborieux et modestes, l'éclat dont brillent les grands hommes frapperoit seul les yeux, et effaceroit à la longue les noms de tous ceux qui eurent part à leurs succès, comme les arbres élevés des forêts cachent à la vue les mousses ou les gramens qui entretiennent la fraîcheur de leurs racines; mais la principale fonction de l'historien académique est de préparer la justice de la postérité, en fixant pour chacun de ses contemporains la part qu'il eut aux progrès du siècle, comme celle du naturaliste philosophe, est de rechercher et de faire connoître le rôle souvent très-important que tel être, à peine aperçu du vulgaire, remplit dans l'économie générale de la nature.

C'est à cette classe respectable qu'appartiennent les hommes dont nous vous entretiendrons aujourd'hui.

Sans avoir marqué dans leur temps par de grandes découvertes, aucune des découvertes de leur temps ne leur est restée étrangère ; sans avoir donné à la science de nouveaux domaines, ils ont cultivé et fait fructifier ceux qu'elle avoit acquis.

Des livres utiles, des leçons solides, des élèves instruits, une longue suite de bonnes actions, voilà leurs titres à nos éloges et à l'estime publique, et les droits que nous croyons avoir à votre attention pour le récit rapide des détails de leur vie.

Pierre Lassus, bibliothécaire et ancien secrétaire de l'Institut, professeur de pathologie externe à l'Ecole de Médecine et chirurgien consultant de l'Empereur, naquit à Paris le 11 avril 1741, d'un père estimé dans la pratique de la chirurgie. Destiné lui-même à l'exercice de cet art, il ne crut point, comme tant d'autres de ses confrères, qu'il fût inutile de s'y préparer par de bonnes études, et il travailla avec ardeur à se procurer des connoissances qui, tout en lui facilitant ses progrès en chirurgie, devoient encore le distinguer beaucoup du commun des chirurgiens ; aussi, après avoir suivi pendant quelques années les leçons de l'Académie et les opérations des hôpitaux, fut-il reçu maître avec une grande distinction, le premier juin 1765.

Comme la plupart des jeunes chirurgiens qui veulent acquérir de la réputation, il s'annonça par des leçons particulières d'anatomie où il eut assez d'élèves pour engager l'Académie de chirurgie à lui confier immé-

diatement une charge temporaire de démonstrateur. L'art de guérir est celui de tous où l'enseignement est le mieux récompensé, parce qu'il est le moyen le plus naturel d'attirer l'attention et de concilier la confiance du public. Les succès de M. Lassus dans sa chaire, lui en procurèrent donc bientôt à la ville, et sa réputation à la ville ne tarda pas à le faire appeler à la cour. Le premier chirurgien, la Martinière, le fit nommer en 1771, chirurgien ordinaire de Mesdames Victoire et Sophie de France, filles de Louis XV.

C'étoit un bonheur pour un homme jeune et encore sans fortune, qu'une place qui lui laissoit le loisir d'étudier en lui évitant les fatigues et la perte de temps, suites inévitables d'une pratique trop étendue; mais ce pouvoit être pour lui une tentation de négliger cette portion de pratique indispensable à quiconque veut exercer l'art avec succès. M. Lassus eut un instant la foiblesse de trop préférer les livres aux malades, et pensa en être cruellement puni.

Appelé pour saigner madame Victoire, il la piqua deux fois, et soit émotion de la part de la princesse, soit défaut d'habitude de la part du chirurgien, le sang ne jaillit point. Ce petit événement causa une rumeur générale; *une princesse piquée deux fois et qui n'a pas saigné! quel accident effroyable!* disoient les courtisans. Et les médecins de cour de remuer la tête d'un air mystérieux, mais significatif. Peu s'en fallut que le pauvre Lassus ne fût honteusement chassé.

Par bonheur pour lui madame Victoire fut plus sage

et plus généreuse que ceux qui l'entouroient ; elle se souvint de cette dame du temps de Louis XIV, qui, blessée à mort par son chirurgien, lui légua une pension viagère, attendu, disoit-elle, qu'à coup sûr le malheureux ne saigneroit plus personne ; et comme la princesse en étoit quitte à meilleur marché, elle donna encore plus de cours à sa libéralité. Ne pouvant garder M. Lassus près de sa personne, elle lui conserva du moins le titre qui l'attachoit à elle, et lui donna les fonds nécessaires pour acheter la charge de lieutenant du premier chirurgien du roi à Paris, charge à laquelle étoit attachée celle d'inspecteur et de trésorier du Collége et de l'Académie de chirurgie, et dont le titulaire jouissoit de certaines prérogatives, et exerçoit une certaine jurisdiction pour les réceptions de chirurgien. M. Lassus en fut pourvu en 1779, et deux années après il fut encore revêtu de la charge de professeur des opérations.

C'étoit sans doute une idée singulière, que de mettre en quelque sorte à la tête de la chirurgie de la capitale un homme que l'on n'avoit pas trouvé propre à un emploi subalterne de la cour. Mais parmi toutes les choses bizarres de ce temps-là, celle-ci du moins n'eut pas de suites fâcheuses ; M. Lassus, que son accident auroit pu perdre pour toujours, y trouva la principale source de sa fortune et de sa réputation ; et le public, qui apprécia bientôt son mérite, eut tout lieu d'être satisfait qu'il se fût si bien relevé.

Sa bienfaitrice n'eut pas moins de sujet de s'applaudir ; elle trouva en lui le serviteur le plus dévoué, et, chose bien étrange dans les cours et partout, un serviteur dont le dévouement ne finit point avec la fortune de ses maîtres.

Lorsque la tournure que prenoit la révolution détermina les tantes de Louis XVI à quitter la France, M. Lassus, à qui dix ans de célébrité avoient rendu toute leur confiance, n'hésita pas un instant à les suivre ; non qu'il espérât conserver pendant son absence les places qu'il occupoit à Paris, ni qu'il ignorât les projets que l'on avoit déjà contre les émigrés, mais ce qu'il voyoit encore mieux, c'étoit le malheur des princesses et le besoin qu'elles pouvoient avoir de ses secours dans un voyage si pénible.

Le temps où nous vivons a produit plus de mutation qu'aucun autre dans la fortune et dans le pouvoir, et par conséquent, il a donné plus de sujet qu'aucun autre d'exercer avec éclat la vertu de la fidélité, mais les exemples n'en ont pas été si communs que les occasions, et il n'est pas encore devenu inutile de publier ceux que l'on rencontre.

M. Lassus parcourut avec Mesdames une partie de l'Italie, et séjourna quelque temps à Rome. Il observa les beautés de la nature, et les chefs-d'œuvre anciens et modernes en homme qui ne manquoit ni de goût ni d'imagination, mais il ne cessa point pour cela d'étudier l'art où il étoit déjà si habile. Il suivit dans les hôpitaux toutes

les pratiques avantageuses, se lia avec les plus fameux maîtres, et fit des extraits ou des traductions des meilleurs ouvrages de chirurgie italiens.

Bien lui prit de s'être ainsi occupé, car ses portefeuilles furent à son retour la seule défense qu'il pût opposer à la loi contre les émigrés; c'étoit, disoit-il, pour enrichir sa patrie de connoissances utiles qu'il l'avoit quittée, et l'on se contenta de cette raison, probablement parce qu'il n'avoit pas de grands biens à confisquer. Ses places même ne donnoient plus d'envie; car pendant son absence, on avoit supprimé toutes les académies, toutes les universités, toutes les écoles; il n'y avoit plus de police en médecine, et chacun traitoit les malades comme il vouloit et les guérissoit comme il pouvoit.

Cependant les habiles gens qui avoient fait toutes ces suppressions eurent promptement lieu de s'apercevoir que s'il étoit à la rigueur superflu d'apprendre toute autre chose, on ne pouvoit guère se dispenser d'apprendre la médecine. Toute la France se précipitoit aux frontières, et après des prodiges inouis de dévouement et de valeur, les défenseurs de la patrie ne trouvoient aucun secours pour leurs blessures et pour leurs maladies. On commença donc par l'érection des écoles de médecine, cette longue suite de restauration, que l'établissement de l'université impériale vient de couronner et de lier en un ensemble aussi imposant par l'étendue de son plan que par la vigueur de son organisation.

M. Fourcroy chargé dès ce temps-là de diriger ces sortes d'établissemens, appela à l'école de Paris les maî-

tres les plus célèbres de la capitale, et ne manqua point de placer M. Lassus dans le nombre. D'abord nommé, le 26 frimaire an 3, à la chaire d'histoire de la médecine légale, il préféra ensuite, le 16 thermidor de la même année, celle de pathologie externe que la mort de Chopart avoit rendue vacante, et qui convenoit davantage à ses goûts, quoique par ses connoissances il fût également propre à l'une et à l'autre.

Il possédoit en effet plusieurs langues, et avoit débuté dans la carrière littéraire par des traductions d'ouvrages chirurgicaux anglais (1). Son discours *sur les découvertes faites en anatomie par les anciens et par les modernes* (2), prouve à la fois de l'érudition et du discernement; car il faut beaucoup de l'une et de l'autre dans l'histoire des sciences, quand il s'agit de rendre à chacun ce qui lui appartient au milieu de tant de répétitions des mêmes faits qui ne sont pas toutes involontaires. Quelques mémoires sur des objets particuliers de chirurgie, répandus dans le recueil de l'académie de ce nom (3), et dans un journal qu'il avoit entrepris avec

---

(1) *Nouvelle méthode de traiter les fractures et les luxations*, par M. Port, avec la description des nouvelles attelles de M. Sharpe, pour le traitement des fractures de la jambe. Paris, 1771, in-12, seconde édit.; in-18, 1788, traduit en hollandais par Jacobs Gand, 1772. — *Manuel pratique de l'amputation des membres*, par Ed. Alanson, 1724, in-12.

(2) *Essai ou discours historique et critique sur les découvertes faites en anatomie par les anciens et par les modernes.* Paris, 1723, 1 vol. in-8°, traduit en allemand par Crevald Bonn, 1787 et 1788, in-8°.

(3) *Mémoire sur les plaies du sinus longitudinal supérieur de la dure*

notre confrère M. Pelletan (1), n'annonçoient pas moins l'étendue de ses connoissances dans son art que la justesse des vues qui dirigeoient sa pratique, et faisoient depuis long-temps desirer qu'il consignât ses observations et ses principes dans un ouvrage général. Sa chaire lui en fournit l'occasion, et ce fut pour ses élèves qu'il rédigea sa *Médecine opératoire* (2) et sa *Pathologie chirurgicale* (3), deux livres où l'on trouve beaucoup de clarté, des principes sains, et un choix heureux de ce qu'il est le plus convenable de présenter à l'esprit des jeunes gens.

Il offre à ses lecteurs, dit-il, lui-même une *nourriture*

---

mère, Acad. de chirurgie, vol. XIII, in-12, p. 113, en 1774; t. IV, in-4°. p. 25. Il y a aussi de lui, dans ce volume, une *Observation sur une hernie inguinale avec étranglement.*

(1) *Éphémérides pour servir à l'histoire de toutes les parties de l'art de guérir*, 1790, in-8°. Ce journal contient de M. Lassus une *Observation sur une hernie inguinale extraordinaire*, et une autre *sur les effets de la fracture des os de l'avant-bras.*

(2) *Traité élémentaire de la médecine opératoire.* Paris, 1795, 2 vol. in-8°.

(3) *Pathologie chirurgicale*, *ibid.*, 1806, 2 vol. in-8°.

Il y a encore de M. Lassus, dans les *Mémoires de l'Institut*, t. I, p. 1, un *Mémoire sur le prolongement morbifique de la langue hors de la bouche*, t. III, p. 372 des *Recherches sur la cause de la hernie ombilicale de naissance.*

Dans le journal de MM. Corvisart, Leroux et Boyer, ventose an 10, une *Observation sur un ulcère fistuleux à l'estomac*, traduite de l'anglais, de Goels; et dans celui de brumaire an 9, des *Recherches sur l'hydropisie enkistée du foie.*

Enfin l'on doit citer au nombre de ses ouvrages séparés, sa *Dissertation sur la lymphe*, couronnée par l'Académie de Lyon en 1773, et imprimée en 1774.

substancielle, mais légère, de peur de les rebuter par une nourriture trop forte.

Ce caractère de ses livres étoit aussi celui de ses leçons; les prononçant d'une voix sonore, cherchant la clarté plus que la profondeur ou l'élégance, reprenant les mêmes choses jusqu'à ce qu'elles lui parussent bien saisies par tout le monde, il aimoit mieux graver d'une manière durable dans les esprits un petit nombre d'idées justes et fondamentales, que de fatiguer ses auditeurs par trop d'abondance, ou par l'exposition trop détaillée de ces pratiques, qui ne se laissent bien entendre qu'après les avoir vu exercer immédiatement.

Ses comparaisons quelquefois triviales, mais toujours singulièrement justes et appropriées à leur objet, paroissoient donner à son éloquence quelque chose de vulgaire, mais d'un vulgaire qu'un homme de beaucoup d'esprit pouvoit seul trouver et faire passer; il savoit que beaucoup de ses auditeurs n'avoient pas une éducation très-soignée, et c'étoit par un effort de talent, qu'il descendoit à leur niveau.

Se restreindre, se rabaisser même ainsi, pour mieux remplir son devoir est une sorte de dévouement bien rare dans les hommes qui pourroient travailler pour une gloire plus brillante et plus durable; il est vrai que c'est un dévouement auquel les médecins sont en même temps plus obligés et plus habitués qu'aucune autre classe : le savoir le plus étendu, la sagacité la plus exquise ne peuvent souvent être employés par eux qu'à faire le bien passager de ce qui les entoure; mais la reconnoissance

de ceux qu'ils instruisent, les bénédictions de ceux qu'ils soulagent, sont pour eux une récompense journalière qui ne leur laisse pas le même besoin de vivre dans l'avenir, qu'aux philosophes solitaires uniquement occupés de la recherche des vérités générales.

M. Lassus fut d'autant plus animé de cet esprit de sa profession, qu'il en éprouva plus qu'aucun autre toutes les jouissances; aimé de ses élèves et de ses malades; chéri dans la société dont il faisoit le charme par un caractère doux et par une gaieté originale; serviable pour tout ce qui l'approchoit, il eut du bonheur dans tout ce qu'il entreprit, et fut heureux jusques dans son genre de mort, qui fut à peu près tel qu'il l'avoit souhaité.

Une maladie très-aiguë qui lui fit promptement perdre connoissance, l'enleva au bout de quelques jours, le 16 mars 1807.

Nous avons vu, dans sa conduite avec Mesdames, une preuve de sa générosité : pour connoître toute sa bonté, il auroit fallu le voir dans l'intérieur de sa maison.

Chargé de bonne heure, par la perte de son père, de soutenir sa mère et ses deux sœurs, il n'avoit point voulu d'autre famille, et s'étoit acquitté de ce devoir avec les soins les plus délicats, toujours récompensés de l'affection la plus tendre. Une des deux sœurs qu'il laissoit éprouva un chagrin si violent de sa perte, qu'elle ne lui survécut que de quelques jours.

La chaire que M. Lassus occupoit à l'école de médecine, est maintenant remplie par M. Richerand; sa

charge de bibliothécaire de l'Institut a été donnée à M. Charles, et il a été remplacé dans la section de médecine, par M. Percy, membre du conseil de santé des armées, que son humanité et son courage ont rendu aussi respectable à nos ennemis, qu'il est chéri parmi nos troupes.

M. Lassus avoit aussi été pendant deux ans secrétaire de la classe pour les sciences naturelles (1), et c'est à moi de desirer que le choix que l'on fit alors de son successeur, puisse toujours être approuvé autant que le seront ceux que je viens de rapporter.

---

(1) Pendant les années 6 et 7, il a fait en cette qualité les *Éloges de Pelletier* et *de Bayen*, imprimés dans le tome II de la classe de mathématiques et de physique de l'Institut, et une partie des analyses des travaux de la même classe, imprimés dans les comptes rendus par l'Institut au Corps législatif, en l'an 5 et en l'an 6.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE M. VENTENAT,

Prononcé à la séance publique du 2 janvier 1809.

Par M. Cuvier, secrétaire perpétuel.

Étienne-Pierre Ventenat, membre de l'Institut et de la Légion d'honneur, administrateur perpétuel de la bibliothéque du Panthéon, naquit à Limoges le premier Mars 1757 de Pierre Ventenat, négociant, et de Catherine Dupré.

Ses parens, qui avoient treize enfans vivans, le destinèrent lui et un autre de ses frères à l'état ecclésiastique, et le firent entrer à l'âge de quinze ans dans la congrégation des chanoines réguliers de Sainte-Geneviève. Il y fit d'une manière brillante sa philosophie et sa théologie; et après qu'il eut terminé ses études, on le choisit pour répéter les leçons aux élèves moins avancés. Il déploya dans ces fonctions une élocution si facile, que ses supérieurs crurent qu'il pourroit devenir un prédicateur célèbre et faire honneur à leur ordre. En effet, il avoit toutes les qualités extérieures d'un orateur; une taille imposante, une belle figure, une voix sonore : il y joignoit de la force, de la chaleur et de

l'onction ; mais ses idées ne s'accordèrent ni avec ces dispositions apparentes, ni avec les vues de ses chefs, et il pensa que l'étude approfondie des sciences convenoit davantage à son esprit, en même temps qu'elle étoit plus propre à relever dans l'opinion publique l'état qu'il avoit embrassé.

Il est vrai que si l'on porte un regard attentif sur l'histoire des ordres religieux, l'on trouvera peut-être que c'est faute d'avoir marché avec leur siècle et de faire pour nous ce qu'ils ont fait pour nos ancêtres, qu'un si grand nombre de leurs établissemens a déjà été détruit, et qu'ils se trouvent menacés d'une suppression universelle.

Les premiers moines qui s'établirent dans l'occident sentirent bientôt que la vie contemplative des solitaires de la Thébaide ne pouvoit se pratiquer à la rigueur dans un pays où le climat donne plus de besoins ; ils défrichèrent de vastes terrains incultes, et offrirent aux peuples l'éxemple du travail et des vertus paisibles. Lorsque les barbares du Nord envahirent l'empire romain, les ouvrages des anciens, ces admirables monumens de la raison et du goût, furent conservés dans l'ombre des cloîtres pour une époque plus heureuse. Dans le moyen âge, lorsque l'anarchie féodale n'eut plus de frein ; lorsque les campagnes furent livrées à l'oppression, les chemins au brigandage ; lorsque les propriétés et les personnes furent devenues partout la proie du plus fort, la religion seule fut capable d'en imposer à la violence et de l'arrêter quelquefois au seuil des monastères : il

n'y eut plus d'autre azile pour les hommes studieux et méditatifs et ces foibles foyers furent les seuls d'où purent jaillir quelques lueurs au milieu des ténèbres universelles qui sembloient couvrir le monde pour toujours.

Albert le grand dont l'esprit vaste étoit digne d'un meilleur temps, Roger-Bacon qui avoit inventé une partie de la physique expérimentale, quatre siècles avant que le grand philosophe du même nom en eût tracé les lois; Bazile Valentin, l'un des créateurs de la chimie, science à-peu-près inconnue dans l'antiquité, étoient tous des moines; et l'on conçoit à quel point la paix profonde du cloître et l'absence des sollicitudes et des ambitions du monde eussent pu être favorables à ceux qui auroient voulu marcher sur leurs traces, et avec quelle facilité les religieux auroient pu rendre dans ces derniers temps aux sciences, s'ils eussent voulu s'y livrer, les mêmes services que quelques-uns d'entr'eux ont rendus à l'histoire et à la diplomatie. Ces idées agitoient l'esprit de M. Ventenat, elles s'y gravoient d'autant plus profondément, qu'il avoit sous les yeux des exemples frappans de leur application. Le savant astronome Pingré, que nous avons possédé quelque temps à l'Institut; M. Mongez, l'antiquaire, que nous y possédons encore; son frère, savant physicien et minéralogiste, l'un des malheureux compagnons de Lapeyrouze, cultivoient les sciences avec éclat, et faisoient la gloire de la maison de Sainte-Geneviève.

M. Ventenat ayant donc résolu d'imiter ces exemples respectables, et renonçant aux avantages qu'auroit pu

lui procurer une profession plus populaire, il se consacra pour toujours à la retraite et l'étude.

Parmi les emplois qu'on pouvoit lui donner dans sa congrégation, il desira de préférence d'être attaché à la bibliothéque, attendu que c'étoit s'attacher en même temps aux hommes qu'il avoit pris pour modèles, et qui en avoient précisément la direction. Il ne lui restoit plus qu'à choisir entre tant de sciences diverses, et il se détermina pour la botanique, parce qu'il jugea qu'à l'âge où il étoit, et après avoir employé tant de temps à acquérir des connoissances si étrangères à celles qu'il vouloit désormais cultiver, c'étoit la seule où il pût espérer de faire assez de progrès pour se distinguer un jour; mais à peine avoit-il commencé à suivre les leçons de nos célèbres botanistes, qu'un accident terrible pensa l'enlever à la science qui étoit destinée à lui tant devoir.

Envoyé en 1788 à Londres pour y acheter des livres, et après avoir rempli sa mission avec beaucoup de zèle, il revint dans un mauvais navire, dont le fond de cale étoit rempli de chevaux. Une tempête violente s'éleva pendant la route; les chevaux effrayés s'agitèrent avec tant de force, qu'ils percèrent le bâtiment, et que l'eau gagnant de toutes parts, il ne resta d'espoir que le canot; le capitaine y descendit avec ceux qu'il aimoit le mieux, abandonnant le reste à la mort. Il ne choisit point M. Ventenat, ne jugeant pas apparemment qu'un savant et un religieux fût des plus importans à sauver. Dans ce moment terrible, Ventenat ne consulte que son courage; il se déshabille, se jette à la mer; et

comme il étoit vigoureux et bon nageur, il a bientôt atteint le canot. Cette frêle embarcation étoit aussi remplie qu'elle pût l'être sans submerger; un passager de plus, et tous périssoient: il fallut livrer un combat à mort, la barque chavira, et Ventenat seul échappa encore à ce nouveau danger. Il auroit cependant bientôt été exténué de lassitude, si les habitans de Calais qui avoient été témoins du naufrage n'eussent essayé de porter des secours aux naufragés. Ils jetèrent à la mer quelques tonneaux attachés à de longues cordes, et Ventenat ayant eu le bonheur d'en saisir un, fut amené sur le rivage, nu et couvert de contusions. Le peu de forces que la présence du danger lui avoit conservées l'abandonnèrent, et on le transporta sans connoissance dans une maison où l'on ne put savoir qu'au bout de quelques jours qui il étoit, et à qui l'on devoit donner de ses nouvelles. Une maladie grave fut la suite de cet accident, et jamais il ne retrouva complètement la force et la santé qu'il avoit eues jusques là.

Cependant son zèle pour la botanique ne se ralentit point; les jardins et les herbiers qu'il avoit visités en Angleterre, les botanistes avec lesquels il s'y étoit lié, en augmentant ses connoissances, ne firent qu'augmenter son ardeur. A son retour, il s'attacha principalement à feu L'héritier, et fut souvent employé par lui pour décrire des plantes qui fleurissoient dans des jardins éloignés, et dont L'héritier ne pouvoit pas suivre par lui-même tout le développement. Mais M. Ventenat ne s'en tint point à la manière étroite de ce maître; et quoi-

qu'il l'ait imité dans l'extérieur de ses grands ouvrages, et qu'il ait même renchéri sur la beauté de ses gravures, il sut apprécier et cultiver mieux que lui la partie de la botanique qui s'occupe des rapports naturels des végétaux.

On put s'apercevoir de cette disposition à considérer la science par son côté philosophique, dès les premiers mémoires que M. Ventenat publia sous son propre nom. Dans l'un, (1) il combat peut-être avec des armes encore foibles, la théorie d'Hedwig, sur la fécondation des mousses; dans un autre, (2) il cherche à montrer, conformément à l'opinion de M. de Jussieu, que l'on doit nommer calice, l'enveloppe des fleurs qui n'en ont qu'une, même quand cette enveloppe est colorée. Il a prouvé d'ailleurs dans ses nombreux mémoires descriptifs, (3) comme dans ses grandes collections du même genre, qu'il ne perdoit point de vue ce côté important.

Son premier ouvrage un peu volumineux fut l'extrait d'un cours qu'il avoit fait au lycée de Paris, et qu'il

---

(1) *Dissertation sur les parties des mousses qui ont été regardées comme fleurs mâles et comme fleurs femelles*, dans le *Choix des mémoires sur divers objets d'histoire naturelle*, t. I, p. 259. Paris, 1792, in-8°.

(2) *Sur les meilleurs moyens de distinguer le calice de la corolle. Magasin encyclopédique*, tome III, p. 303-313.

(3) *Sur le Strelitzia*, *ibid.* seconde année, t. V, p. 47-51. — *Sur le Goodenia*, *ibid.*, troisième année, t. II, p. 13-14. — *Sur le Furcræa*, *Annales de botanique* d'Usteri, cahier XIX, p. 44-60. — *Sur le genre Phallus*, *Instit.*, t. I, p. 503. — *Sur l'Epigæa rep.*, *ibid.*, t. II, p. 312. — *Sur les Tilleuls*, *ibid.*, t. IV, p. I. — *Sur le Robinia viscosa*, *ibid.*, t. V, p. 114.

permit d'imprimer en 1797, sous le titre de *principes de botanique*; complaisance dont il se repentit bientôt, car ayant trouvé ce livre trop imparfait, et ne voulant point laisser dans le public un ouvrage qu'il ne croyoit pas digne de lui, il fit tout ce qu'il put pour en retirer les exemplaires, ce qui lui coûta beaucoup de peines et de dépenses: encore, malgré tous ses soins, ne put-il empêcher qu'on ne le traduisît en allemand, langue où l'on traduit tout.

Deux années après, il refondit ce qu'il y avoit de bon dans un ouvrage considérable intitulé *Tableau du règne végétal*. Le fond de ce livre n'est, à proprement parler, qu'une traduction du *Genera plantarum* de M. de Jussieu, et, loin de s'en cacher, M. Ventenat eut l'attention délicate de témoigner tout ce qu'il devoit à ce grand maître en faisant graver sur le frontispice du livre la plante qui porte le nom de *Jussiœa*.

Cependant il s'en faut bien que ce soit une traduction littérale. Les descriptions des classes et des ordres, réduites autant que possible à ce qu'il y a d'essentiel, donnent plus de facilité aux commençans; un grand nombre de remarques curieuses sur les propriétés des plantes, sur leurs usages, sur leur histoire, sur l'étymologie de leurs noms, rendent sa lecture intéressante; un dictionnaire raisonné de botanique et de physique végétale, qui forme le premier volume, explique les termes de l'art et donne des notions élémentaires des principaux phénomènes de la végétation : et quoiqu'on ne puisse dissimuler que l'auteur se montre quelquefois

novice dans cette partie difficile, et dont les recherches n'ont presque rien de commun avec celles de la botanique proprement dite, il y avoit toujours du mérite à initier les jeunes gens dans plusieurs découvertes récentes dont l'exposition ne se trouvoit encore à cette époque que dans les grandes collections académiques.

Mais c'étoit par ses travaux de botanique descriptive, et non par ses ouvrages généraux, que M. Ventenat étoit destiné à s'immortaliser. Ce mot est ici rigoureusement vrai, quoique nous soyons loin de donner à cette sorte d'immortalité la même valeur qu'à celle que procurent les grandes découvertes et les ouvrages classiques ; mais l'expérience a prouvé qu'en histoire naturelle les recueils de descriptions et de figures sont des monumens que la postérité est toujours obligée de consulter et de citer, et, dans nos discussions savantes, nous entendons tous les jours sans surprise les noms des Seba, des Merian, des Wanrheede, se mêler à ceux des Tournefort, des Linnæus et des Buffon. C'est une juste récompense du travail utile, de se voir rapprocher sans honte du génie qu'il alimente et qu'il soutient. Si l'on accorde depuis un siècle cet honneur à des ouvrages aussi imparfaits que ceux que nous venons de citer, et dont les figures ayant été refaites ailleurs, sont devenues en grande partie superflues, à combien plus forte raison ne l'accordera-t-on pas à ceux de M. Ventenat, où tous les prestiges de l'art de peindre et de graver s'allient aux descriptions les plus exactes et aux recherches critiques les plus savantes.

L'Héritier, en mourant, lui avoit en quelque sorte laissé une espèce toute particulière de succession ; nous voulons dire les artistes qui s'étoient formés sous ses yeux : mais ils ont été plus loin pour M. Ventenat qu'ils n'étoient jamais allé pour l'Héritier, et c'est tout au plus si l'on reconnoît dans les ouvrages de celui-cile germe du talent que les Redouté, les Scellier, les Plée, etc. ont déployé en faveur de son successeur.

Il faut dire toutefois que le goût des livres magnifiques devenu si général de notre temps, a puissamment secondé M. Ventenat dans ses entreprises, et quelques personnes se demanderont sans doute, si ce goût lorsqu'il passe de certaines limites, est aussi favorable à la science qu'aux arts qui lui servent d'auxiliaire. Comme il est impossible d'arriver à une imitation complette, peut-être devroit-on s'en tenir à ce qui est rigoureusement nécessaire pour faire reconnoître les objets et éviter aux acheteurs ce que coûte une perfection superflue. Il est à craindre qu'il y ait moins de botanistes, maintenant qu'une bibliothèque de botanique coûte autant que plusieurs métairies, et l'on ne voit point jusqu'à présent, qu'en faisant de la possession des livres un monopole des riches, et en leur inspirant la vanité de les montrer, on leur ait inspiré aussi le desir de s'en servir.

Mais ces réflexions toutes justes qu'elles puissent être, ne doivent point faire blâmer M. Ventenat.

Il a suivi le goût de son siècle. Puisqu'on n'achète point les livres bon marché, il en a fait de chers ; c'est le miel qu'il a mis sur les bords du vase ; le grand papier, les

images, les dorures d'un livre n'empêchent pas à la rigueur, son texte d'être vrai, et le sage ne doit mépriser aucun moyen de répandre des vérités utiles. D'ailleurs, si les propriétaires ne lisent pas, d'autres peuvent aller lire chez eux, et sans eux, le livre n'auroit peut-être pas existé du tout. Ne leur refusons donc point une part dans notre reconnoissance.

Le premier des ouvrages de M. Ventenat, dans ce genre magnifique, sa description du jardin de Cels, est encore un monument honorable à la fois pour plusieurs de nos confrères : le cultivateur laborieux qui soigna tous ces végétaux rares, les voyageurs courageux qui les lui procurèrent, et le ministre éclairé qui protégea l'entreprise méritent d'en partager la gloire avec l'auteur. Ils ont tous trouvé leur récompense dans des genres de plantes que M. Ventenat a consacrés sous leurs noms et qui d'après les lois reçues parmi les botanistes, porteront ces noms dans tous les lieux et dans tous les pays où la science aimable des végétaux sera cultivée.

Ce fut la réputation de ce premier ouvrage qui procura à M. Ventenat l'honneur d'être choisi pour travailler à un autre infiniment plus superbe. L'Impératrice des Français, qui remplit ses loisirs par tout ce que la connoissance de la nature offre de plus intéressant, desirant faire tourner à l'utilité générale les belles collections qu'elle a rassemblées, et voulant en même temps imprimer à l'ouvrage qui en contiendroit les descriptions une magnificence digne de la splendeur du trône sur lequel elle est assise, ne crut pouvoir trouver personne

plus capable de remplir ses intentions dans toute leur étendue que MM. Ventenat et Redouté, et l'Europe entière rend aujourd'hui témoignage du succès avec lequel le savant et l'artiste ont répondu aux vues de leur auguste protectrice. Il n'existe certainement aucun ouvrage du même genre dont les dessins soient plus corrects, les gravures plus soignées et les couleurs plus vives et plus vraies.

Il ne s'agissoit pas seulement d'y mettre du talent et de la capacité, il falloit encore essuyer des fatigues et des peines physiques. Quand une plante rare fleurissoit, il falloit courir à la Malmaison, quelque temps qu'il fît; il falloit y rester jusqu'à ce que le peintre eût bien saisi tous les détails de sa structure; il falloit ensuite surveiller l'exécution et l'impression des gravures : ce qui prenoit un temps infini par-delà celui du travail d'auteur. On peut dire que M. Ventenat a été le martyr de son zèle; et quoique sa santé n'eût jamais été forte depuis son naufrage, elle n'auroit probablement pas empiré si vite s'il n'étoit revenu deux fois de ses courses avec des fluxions de poitrine, et si quelques tracasseries subalternes, presque inévitables quand on approche de la cour de si loin que ce soit, n'eussent ajouté à ses maux physiques les maux plus incurables encore que produit le chagrin quand il n'est pas suffisamment contrebalancé par la philosophie.

Malheureusement M. Ventenat étoit d'un caractère irritable. L'activité extrême qu'il mettoit à remplir ses devoirs et à travailler à ses ouvrages, il la mettoit aussi

à poursuivre les moindres desirs, et, qui pis est, à s'exagérer les moindres contrariétés, et il étoit complètement du nombre de ceux qui prouvent que la science qu'on professe ne change point le caractère.

Traité d'abord comme phtysique, on reconnut ensuite que sa principale maladie étoit un engorgement de la rate. Envoyé aux eaux de Vichy, il éprouvoit un mieux sensible, quand les fièvres d'automne se déclarèrent en ce lieu. Il en fut attaqué des premiers, et revint ici à la hâte; mais il arriva mourant. Il nous fut enlevé au bout de quelques jours, le 13 août 1808.

M. Ventenat s'étoit marié pendant la révolution : il nous appartient moins qu'à personne de dire s'il fit bien ou mal; mais ce que nous pouvons affirmer, c'est qu'il a été le modèle des maris et des pères, comme sa respectable épouse a été et est encore celui de toutes les vertus de son sexe. Il laisse un fils qui commence ses études au lycée Napoléon, et une fille que l'Empereur a daigné admettre dans la maison d'Écouen.

Sa place à l'Institut a été donnée à M. de Mirbel que ses ingénieux travaux sur l'anatomie végétale ont fait connoître depuis long-temps de l'Europe savante, et que la classe avoit nommé son correspondant lorsqu'il résidoit à la cour du roi de Hollande.

RAPPORT

Sur un mémoire de MM. Gall *et* Spurzheim, *relatif à l'anatomie du cerveau*,

FAIT

Au nom d'une commission composée de MM. Tenon, Portal, Sabatier, Pinel et Cuvier,

Par M. Cuvier, rapporteur.

Lu les 25 avril et 2 mai 1808.

La classe a chargé MM. Tenon, Portal, Sabatier, Pinel et Cuvier de lui rendre compte d'un mémoire intitulé : *Recherches sur le système nerveux en général et sur le cerveau en particulier*, par MM. Gall et Spurzheim, docteurs en médecine.

Vos commissaires ne doivent point vous dissimuler qu'ils ont hésité un instant à se charger de cet examen.

Dans tous les temps la classe s'est fait la loi très-sage de ne point émettre d'avis sur les ouvrages déjà soumis au grand tribunal du public par la voie de l'impression, et l'on pouvoit croire que la doctrine anatomique de M. Gall a reçu par l'enseignement oral que ce professeur en a fait dans les principales villes de l'Europe, et par les nombreux extraits que ses disciples en ont

répandus, une publicité à peu près équivalente à celle d'une impression authentique.

Cette exposition anatomique du système nerveux passe d'ailleurs dans le monde pour être intimement liée, et son auteur la lie en effet, jusqu'à un certain point, à la doctrine physiologique qu'il enseigne sur les fonctions spéciales des diverses parties de l'organe cérébral, doctrine qui ne peut être en aucune façon du ressort de la classe, puisqu'elle dépend en dernière analyse d'observations relatives aux dispositions morales et intellectuelles des individus, lesquelles n'entrent assurément dans les attributions d'aucune académie des sciences.

Tels sont les motifs qui nous ont d'abord retenus; mais bientôt il s'en est présenté d'autres qui les ont contrebalancés.

De tout ce que l'on a écrit d'après les cours de M. Gall, ses opinions sur l'anatomie du cerveau sont ce qui a été annoncé avec le plus d'assurance et cependant exposé avec le moins d'étendue et de clarté. Il n'avoue d'ailleurs en entier aucune de ces publications faites par ses élèves, et par conséquent aucune d'elles ne met le public en état de juger ses idées et ne dispense de recourir au mémoire qu'il vous a soumis; enfin il a eu le plus grand soin d'écarter entièrement de ce mémoire les assertions qui ont rendu son nom populaire en devenant le sujet des discussions passionnées de gens de tous les ordres, et il s'en est tenu étroitement à ses observations anatomiques. Quel que soit donc votre ju-

gement, on n'en pourra rien conclure touchant une doctrine qui n'a qu'un rapport assez éloigné avec l'anatomie.

La considération de l'importance des fonctions du système nerveux, et de l'ignorance où l'on est encore sur plusieurs points de sa structure, malgré les travaux nombreux dont elle a été l'objet, s'est jointe à ces motifs et a achevé de nous déterminer. Quiconque se flatte de pouvoir jeter quelque lumière sur une matière à la fois si intéressante et si obscure, a en effet le droit d'être écouté avec attention par un corps tel que le nôtre, et nous manquerions à notre premier devoir si nous ne mettions dans un pareil examen l'assiduité la plus entière et l'impartialité la plus absolue.

Oubliant donc entièrement tout ce qui a été dit ou écrit pour et contre le docteur Gall, soit dans le monde, soit dans les papiers publics, soit dans les brochures, ne nous en tenant pas même uniquement à son mémoire qui ne nous a point paru rédigé avec tout l'ordre et la clarté désirables, nous l'avons invité, ainsi que M. Spurzheim, à nos conférences. Ils ont bien voulu disséquer le cerveau devant nous; nous l'avons disséqué devant eux; nous avons ensuite répété seuls les observations qu'ils nous ont communiquées; nous avons cherché enfin à nous approprier momentanément leur manière de voir, et à en faire une exposition claire et précise que nous leur avons soumise, afin qu'ils reconnussent si nous avions bien saisi leurs idées.

C'est après avoir pris toutes ces précautions que nous avons cherché à former notre jugement sur ce que ces

idées peuvent avoir de neuf, sur ce qu'elles ont de vrai et sur la justesse des conséquences que les auteurs du mémoire en tirent.

Nous allons vous présenter successivement dans le cours de ce rapport l'exposition que nous avons faite et le jugement que nous avons porté.

L'expérience a montré de bonne heure que le cerveau est l'instrument matériel de notre esprit et l'organe essentiel de la vie animale; elle a fait voir promptement aussi que le système nerveux tout entier prend une part fort active aux fonctions de la vie organique : il n'est donc point étonnant que les médecins, les anatomistes et les philosophes se soient occupés dans tous les siècles, avec une ardeur égale, d'un viscère de cette importance; c'est par son étude que l'histoire de l'anatomie commence et finit. Démocrite, Anaxagoras, disséquoient déjà le cerveau il y a près de trois mille ans : Haller, Vicq-d'Azyr et vingt anatomistes vivans l'ont disséqué de nos jours; mais, chose admirable, il n'en est aucun qui n'ait laissé encore des découvertes à faire à ses successeurs.

Sans doute on ne devoit pas s'attendre à trouver une explication physiologique de l'action du cerveau dans la vie animale, comparable à celle de l'action des autres viscères.

Dans ces derniers les causes et les effets sont de même nature : quand le cœur fait circuler le sang, c'est un mouvement qui produit un autre mouvement; quand l'estomac réduit les alimens en chyle, c'est le

calorique, c'est l'humidité, c'est le suc gastrique, c'est la compression lente du tissu musculaire de ses parois qui réunissent leur action pour opérer à la fois une dissolution et une trituration plus ou moins fortes, selon l'espèce de l'animal et la nature de ses alimens.

Les fonctions du cerveau sont d'un ordre tout différent : elles consistent à recevoir par le moyen des nerfs et à transmettre immédiatement à l'esprit les impressions des sens, à conserver les traces de ces impressions et à les reproduire avec plus ou moins de promptitude, de netteté et d'abondance quand l'esprit en a besoin pour ses opérations ou quand les lois de l'association des idées les ramènent; enfin à transmettre aux muscles, toujours par le moyen des nerfs, les ordres de la volonté.

Or ces trois fonctions supposent l'influence mutuelle à jamais incompréhensible de la matière divisible et du moi indivisible, hiatus infranchissable dans le système de nos idées, et pierre éternelle d'achoppement de toutes les philosophies; elles se trouvent même avoir encore une difficulté qui ne tient pas nécessairement à la première : non seulement nous ne comprenons ni ne comprendrons jamais comment des traces quelconques imprimées dans notre cerveau peuvent être perçues de notre esprit et y produire des images, mais quelque délicates que soient nos recherches, ces traces ne se montrent en aucune façon à nos yeux, et nous ignorons entièrement quelle est leur nature, quoique l'effet de l'âge et des maladies sur la mémoire ne nous laissent douter ni de leur existence ni de leur siège.

Il sembloit du moins que l'action du système nerveux sur la vie organique seroit plus facile à expliquer, puisqu'elle est purement physique, et l'on devoit espérer, à force de recherches, de découvrir clairement dans ce système quelque tissu, quelques entrelassemens ou directions de parties qui le rendissent plus ou moins analogue aux organes vasculaires ou sécrétoires. Il n'y avoit surtout aucune raison de douter qu'on ne pût en développer les diverses portions, assigner leurs connexions, leurs rapports, leurs terminaisons respectives, aussi aisément que dans les autres systèmes.

C'est ce qui n'est point arrivé. Le tissu du cerveau, de la moelle épinière et des nerfs, est si fin, si mol, que tout ce que l'on a pu en dire jusqu'ici est mêlé de conjectures et d'hypothèses; et les diverses masses qui composent le cerveau sont si épaisses et si peu consistantes qu'il faut la plus grande dextérité pour rendre manifestes tous les détails de leur structure.

En un mot, aucun de ceux qui ont travaillé sur le cerveau, n'est parvenu à établir rationnellement une relation positive entre la structure de ce viscère et ses fonctions même les plus évidemment physiques; les découvertes annoncées jusqu'ici sur son anatomie, se bornent à quelques circonstances dans les formes, les connexions ou le tissu de ses parties qui avoient échappé à des anatomistes plus anciens; et toutes les fois qu'on a cru aller au-delà, l'on n'a fait autre chose qu'intercaler, entre la structure découverte et les effets connus, quelque hypothèse à peine capable de satisfaire un instant les esprits peu difficiles.

Méthodes nouvelles de dissection du cerveau, connexions et directions nouvelles aperçues entre ses diverses masses et les élémens organiques qui les composent, particularités nouvelles remarquées dans quelques-unes de ses parties, voilà donc à quoi se réduisent jusqu'à présent toutes les découvertes réelles que l'on a pu faire.

Nous sommes loin cependant de mépriser ces résulats; ils nous frayent la seule route qui puisse un jour nous mener plus loin; et quoique nous ne connoissions pas encore toute l'étendue de cette route, nous sommes assurés du moins que chaque pas qu'on y fait nous rapproche du terme, d'une fraction quelconque de sa longueur.

Nous allons donc exposer et examiner, sous ces trois rapports de méthode, de connexion et de particularités, les découvertes annoncées par MM. Gall et Spurzheim.

Les anatomistes savent qu'il y a trois méthodes principales pour démontrer le cerveau.

La plus répandue dans les écoles et dans les ouvrages imprimés, est celle de Vésale, qui consiste à enlever successivement des tranches de cet organe, et à faire remarquer ce qui se présente à chaque coupe. C'est la plus facile dans la pratique pour la démonstration, mais c'est la plus pénible pour l'imagination. Les vrais rapports de ces parties, que l'on voit toujours coupées, échappent, non seulement à l'élève, mais au maître; c'est à peu près comme si l'on divisoit le tronc en tranches successives, pour faire connoître la position

et la figure des poumons, du cœur, de l'estomac, etc. Cependant cette méthode est encore à peu près la seule qui règne dans l'ouvrage le plus magnifique et l'un des plus estimables qui aient paru sur le cerveau, celui de Vicq-d'Azir.

Une seconde méthode qui altère beaucoup moins l'organe qu'elle veut faire connoître, est celle de Willis, laquelle, autant qu'on peut en juger par la description obscure de Galien, ressemble à plusieurs égards à celle qu'employoient les anciens. Après avoir enlevé la pie-mère on soulève les lobes postérieurs du cerveau, on pénètre entre les tubercules quadrijumeaux et la voûte, on coupe le pilier antérieur de celle-ci; débridant les parties latérales des hémisphères, on rejette leur masse en avant : de cette manière on voit bien le dessous de la voûte et du corps calleux, et l'on conserve dans leur intégrité les grands et petits tubercules de l'intérieur; mais l'épaisseur des hémisphères en rend la pratique plus embarrassante dans l'homme que dans les autres animaux.

La troisième méthode est celle dont Varole avoit très-anciennement donné une ébauche, et que Vieussens a employée avec plus de suite et de détail. On y attaque le cerveau par dessous, on suit la moelle alongée au travers du pont de Varole, des couches optiques, des corps cannelés; on voit ses fibres s'épanouir pour former les hémisphères; on peut même au besoin étendre les hémisphères en débridant leurs attaches latérales aux jambes du cerveau, fendre longitudinalement la moelle et le cervelet, et alors on voit chaque moitié de la pre-

mière former une sorte de pédicule qui s'implante dans l'hémisphère de son côté comme la tige d'un champignon dans son chapeau.

Cette méthode a le très-grand avantage de donner plus de facilité pour suivre la direction des fibres médullaires, seule circonstance qui puisse nous fournir quelque idée sur la marche des fonctions cérébrales, et il est probable qu'elle auroit eu plus de vogue si Varole ne l'avoit exprimée par une figure extrêmement grossière, et si l'ouvrage de Vieussens n'étoit toujours resté, on ne sait pourquoi, dans une sorte de discrédit qu'il ne méritoit point du tout.

C'est à peu près cette méthode de Varole que suivent MM. Gall et Spurzheim, et qu'une partie de leur mémoire est consacrée à défendre : peine assurément très-inutile, car un organe aussi compliqué que le cerveau doit être examiné par toutes ses faces, il faut y pénétrer dans tous les sens, et chaque fois que l'on trouve un procédé qui fait reconnoître quelque nouvelle circonstance, on mérite bien de l'anatomie.

C'est donc par leurs résultats que nous jugerons leur méthode, et pour cet effet nous allons commencer par les exposer et par les comparer avec ceux qu'on avoit obtenus avant eux.

On sait que l'opinion la plus généralement reçue touchant l'organisation intime du cerveau, c'est que la substance corticale des hémisphères et du cervelet, de nature presque entièrement vasculaire, est une sorte d'organe sécrétoire; que la substance médullaire, presque

partout d'apparence fibreuse, est un amas de vaisseaux excréteurs ou au moins de filamens conducteurs; que tous les nerfs sont des émanations de cette substance des faisceaux de ces vaisseaux; que la moelle alongée et épinière est elle-même un faisceau plus grand que les autres, dont les différentes paires de nerfs spinaux se détachent successivement; que les nerfs appelés cérébraux enfin sont ceux qui se détachent les premiers de la grande masse médullaire de l'encéphale. En conséquence on fait descendre du cerveau et le long des nerfs toutes les influences du système nerveux sur la vie organique, ainsi que toutes les impulsions de la volonté, et l'on fait remonter par le même chemin les impressions reçues des sens extérieurs; mais par une contradiction singulière, en même temps qu'on fait tenir originairement la substance médullaire, et par conséquent les nerfs, à toute l'étendue de la substance corticale, plusieurs se croient obligés de chercher quelque endroit circonscrit duquel tous les nerfs partent, ou, ce qui revient au même, auquel tous les nerfs aboutissent, c'est-à-dire ce que l'on appelle en anatomie le *siège de l'ame*.

On ne peut guère disconvenir que ce n'ait été là, pendant bien long-temps, l'opinion la plus répandue, et qu'elle ne le soit encore beaucoup aujourd'hui, quoique les esprits sages ne l'aient jamais présentée que comme une hypothèse très-légèrement appuyée sur les faits.

Plusieurs de ses partisans se laissoient cependant aller à des doutes et à des contradictions. Haller, par exemple, dit dans un endroit, qu'il répugne de croire

qu'il naisse des fibrilles médullaires ailleurs que dans le cerveau (1); dans un autre, que tout nerf vient définitivement de la moelle du cerveau du cervelet (2); tandis que dans un troisième (3), il suppose que la matière grise de la moelle de l'épine peut en produire comme celle du cerveau.

En effet, cette distribution de matière cendrée en différens endroits du système nerveux, étoit un fort argument contre cette importance exclusive accordée à l'encéphale, et il s'y en joignoit encore beaucoup d'autres.

On pouvoit remarquer à chaque instant que l'action nerveuse sur la vie organique continue pendant quelque temps, quand le cerveau n'y contribue plus. Des expériences très-connues sur les reptiles, sur les vers, prouvoient, que si dans l'homme et les autres animaux où le cerveau est très-grand, ce viscère est nécessaire aux fonctions de la vie animale, il ne l'est pas toujours dans les espèces où son volume est moindre, et que dans quelques-unes de celles-ci, l'on peut même produire à l'instant, par la section, deux centres de volonté et de sensations.

L'on savoit aussi depuis très-longtemps que la moelle de l'épine ne diminue pas en raison des nerfs qui en sortent, comme elle le devroit si elle n'étoit qu'un faisceau

(1) *Phys.* IV, p. 385.
(2) *Ibid.* p. 393.
(3) *Ibid.* p. 384.

de ces nerfs envoyé par le cerveau ; qu'au contraire elle se renfle à certains endroits où il en sort de plus gros nerfs. Tout récemment, M. Sœmmerring a rappelé que la grosseur de la moelle allongée n'est point, dans les animaux, en raison de celle du cerveau, comme elle devroit l'être, si cette moelle étoit un faisceau des conduits excréteurs de ce viscère, mais qu'au contraire elle est souvent en raison inverse : les recherches successives de Monro, de Prochaska, de Reil, ont donné enfin de la structure des nerfs, des idées toutes différentes de celles qu'on devroit s'en faire pour les dériver tous de la substance médullaire de l'encéphale, et par elle la substance corticale.

Beaucoup de physiologistes en sont donc revenus, dans ces derniers temps, à considérer le système nerveux comme un réseau dont toutes les portions participent, jusqu'à un certain point, et surtout selon leur volume, à l'organisation et aux fonctions de l'ensemble, et non pas comme un arbre, qui n'ayant qu'une souche unique, se distribueroit en branches et en rameaux, à la manière du système artériel par exemple.

MM. Gall et Spurzheim, en adoptant cette opinion, n'en donnent point de preuves nouvelles, mais se bornent à rappeler celles que nous venons d'exposer et qui avoient été présentées bien des années avant eux.

Il paroît qu'on leur a fait, en Allemagne et ailleurs, diverses objections auxquelles ils ont pris la peine de répondre, mais que nous ne leur aurions pas faites.

Lorsqu'ils représentoient par exemple, que dans les

fœtus acéphales, le système nerveux remplit ses fonctions de la vie organique sans le concours du cerveau, on leur opposoit l'idée que les acéphales ne sont que des fœtus où le cerveau a été détruit par suite d'une hydropisie. Cette objection, vraie pour certains acéphales, ne porte certainement point sur tous, et il n'est pas rare d'en voir qui sont arrivés à tout leur développement, quoiqu'ils ne donnent pas la moindre marque d'avoir jamais eu ni tête ni aucune des parties supérieures du tronc.

Nous serons donc facilement d'accord avec MM. Gall et Spurzheim sur l'idée générale qu'ils se font, avec un grand nombre d'anatomistes, du système nerveux.

Mais tout en le regardant avec tant d'autres comme un réseau, ils ont quelques idées particulières sur les mailles et les nœuds dont ce réseau se compose, et c'est ici que commence ce qu'il y a de propre dans leur doctrine.

Autant que nous avons pu la saisir, elle nous a paru se réduire aux dix articles ou propositions suivantes :

1°. La matière cendrée est la *matrice des filets médullaires;* partout où elle existe il naît de ces filets, elle existe partout où il en naît. Chaque fois qu'un faisceau médullaire traverse de la matière grise, il grossit par les filets qu'elle lui donne, et aucun de ces faisceaux ne grossit sans le concours de cette matière, soit qu'elle forme un renflement sensible ou qu'elle se borne à suivre et à accompagner le faisceau.

2°. La moelle de l'épine n'est point un faisceau de nerfs descendans du cerveau. Les nerfs spinaux naissent

par des filets dont les uns montent et dont les autres descendent; cela se voit surtout dans les animaux. La matière grise de l'intérieur de la moelle est la matrice de ces filets; la moelle se renfle pour chaque paire de nerfs qu'elle produit, et d'autant plus que ces nerfs doivent être plus considérables.

Ainsi la moelle épinière des grands animaux, comme celle des insectes et des vers à sang rouge, n'est qu'une série de renflemens qui donnent naissance à des nerfs, mais tous ces renflemens communiquent ensemble.

3°. Les nerfs nommés communément cérébraux, et qui sortent de dessous l'encéphale et principalement de la moelle alongée, ne viennent pas plus du cerveau que les autres; au contraire, lorsque l'on suit séparément les racines de chacun d'eux dans l'épaisseur de la moelle alongée, on voit qu'ils remontent de la moelle vers le point où ils se montrent au dehors, et qu'ils ne descendent point du cerveau pour traverser la moelle.

4°. Le cerveau et le cervelet ne sont eux-mêmes que des développemens de faisceaux qui sont venus de la moelle alongée de la même façon que les nerfs en viennent.

Le cerveau en particulier vient principalement des faisceaux appelés éminences pyramidales, lesquels s'entrecroisent en sortant de la moelle alongée, allant chacun vers le côté opposé à celui d'où il part, se renflent une première fois en traversant le pont de Varole, une deuxième en traversant les tubercules appelées couches optiques, une troisième dans ceux qu'on nomme corps

cannelés, toujours par des filets médullaires que la matière grise contenue dans ces trois parties ajoute à ceux qu'ils avoient primitivement.

Le cervelet vient des faisceaux nommés *processus cerebelli ad medullam*, ou autrement *corps restiformes*, lesquels se renforcent, mais une seule fois, par des filets que leur fournit la matière grise de ce que l'on nomme le *corps ciliaire*.

5°. Ces deux paires de faisceaux, après s'être ainsi renforcées et élargies, après avoir pris par conséquent une direction divergente, finissent par s'épanouir chacune en deux grandes expansions recouvertes partout en dehors de matière grise qui mérite seulement ici le nom de *corticale*, et ces expansions plissées de diverses manières forment ce que l'on nomme les hémisphères du cerveau, les lobes et le *processus vermiforme* du cervelet.

6°. Il naît de toute l'étendue de ces expansions d'autres filets médullaires qui des deux côtés du cerveau et du cervelet convergent vers la ligne moyenne où les filets d'un côté s'unissent à ceux de l'autre et forment ce que l'on nomme les *commissures*.

Le corps calleux, la voûte et ses appartenances forment la plus grande des commissures du cerveau; ce que l'on nomme commissure antérieure est particulièrement celle qui joint les lobes moyens. La commissure du cervelet se compose des couches transversales du pont de Varole.

7°. Quand on a enlevé ou déchiré les fibres conver-

gentes qui se rendent au corps calleux et qui tiennent lieu de plafond aux ventricules latéraux, il ne reste sous la substance grise qu'une partie médullaire qui la double en suivant tous ses replis, et loin qu'elle forme une masse solide, comme on l'a cru jusqu'à présent, il y a toujours au milieu de chaque circonvolution du cerveau et du cervelet une solution de continuité, et avec du soin l'on peut déplisser cette portion de la moelle comme on déplisseroit la substance grise si elle étoit seule. En un mot, chaque circonvolution est une espèce de petite bourse ou de canal, fermée en dehors par une double couche de matière cendrée et de matière médullaire, et, du côté du ventricule, par les fibres médullaires convergentes.

8°. Comme les paires de faisceaux qui forment le cerveau et le cervelet ont leurs commissures, celles qui forment les nerfs ont souvent les leurs aussi, très-faciles à démontrer pour la deuxième, la quatrième, la cinquième et la septième paires, et très-probables pour les autres.

9°. Les ganglions répandus dans tout le corps sont de petites masses de matière grise que certains nerfs traversent et où ils se renforcent comme les pédoncules du cerveau se renforcent dans les couches optiques et les corps cannelés. Ces deux paires de tubercules sont donc de vrais ganglions pour ces pédoncules La matière grise de l'écorce du cerveau et du cervelet à son tour peut être regardée comme ganglion des commissures ou fibres convergentes. Celle de l'intérieur de la moelle épinière

forme de la même façon les premiers ganglions des nerfs spinaux. Les nerfs cérébraux eux-mêmes en ont probablement chacun un particulier, et il est facile d'en reconnoître à plusieurs. On peut enfin comparer à la matière grise, et par conséquent aux ganglions, l'expansion muqueuse qui revêt toutes les extrémités des nerfs de la peau, des intestins, et même la pulpe du labyrinthe et l'espèce de vernis muqueux qui couvre la rétine.

10°. De ces neuf articles, tous purement anatomiques, tous plus ou moins susceptibles d'être vérifiés par l'intuition, en résulte un dixième, qui fait le complément, et le caractère essentiel de la doctrine anatomique de MM. Gall et Spurzheim; c'est que chaque paire de nerfs forme un système particulier; que tous ces systèmes communiquent ensemble et se réunissent dans le grand cordon de la moelle alongée et épinière; et, enfin, que le cerveau et le cervelet, loin d'être l'origine, la source de ce cordon, en sont au contraire un appendice, une espèce de *diverticulum* réservé pour certaines fonctions, mais qui éprouve une influence de toutes les parties du cordon, et qui en exerce une sur elles par leurs communications.

Nous ne pensons pas qu'aucun anatomiste trouve encore de l'obscurité dans cette nouvelle exposition des dix principaux articles mis en avant par les auteurs du mémoire que nous examinons; ils les ont d'ailleurs reconnus, eux-mêmes, pour la véritable expression de leur sentiment.

Il ne nous reste donc plus qu'à dire jusqu'à quel point ils nous paroissent vrais et nouveaux : c'est ce que

nous allons faire séparément pour chacun d'eux, et avec d'autant plus d'intérêt qu'il résultera de notre examen une espèce de traité où la structure du cerveau se trouvera considérée sous divers aspects plus ou moins importans et féconds en conséquences étendues.

Mais avant d'y procéder, l'équité demande que nous rappellions la déclaration faite par MM. Gall et Spurzheim, qu'ils ne prétendent pas avoir découvert beaucoup de faits nouveaux, mais que le principal mérite qu'ils s'attribuent, consiste dans la liaison qu'ils croient avoir établie les premiers entre les faits connus, et dans les propositions générales qu'ils en ont déduites.

Le premier article, qui attribue pour fonction à la substance grise de donner naissance aux filets médullaires, ou, comme disent les auteurs du mémoire, d'être la *matrice des nerfs*, n'est au fond qu'une autre expression de l'opinion généralement reçue. On a disputé sur le tissu de cette substance; Malpighi la croyoit formée de petits follicules; Ruisch, peut-être avec plus de raison, n'y admettoit qu'un réseau vasculaire; d'autres veulent qu'il y ait encore, outre les vaisseaux, un parenchyme particulier; mais on s'est presque toujours accordé à la regarder comme un organe sécrétoire, et les fibres de la substance médullaire comme des organes excréteurs de la substance qu'elle sépare; il falloit donc bien que ces fibres y naquissent. Les physiologistes qui ne croient pas les nerfs creux, mais leur supposent la faculté de conduire un fluide, à la manière dont les métaux conduisent l'électri-

cité, ne nient pas tous pour cela que les nerfs ne prennent leur fluide dans la substance grise : ils pensent donc aussi qu'ils en sortent. Ceux, enfin, qui établissent dans toutes les portions de matière médullaire, une faculté sécrétoire, ne songent pas à nier ce que l'œil démontre : l'adhésion intime de la matière médullaire à la matière grise de l'écorce des hémisphères, et la prodigieuse quantité de filets qui sortent comme autant de radicules, des portions grises des corps cannelés et des couches optiques, etc.

Nos auteurs n'ont donc rien de particulier dans la fonction qu'ils attribuent à la matière cendrée. Même en généralisant cette fonction à toutes les portions de cette matière, ils ne font qu'énoncer plus positivement ce que nous avons vu plus haut qu'Haller soupçonnoit par rapport à la portion grise de la moelle épinière.

Puisque cette opinion est admise par tant d'anatomistes, il faut bien qu'elle ait des motifs puissans ; en effet, outre ce que l'œil enseigne sur la liaison intime des deux substances, la quantité d'artères qui se rendent dans la matière grise, et qui semblent la former presque en entier, ne peuvent guères avoir d'objet qu'une sécrétion abondante.

Peut-être cette quantité de matière grise dispersée dans toutes les parties du système nerveux, et sur laquelle les auteurs du mémoire ont le mérite de rappeler l'attention, expliqueroit-elle suffisamment les fonctions que les parties de ce système exercent sans le concours du cerveau, et dispenseroit-elle d'avoir recours à une force propre de sécrétion dans la matière médullaire, ou même dans l'enveloppe du nerf, comme Reil l'y suppose.

L'ARTICLE DEUXIÈME établit un parallèle entre la moelle épinière des animaux supérieurs et celle des insectes et des vers articulés ou à sang rouge.

On sait que dans ces deux dernières classes le cerveau n'est guères plus considérable que les renflemens ou nœuds de la moelle, de chacun desquels sortent les paires de nerfs; que c'est par la grosseur de ces renflemens et par leur séparation, ainsi que par la petitesse du cerveau que l'on cherche à expliquer la divisibilité du moi, qui se marque dans toutes ces espèces, au moins pendant quelques instans, et qui va dans quelques-unes, telles que les *vers de terre* et les *naïdes*, au point de faire deux individus durables avec un seul par le moyen de la section.

L'on n'avoit rien aperçu de semblable dans l'homme, dont la moelle épinière n'a point d'étranglement sensible et ne se renfle qu'aux endroits où elle fournit des nerfs aux bras et aux cuisses; mais MM. Gall et Spurzheim nous ont fait voir une moelle épinière de veau préparée, et où l'on remarque une sorte de renflement léger entre chaque paire de nerfs. Il seroit curieux de savoir avec précision dans quels animaux cette structure se retrouve, et si elle a quelque rapport avec la faculté d'exécuter certains actes volontaires sans cerveau; si les tortues par exemple, qui vivent et marchent plusieurs mois de suite sans ce viscère ont la moelle plus noueuse que les autres animaux à sang rouge, etc.

L'un de nous a commencé des recherches d'après cette vue, qui ne lui ont point donné de résultats suffisans pour être mis sous les yeux de la classe, mais il s'est

déjà assuré qu'il n'y a point de nœuds sensibles dans des quadrupèdes même assez voisins du veau.

L'ARTICLE TROISIÈME se subdivise pour l'examen en autant de propositions qu'il y a de paires de nerfs.

Le résultat général que les auteurs se proposent de démontrer c'est que tous les nerfs viennent de la moelle alongée ou épinière, et non pas du cerveau.

Il n'y a pas de difficulté pour les nerfs spinaux, qu'on ne fait venir du cerveau que par conjecture, mais dont aucun œil humain ne peut certainement suivre les racines jusques-là, ni même leur apercevoir une tendance pour s'y rendre.

Il n'y en a pas davantage pour les dernières paires de l'encéphale à compter du nerf vague et au-dessous, car elles naissent par des filets transverses, comme les nerfs spinaux, quoiqu'elles n'en aient pas deux faisceaux, et aucun anatomiste n'a vu ces filets se recourber vers le cerveau après qu'ils ont pénétré dans la moelle.

Encore moins y en a-t-il pour l'accessoire de Willis, qui remonte évidemment.

Nous n'avons donc à nous occuper que des huit premières paires en comptant le nerf facial pour une paire séparée.

La *septième* paire de Willis est en effet généralement reconnue aujourd'hui comme en faisant deux, distinctes par leur origine aussi bien que par leur cours.

La portion molle ou le *nerf acoustique* naît transversalement sur le *corps restiforme*, appelé autrement *pro-*

cessus cerebelli ad medullam. On a cru long-temps ce nerf formé par les petits filets blancs tracés sur le plancher du quatrième ventricule, et c'est encore l'opinion de Haller (1), de Vicq-d'Azir (2) et de Sœmmerring (3). Cependant comme ces filets varient en nombre et même en direction; comme on en voit quelquefois une partie remonter vers le corps restiforme, ou le percer pour se rendre au pont de Varole (4); comme il n'est pas absolument rare de ne les point trouver du tout, on a commencé à douter de leur continuation dans le nerf acoustique. Prochaska (5), les frères Wenzel (6), etc., se sont formellement déclarés contre elle. Ces derniers (7) et M. Gall, ont de plus remarqué que ces stries manquent généralement dans les animaux.

Les frères Wenzel (8) observèrent en 1791 pour la première fois, un petit ruban gris un peu saillant, placé aussi en travers sur le corps restiforme, et qui couvre constamment une partie de la base du nerf acoustique qu'il unit avec le quatrième ventricule. Prochaska est jusqu'ici le seul où nous l'ayons trouvé représenté (9).

---

(1) *Phys.* t. IV, p. 225.

(2) Explication des planches, p. 95.

(3) *De fabrica corp. hum.* t. IV, p. 256.

(4) Nous avons eu un exemple très marqué de cette dernière structure dans le cours des recherches que ce rapport a nécessitées.

(5) *Oper. min.* t. I, p. 388.

(6) *Prodr.* p. 22.

(7) *Ibid.*

(8) *Ibid.*

(9) *Oper. min.* t. I, tab. III, fig. 1.

On l'observe également dans les animaux; et M. Gall qui adopte à son égard l'opinion de MM. Wenzel, fait remarquer qu'il est d'autant plus renflé dans chaque espèce que les oreilles y sont plus grandes et l'ouie plus fine.

Dans le *cheval*, dans le *cerf*, dans le *mouton*, c'est un tubercule presque aussi gros que l'éminence *testis*.

Nous avons vérifié cette circonstance.

Il est d'ailleurs clair que l'origine anciennement admise, fût-elle la vraie, le nerf acoustique n'en naîtroit pas moins transversalement sur la moelle alongée, et que ses racines visibles viendroient toujours plutôt de bas en haut, que de haut en bas.

Le *nerf facial* ou portion dure de la septième paire, et l'*abducteur* ou nerf de la sixième paire, sont donc les premiers qui puissent laisser en doute s'ils viennent de la moelle ou du cerveau, d'arrière ou d'avant.

Dans l'homme ils sortent tous deux du corps de la moelle immédiatement derrière le bord postérieur du pont de Varole, et si près que plusieurs anatomistes leur font tirer du pont une partie de leurs filets.

Le *facial* en particulier sort à quelques lignes plus en dehors que l'autre, dans l'angle fait par le pont de Varole et le corps restiforme, à une ligne environ du point où l'*acoustique* se détache de ce dernier qu'il avoit comme embrassé.

L'*abducteur* semble sortir du sillon qui sépare le pont des éminences pyramidales, et il y a des anatomistes qui dérivent toutes ses racines du pont; d'autres des py-

ramides; d'autres de l'une et de l'autre partie. Il en est enfin qui ne s'expliquent point à cet égard.

D'après l'idée généralement reçue que les nerfs descendent du cerveau, M. Sœmmerring suppose (1), que l'abducteur a ses racines dans les pédoncules, et qu'elles s'en séparent en se recourbant après que ceux-ci ont traversé le pont pour former les pyramides. C'est à peu près ce que dit aussi Vieussens (2), mais on voit que c'est un résultat de raisonnemens hypothétiques et non pas d'observations effectives.

Pour connoître la vraie direction des racines de ces deux nerfs, il faut avoir recours aux animaux herbivores, dans lesquels le pont de Varole ne les recouvre pas attendu qu'il est beaucoup moins large que dans l'homme.

C'est ce que MM. Gall et Spurzheim ont fait, et ils ont trouvé d'abord que *l'abducteur* y sort à quelque distance en arrière du pont, et paroît la continuation d'un petit faisceau qui remonte entre l'éminence pyramidale et l'olivaire. Les filets qui lui donnent naissance sont plus longs en arrière et plus courts en avant, ensorte qu'ils ont en petit la même disposition que ceux de l'accessoire de Willis.

Il n'y a donc aucune raison pour croire qu'il descend du cerveau.

Cette observation termine la discussion si le nerf tire ou non quelques filets du pont; puisque c'est seulement

(1) *De bas. enceph.* p. 140.
(2) *Nevrogr. univ.* p. 176.

à cause de la largeur du pont de l'homme qu'il s'approche de son bord postérieur.

Nous n'avons point trouvé de trace positive de cette remarque dans les auteurs que nous avons consultés, mais nous nous sommes assurés qu'elle est vraie pour les animaux herbivores ; et l'un de nous l'avoit même faite il y a long-temps dans le cheval. Dans les carnivores et les singes, le pont et la sixième paire ressemblent davantage à ce qui se voit dans l'homme.

Quant au *nerf facial*, on voit dans les mêmes herbivores, derrière le pont de Varole, une bande médullaire transversale, qui commence précisément au bord externe de l'abducteur, et passe sur la racine du *trijumeau*, où elle se continue avec le nerf acoustique. Le nerf facial a l'air de percer obliquement cette bande d'arrière en avant. Ainsi il naîtroit au-dessous de la moelle, presque comme l'acoustique naît au-dessus, et ils formeroient deux paires de nerfs dont l'origine est réellement distante de toute l'épaisseur de la moelle allongée, quoiqu'elles se rapprochent ensuite au point de se toucher.

Nous n'avons pas remarqué non plus qu'aucun auteur ait fait connoître ce fait avant M. Gall, mais nous sommes certains de son exactitude, et l'un de nous l'avoit vu et dessiné depuis long-temps dans le cerf, le cheval, le mouton et le lapin.

Les animaux présentent de même beaucoup plus clairement que l'homme l'origine des *nerfs trijumeaux* ou de la cinquième paire.

On la fait d'ordinaire simplement sortir des parties latérales du pont de Varole, ou de l'extrémité des pédoncules du cervelet. C'est encore à quoi se bornent Vicq-d'Azyr (1) et Meckel (2). Haller compte cette paire au nombre des nerfs qui peuvent venir à la fois du cerveau et du cervelet (3). Il est cependant certain qu'elle ne vient ni de l'un ni de l'autre, et qu'on peut la suivre profondément dans la moelle allongée, à près d'un pouce plus en arrière que sa sortie.

Santorini annonce déjà (4) en avoir conduit les racines jusques au-dessus des éminences olivaires, et dit qu'il n'est pas plus étonnant de voir remonter ce nerf d'en bas, que l'*accessoire de Willis*; mais il fait ensuite la supposition qu'une partie des fibres des pédoncules n'entrant pas dans les éminences pyramidales, qui sont en effet beaucoup trop petites pour les contenir toutes, se porte plus loin, d'où se recourbent entr'autres celles qui donnent ce nerf; supposition assurément très-gratuite, et que rien de sensible à l'œil ne peut justifier.

M. Sœmmerring semble n'avoir pas bien entendu Santorini, quand il écrivit son traité : *De basi encephali* (5), mais il rapporte, que (6) le hasard lui a fait suivre ensuite l'origine de ce nerf dans la profondeur de la moelle

---

(1) Explication des planches, p. 52.
(2) N°s 46 et 47.
(3) *Phys.* t. IV, p. 387.
(4) *Observat. anatom.* p. 64 et 65.
(5) Page 135.
(6) *De fabric. corp. hum.* p. 212, n° 7.

jusques vers le plancher du quatrième ventricule, et d'après son hypothèse favorite sur le siége de l'ame il en fait baigner les premières racines par l'eau de ce ventricule.

M. Gall poursuit d'une manière constante et sûre, cette origine profonde et basse des nerfs trijumeaux jusqu'entre les éminences *olivaires* et les *corps restiformes*. Il montre de plus, que la largeur et la grosseur du pont de Varole dans l'homme ont seules empêché de la reconnoître plutôt. En effet, dans les animaux herbivores, dont le pont est beaucoup plus étroit, on suit aisément les racines des nerfs trijumeaux sous une partie du pont, et sous la bande transverse placée derrière, et que nous avons vu être en partie l'origine du nerf facial, jusqu'à un faisceau longitudinal. qui marche le long du côté externe des éminences olivaires.

Nous avons vérifié ces deux observations, et en répétant la seconde sur plusieurs espèces nous nous sommes assuré qu'elle n'a lieu ni dans les singes, ni dans plusieurs carnivores où la sortie des nerfs se fait comme dans l'homme; mais toujours parce que le pont de Varole y est aussi large. Quant à la première, elle nous a paru si certaine, que nous ne pouvons nous empêcher de dire que Vicq-d'Azyr s'est trompé, en dérivant les racines de la cinquième paire des pédoncules des cervelets (1). Opérant toujours par des coupes, il les aura tranchées et perdues trop tôt de vue.

Tout le monde sait que le *nerf pathétique*, ou de la

(1) *Mém. de l'Acad. des sciences*, 1781, p. 565.

quatrième paire, naît transversalement sur la valvule de Vieussens, derrière les *testes*. Il n'y a rien là qui puisse le faire dériver de la grande masse médullaire des hémisphères.

Le nerf *oculomoteur*, ou de la *troisième paire*, sort du pédoncule du cerveau, vers son bord interne, où il touche l'*espace cendré perforé* intercepté entre les deux pédoncules et les deux tubercules mammillaires, et en reçoit quelques filets. Dans l'homme, ses racines sont rangées sur une ligne qui suit presque la direction des pédoncules, et les postérieures sont les plus longues, à juger même à l'extérieur; elles viennent donc plutôt de l'arrière que de l'avant; mais si l'on entame un peu la substance du pédoncule, le fait devient bien plus clair encore. On peut suivre la plus grande partie de ces racines jusques sous le pont de Varole. Il s'en perd, ou plutôt il en naît une partie, autour de l'endroit noir des pédoncules. Cette disposition est fort bien représentée par Vicq-d'Azyr, *pl. XXXI*, *fig.* 2.

Les animaux ont des racines plus transversales et plus perpendiculaires : c'est du moins ainsi que nous les avons observées dans le cheval et dans le mouton.

Le *nerf optique* est assez généralement regardé comme venant des couches du même nom, parce que ses racines s'épanouissent sur elles en une expansion membraneuse mince qui les recouvre presque entièrement. Il n'a cependant pas manqué d'anatomistes qui ont cru pouvoir conduire au moins une bonne partie de ces racines jusqu'aux tubercules *nates*. Morgagni, Winslow, Zinn, sont de ce

nombre. Santorini décrit (1) cette origine avec soin, et en ajoute une autre qu'il fait venir des *testes* : son disciple et éditeur Girardi la confirme (2). Vicq-d'Azyr, qui a très-bien connu aussi ces connexions des nerfs optiques avec les tubercules quadrijumeaux, prétend cependant qu'ils ont encore d'autres racines dans l'épaisseur des couches, lesquelles en forme d'innombrables filets, se joignent au nerf dans une grande partie du trajet qu'il fait en embrassant la jambe du cerveau, et il s'applaudit de cette découverte (3). Mais il nous paroît que c'est une illusion où peut l'avoir conduit sa méthode des coupes parallèles. Il est très-vrai qu'il naît une infinité de filets blancs dans l'épaisseur de la substance grise des couches; mais ce n'est pas au nerf optique qu'ils nous semblent se rendre. Ils vont au contraire renforcer le faisceau qui vient des éminences pyramidales, comme nous le dirons bientôt. MM. Gall et Spurzheim ont imaginé une coupe qui le démontre très-bien, et dont nous reparlerons.

Ils croient donc qu'on peut, au moins dans plusieurs animaux enlever de dessus les couches, sans les intéresser, l'expansion médullaire des racines des nerfs optiques, et conduire celles-ci jusques dans l'intérieur des *nates*, où elles se continuent en une lame blanche qui occupe le milieu de ces tubercules.

Ce dernier point est certain; quant au premier, comme

---

(1) *Observat. anatom.* p. 63.

(2) *Septemdec tab.* p. 34.

(3) *Acad. de sc.* 1783, *p.* 529.

il ne peut s'exécuter qu'à l'aide du manche du scalpel, il est sujet au même doute que toutes les opérations semblables que l'on peut tenter sur le cerveau.

Nos anatomistes font de plus remarquer que dans les individus où le nerf optique d'un côté est affoibli et plus grêle, le tubercule correspondant est aussi plus mince, et que dans les espèces qui ont les nerfs optiques gros, les *nates* sont plus volumineux, mais que souvent les couches y sont plus petites.

Ce tractus médullaire, qui vient des *nates*, rencontre dans sa route le tubercule appelé *corpus geniculatum externum*.

Celui qui vient des *testes*, coupe le premier au *corpus geniculatum internum*, et a l'air de se glisser dessous pour le croiser et se porter en avant; aussi MM. Gall et Spurzheim ne croient-ils pas qu'il appartienne au nerf optique; ils ont même pensé long-temps qu'il donne naissance à la racine externe de l'*olfactif*, laquelle en effet est à peu près dans sa direction; mais ils n'ont jamais pu en voir la continuité.

L'un de nous a fait plusieurs recherches sur cette partie du cerveau, qui ne paroît avoir été bien connue que de Santorini et de Vicq-d'Azyr, mais qui n'a jamais été bien représentée.

Il est certain que dans tous les quadrupèdes, le faisceau principal du nerf optique vient des *nates* au *corpus geniculatum externum*.

Il est certain aussi qu'il vient des *testes* un autre faisceau qui fait un angle avec le premier, et qui, après

s'être renflé, pour former le *corpus geniculatum internum*, a l'air de passer sous le premier faisceau et de se rendre plus loin, mais qui échappe bientôt à l'œil et au scalpel.

Il est certain enfin que, tant le *testis* que le *corpus geniculatum internum*, sont beaucoup plus gros dans les carnaciers que dans les autres animaux; ce qui seroit assez favorable à l'idée qu'ils concourent à produire le nerf olfactif, si développé dans cette classe.

Mais nous avons cru voir dans les singes, que le *corpus geniculatum internum* reçoit un faisceau des *nates* comme des *testes*, et donne par leur réunion, une racine du nerf qui ne se joint que fort bas à celle qui vient, comme à l'ordinaire, des *nates* par-dessus la *couche optique*. MM. Gall et Spurzheim ont d'ailleurs remarqué eux-mêmes ce que l'un de nous a fait connoître depuis long-temps, que les dauphins et marsouins, qui manquent absolument de nerf olfactif, ont cependant des *testes* considérables.

Ces mêmes animaux ont aussi des corps cannelés comme les autres, ce qui ôte à ces corps la fonction qu'on leur attribuoit de produire le nerf olfactif.

La première paire sera donc la seule dont on ne peut point encore conduire les racines vers la moelle allongée, et qui ne s'accorde pas encore clairement avec la règle établie dans le mémoire que nous examinons.

M. Gall explique, conformément à la loi mentionnée dans son premier article, le grossissement des nerfs optiques au-dessous de leur conjonction, par des filets

nombreux que leur envoie la lame cendrée interposée en avant de cette conjonction; filets qui ont été bien décrits et soigneusement dessinés par Vicq-d'Azyr (1).

On faisoit à l'origine que nos anatomistes attribuent au nerf optique, une forte objection, tirée de la structure des oiseaux, qui manquent, disoit-on, de *nates*, quoique leur œil et leur nerf optique soient énormes; mais leur réponse est victorieuse. Ce que Willis, Collins, Haller, et les autres anatomistes après eux, ont nommé couches optiques dans les oiseaux, n'est autre chose que les *nates* eux-mêmes. Les vraies couches optiques sont en avant avec leur troisième ventricule, leurs pédicules de la glande pinéale, les deux commissures à la place ordinaire; en un mot semblables en tout à celles des quadrupèdes à la grandeur relative près; les prétendues couches de Haller sont au contraire entre la commissure postérieure et la valvuve de Vieussens; l'aquéduc de Sylvius passe entre elles; c'est avec lui que communiquent les ventricules qui leur sont propres dans cette classe.

Nous avons vérifié cette remarque importante; elle ne souffre pas de réplique. Il est d'autant plus du devoir du rapporteur de le reconnoître, qu'il avoit adopté l'erreur commune dans ses ouvrages.

Or, comme les tubercules en question donnent évidemment naissance aux nerfs optiques dans les oiseaux, ils

---

(1) *Mém. de l'Acad.* 1783, p. 548, et pl. XIII, fig. 1 et 2, et dans son grand ouvrage, pl. XXI, à toutes les figures.

confirment l'origine qu'on donne à ces nerfs dans les mammifères et dans l'homme, au lieu de l'infirmer.

On peut rappeler ici la jolie remarque faite par Vicq-d'Azyr, que ces tubercules ont un ventricule dans les oiseaux où le sens de la vue est le plus exalté, comme les nerfs olfactifs dans les mammifères où c'est le sens de l'odorat qui l'emporte sur les autres.

Passons à l'ARTICLE IV où nos auteurs développent la relation de la moelle alongée avec le cerveau et le cervelet.

La continuité des fibres médullaires des pyramides au travers du pont de Varole avec les jambes du cerveau, et de celles-ci au travers des *couches optiques* et des *corps cannelés*, jusques dans la masse médullaire des hémisphères, a été bien connue de Vieussens qui avoit aussi donné aux couches optiques la dénomination très-juste de corps cannelés postérieurs; mais les figures (1) où il représente cet objet capital de l'anatomie du cerveau sont fort grossières; elles ne montrent que des filamens simples qui iroient en grossissant et en s'écartant, et la chose est loin d'être ainsi.

Ce point de vue intéressant fut ensuite presque entièrement négligé, parce qu'on s'en tenoit aux coupes faites à la partie supérieure du cerveau. Monro (2) et Vicq-d'Azyr (3) le reproduisirent; ce dernier surtout présenta cette continuité dans deux planches fort belles, quoique

---

(1) *Nevrogr. univ.* p. 88 et 89.

(2) Nervous *Syst.* t. VII, fig. 1.

(3) Grand ouvrage sur le cerveau, pl. XXII et XXIII.

peut-être encore un peu moins exactes qu'il ne faudroit, parce que le préparateur n'avoit pas eu le soin de faire fléchir sa coupe suivant la direction des filamens.

A ces coupes horizontales déjà données par les trois auteurs que nous venons de citer, MM. Gall et Spurzheim en ajoutent une verticale qui a le mérite d'expliquer, d'après leur manière de voir, comment ces faisceaux médullaires grossissent, et de faire connoître la vraie terminaison des filets de la couche optique que Vicq-d'Azyr croyoit avoir conduits dans le nerf du même nom.

Cette coupe passe par le milieu de l'éminence pyramidale, de la jambe, de la couche et du corps cannelé d'un côté, en allant obliquement en avant et en dehors.

On y voit distinctement les faisceaux des pyramides s'entrelacer avec ceux du pont de Varole et avec la substance grise qui s'y mêle et qui leur fournit des augmentations; passant de là dans la jambe, ils reçoivent de nouveaux filets du *processus cerebelli ad testes*. Une fois sous la couche optique ils se rassemblent en une masse blanche à laquelle les filets innombrables de l'intérieur de la couche viennent se joindre par des angles aigus en avant. Cette dernière circonstance est essentielle à remarquer; elle prouve que les couches envoient leurs filets en avant, et non en arrière comme Vieussens l'avoit supposé; elle fait voir aussi que ce n'est pas dans le nerf optique que ces filets se rendent, comme l'avoit cru Vicq-d'Azyr.

La masse blanche devient alors plus forte et se partage

en un grand nombre de colonnes divergentes qui constituent le grillage blanc du milieu des corps cannelés; la matière grise de la face supérieure de ces corps donne encore une infinité de petits filets, comme les couches en avoient donné; enfin toutes ces fibres se dispersent dans la masse médullaire des hémisphères où nous les retrouverons bientôt.

Les deux arcs transversaux blanchâtres que l'on voit dans la coupe horizontale et dont Vicq-d'Azyr a exprimé une partie dans sa planche, sont les endroits où il arrive le plus de filets des régions supérieures des couches et des corps cannelés.

Telle est la description fidèle de ce que l'œil aperçoit; l'un de nous a dessiné tout cet appareil dans l'homme, les quadrupèdes et les oiseaux, où l'essentiel reste à peu près le même.

Nous savons bien qu'il n'y a pas de motif pour dire plutôt que les grands faisceaux fibreux vont des pyramides aux hémisphères, que des hémisphères aux pyramides; puisque la marche de l'influence nerveuse se fait dans ces deux sens.

Mais on peut et on doit se demander dans quel sens vont les petites fibres des couches et des corps cannelés. Sont-elles fournies par ces tubercules pour grossir le grand faisceau médullaire, ou bien se détachent-elles du faisceau médullaire pour se perdre dans ces tubercules? Cette dernière opinion n'auroit certainement aucune vraisemblance, et personne ne trouvera mauvais que MM. Gall et Spurzheim adoptent l'opinion opposée.

Ils auroient donc raison dans ce sens, quand ils disent que les faisceaux médullaires vont toujours en grossissant, depuis les pyramides jusqu'aux hémisphères.

Mais d'où viennent, ou bien où se rendent les extrémités inférieures des faisceaux, c'est-à-dire les éminences pyramidales elles-mêmes?

Elles s'entrecroisent à environ deux travers de doigt derrière le pont de Varole, et disparoissent immédiatement derrière ce point, en se perdant de part et d'autre dans les deux cordons qui composent la face inférieure de la moelle épinière.

Ceci est un des faits les plus intéressans pour la physiologie et la pathologie.

Tout le monde sait combien il est fréquent de voir une paralysie d'un côté occasionnée par une lésion quelconque du côté opposé du cerveau : les médecins de tous les siècles ont cherché à expliquer ce fait par un entrecroisement qu'ils supposoient vaguement dans les fibres du cerveau, ou dans les plus profondes racines des nerfs (1).

On ne voit cependant presque partout que des fibres transverses, des commissures, et non pas des fibres croisées.

Il n'y a qu'un seul endroit, à l'extrémité postérieure de la moelle alongée, qui offre une vraie décussation, et c'est Dominique Mistichelli qui l'a découvert, et fort

---

(1) Arétée, *De caus. et sig. morb.* lib. I, cap. 7, p. 34, B. edit. Lugd. Brit. 1731. *Nervi ab initio enati protinus ad oppositos transeunt, se invicem permutantes in figuram litteræ X.*

bien décrit en 1709 (1); François Pourfour du Petit (2) le décrivit de son côté l'année suivante, et fut le premier qui le fit connoître en France.

Comment s'est-il fait qu'une circonstance de structure aussi évidente, adoptée par Winslow (3), par Lieutaud (4), par M. Portal, explicitement décrite (5) et nettement dessinée (6) par Santorini, ait pu être mise en doute par le grand Haller (7), niée récemment par des hommes très-habiles, et confondue par d'autres, dans lesquels on peut compter Vicq-d'Azyr lui-même, avec celle des fibres transverses qui réunissent dans toute leur longueur les parties latérales de la moelle alongée?

C'est probablement faute d'une description encore assez claire; et peut-être aussi parce que l'endroit de la décussation doit souvent être coupé quand on détache la tête du tronc.

Il sera impossible de s'y tromper d'après les démonstrations de MM. Gall et Spurzheim. Quand on écarte l'un de l'autre les deux cordons inférieurs de la moelle alongée et épinière on voit qu'ils sont séparés par un sillon assez profond dont le fond est occupé par des filets médullaires transverses. Ce sillon n'est interrompu qu'à un seul en-

---

(1) *Trattato dell apoplessia*, Roma, 1709, in-4°.

(2) *Lettre d'un médecin des hôpitaux du roi*, p. 12, Namur, 1710, in-4°.

(3) *Traité de la tête*, n° 110.

(4) *Anatomie historique et pratique*, t. I, p. 591.

(5) Santor, *Observ. anatom.* p. 61, §. XII.

(6) *Ibid.* § XVII, tab. II.

(7) *Phys.* t. IV, p. 000.

droit qui est celui qui nous occupe, et qui n'a que deux ou trois lignes de long. Les fibres de l'éminence pyramidale d'un côté, y forment trois ou quatre filets, qui se croisent par-dessus le sillon avec les filets opposés, comme feroient les brins d'une natte, et qui se confondent ensuite avec le reste du cordon médullaire dans lequel ils entrent ainsi obliquement.

Cette décussation saute aux yeux quand on écarte doucement les bords du sillon longitudinal de la moelle, parce que c'est le seul endroit où l'on ne puisse pas apercevoir le fond de ce sillon.

Il y a certainement quelque mérite d'avoir rendu à l'enseignement général un point de doctrine important que les doutes ou les dénégations d'habiles gens avoient fait tomber dans l'oubli.

M. Gall ayant établi, à ce qu'il paroît, d'après cette progression des faisceaux médullaires du cerveau au travers du pont des couches et des corps cannelés, sa loi de l'accroissement des fibres médullaires par la substance grise, a voulu en faire l'application au cervelet.

Il a recours ici à ce corpuscule cendré, d'une figure si bizarre que l'on trouve dans l'épaisseur des jambes du cervelet, et que l'on a nommé *corps ciliaire*, ou *corps frangé;* le faisceau nommé *processus cerebelli ad medullam*, donneroit naissance au cervelet après avoir été renforcé par le corps frangé, comme les pédoncules du cerveau le sont par les couches optiques et la partie grise des corps cannelés. Mais peut-être l'analogie n'est-elle pas complète. Le corps frangé est enveloppé, et comme

noyé dans la matière médullaire, au lieu de lui donner passage, et l'on ne voit point qu'il lui fournisse de filets.

Quelqu'un ajoutera peut-être d'après Vicq-d'Azyr (1) que les animaux n'ont point de corps frangé, mais la vérité est qu'ils l'ont seulement plus petit, et comme leur cervelet l'est aussi beaucoup plus, le fait seroit plutôt pour, que contre l'idée de nos anatomistes.

Les articles 5, 6 et 7 veulent être examinés ensemble. Ils forment à eux trois ce que la doctrine de MM. Gall et Spurzheim a de plus particulier; l'article septième surtout relatif à la possibilité de déplisser le cerveau comme une membrane, est celui qui a fait le plus de bruit dans le monde, mais comme il est trop ordinaire, presque aucun de ceux qui en ont parlé n'avoit bien compris nos auteurs, et ceux qui ont cru avoir retrouvé le fait dans des anatomistes plus anciens, avoient encore moins compris et la chose en elle-même et les passages où ils croyoient en voir l'expression.

Les termes dans lesquels nous avons rendu les idées de MM. Gall et Spurzheim, vous feront déjà sentir qu'il ne s'agit pas de déplisser tout le cerveau; ils ont reconnu expressément, dans les conférences que nous avons eues avec eux, que les parois des ventricules sont telles qu'elles paroissent et ne cachent aucuns replis, excepté en arrière vers la bandelette dentelée, où leurs plis étoient depuis long-temps connus et dessinés par Vicq-d'Azyr;

---

(1) *Acad. des sciences*, 1783, p. 471.

seulement, disent nos anatomistes, ces parois épaisses formées par les fibres convergentes, sont les seuls liens qui retiennent les plis de la substance extérieure ; celle-ci y est attachée comme des plis de falbala, par exemple, sont attachés sur l'étoffe d'une robe; enlevez l'étoffe principale les plis s'étendront et formeront à leur tour une pièce d'étoffe plane.

Vos commissaires ont examiné avec toute l'attention dont ils sont capables, les hémisphères du cerveau, afin de juger ce qu'il y a de vrai dans une doctrine aussi nouvelle.

Ils pensent que l'on peut en effet distinguer deux ordres de fibres dans la matière médullaire, mais ils trouvent qu'il faut encore réduire de beaucoup l'idée que l'on pourroit se faire du déplissement d'après les expressions que nous venons de rapporter.

Nous allons développer successivement ces deux propositions.

Quand on suit avec le scalpel les fibres venues des jambes du cerveau au travers des couches optiques et des corps cannelés, on voit qu'elles croisent par des angles plus ou moins ouverts celles qui se rendent vers la ligne moyenne et qui forment le corps calleux et la voûte; il est même assez facile de démontrer leur décussation dans la corne inférieure des ventricules latéraux, et bien réellement les fibres divergentes qui viennent des corps cannelés semblent faire une couche extérieure aux fibres convergentes qui composent le corps calleux.

Mais cette couche extérieure suit-elle tous les replis

de la couche plus extérieure encore de matière grise que l'on appelle corticale, et se déplisse-t-elle comme on déplisseroit cette dernière si elle étoit seule et vidée de toute la matière blanche qui la remplit?

C'est comme on voit une question entièrement indépendante de l'autre, et que le témoignage des sens peut seul décider.

Prenant d'abord la chose dans l'acception rigoureuse où elle sembloit annoncée, nous avons fait tous nos efforts pour nous mettre en état soit de l'adopter soit de la rejeter avec quelque certitude, et nous aurions peine à faire entendre à ceux qui ne l'ont pas essayé combien cela nous a été difficile. La matière médullaire qui remplit les circonvolutions du cerveau est si molle qu'elle s'affaisse par son propre poids; pour peu qu'on soutienne du doigt la convexité ou le dos d'une de ces circonvolutions, ses deux côtés s'écartent horizontalement et emportent chacun une partie de la matière blanche qui occupoit leur intervalle. Les vaisseaux ne se rompent point, parce qu'ils sont pour la plupart placés dans le sens même où se fait la rupture, et que d'ailleurs ils traversent cette matière médullaire à cause de sa mollesse comme des fils traverseroient de la gelée et de la pommade. Il nous sembloit donc impossible de prouver qu'il y eût une solution réelle de continuité; au contraire, soit à l'œil, soit à la loupe, les deux lames de matière blanche paroissoient hérissées de petits points saillans, de petits filamens qui avoient toute l'apparence d'autant de déchirures. Nous avons même essayé de faire commencer la déchirure,

de manière à laisser une lame plus épaisse de matière blanche d'un côté que de l'autre; et la séparation nous a paru se faire presque aussi aisément que dans le milieu.

L'argument que les auteurs du mémoire tirent de l'exemple des *hydrocéphales* ne nous paroissoit pas beaucoup plus concluant. Une accumulation de liquide dans les ventricules du cerveau peut étendre lentement les parois de ces *cavités*, effacer la saillie des circonvolutions et amincir la matière médullaire qui les enveloppe sans que celle-ci ait besoin de se déplisser; l'hydropisie du rein étend et amincit la substance de cet organe au point de la faire ressembler à une membrane, sans que personne ait été tenté de croire qu'elle se déplissoit. Le phénomène d'hydrocéphales qui ont conservé long-temps leurs facultés intellectuelles ne prouve rien de plus, car ne sachant point à quelle partie de l'encéphale, ni à quelle circonstance de son organisation ces facultés sont attachées, nous n'en pouvons rien conclure relativement à la structure essentielle du cerveau.

Au surplus nous avons examiné nous-mêmes des hydrocéphales; les parois des ventricules, quoiqu'étendues, avoient la même apparence qu'à l'ordinaire, et les circonvolutions, quoiqu'amincies et en partie effacées, n'en conservoient pas moins leur solidité intérieure.

Telles étoient les idées qu'avoit fait naître en nous le premier mémoire de MM. Gall et Spurzheim, comparé avec les objets mêmes, mais ces anatomistes nous

ont remis depuis une note additionnelle où ils exposent de nouveaux moyens de s'assurer des faits, et où ils expriment avec plus de précision leur manière de voir.

M. Spurzheim a répété devant nous ces nouvelles expériences; des tranches verticales de circonvolutions, macérées dans de l'acide nitrique étendu d'alcohol rectifié, se sont durcies, et divisées plus aisément dans la ligne médiane ; il en a été de même quand on les a fait bouillir pendant douze ou quinze minutes dans de l'huile ; lorsqu'on souffle sur une pareille tranche, ou que l'on y dirige un petit jet d'eau avec une seringue, la séparation se fait très-aisément dans le milieu, et presque point sur les côtés. Dans le dernier cas, surtout, les deux faces qui se séparent restent lisses, et les vaisseaux qui les parcourent intacts sans laisser voir de traces de fibres qui seroient allées d'un côté à l'autre.

Ces faits sont exacts, mais peut-être prouvent-ils seulement qu'il y a moins de cohésion dans le milieu d'une circonvolution que dans le reste de sa capacité, et non pas qu'elle est formée de deux lames simplement adossées, et non adhérentes.

En d'autres termes on peut admettre selon nous que la portion blanche ou intermédiaire de chaque circonvolution, est formée de deux parties, qui adhèrent entre elles plus foiblement que les molécules de chacune en particulier, ou dont l'union peut être comparée par exemple à celle des deux lames de la dure mère; mais non pas comme on le croyoit à celle des deux côtés d'un intestin affaissé; excepté toutefois que le moyen d'union n'est

pas de la cellulosité comme dans la dure mère, mais la substance médullaire même un peu ramollie.

Au reste, comme c'est ici un point de fait, entièrement du ressort des sens, nous ne prétendons pas donner à notre opinion plus d'autorité qu'elle ne doit en avoir; cette question ne peut tarder à être examinée par tous les anatomistes et trouvera autant de juges que d'observateurs; elle ne peut donc manquer d'être bientôt définitivement fixée.

Il n'est pas si aisé, à beaucoup près, de démontrer deux ordres de fibres dans le cervelet que dans le cerveau, et c'est par analogie plutôt que par une intuition effective que MM. Gall et Spurzheim les y admettent.

Quant à ce qu'ils disent sur les commissures du cerveau et du cervelet, leurs idées n'ont rien de nouveau, ni qui n'ait déjà été avancé par un assez grand nombre d'anatomistes; nous pouvons même ajouter qu'elles n'ont rien que d'assez probable.

Nous trouvons la même probabilité aux commissures que L'ARTICLE HUITIÈME attribue à chaque paire de nerfs. Elles sont presque certaines pour tous les nerfs spinaux qui les trouvent dans les filets transverses de la moelle épinière. On peut supposer que la petite bande qui unit les deux faciaux et les deux acoustiques dans les animaux, est cachée dans l'homme par le pont de Varole; les deux pathétiques se touchent sur la valvule de Vieussens; les deux optiques, comme chacun sait, paroissent presque se confondre au-devant de la tige pi-

tuitaire ; d'ailleurs leurs racines doivent s'unir en même temps que les nates et les testes sur l'aquéduc de Sylvius. Il ne resteroit donc que les abducteurs, les oculo-moteurs et les olfactifs qui n'auroient point de commissures visibles. Encore la commissure antérieure du cerveau s'unit-elle évidemment aux olfactifs dans les animaux.

Il semble que cette généralité des commissures aide à expliquer l'unité d'action des organes doubles.

L'ARTICLE NEUVIÈME est un de ceux qui ont été le plus combattus par les anatomistes d'Allemagne, et qui sont en effet le plus susceptibles de l'être. Il établit d'abord la généralité des tubercules de matière grise pour chaque paire de nerfs ; ensuite l'analogie de ces tubercules avec ceux qu'on nomme ganglions ; enfin l'analogie de ces deux sortes d'organes, soit avec la matière corticale du cerveau, soit avec les expansions muqueuses des organes des sens.

Que chaque paire de nerfs tienne originairement à quelque tubercule, ou au moins à quelque portion de matière grise d'une forme quelconque, c'est ce qui peut assez bien se soutenir pour les nerfs spinaux, et en remontant jusqu'au nerf vague, puisqu'il y a de cette matière dans toute la longueur de la moelle, quoiqu'il ne soit pas possible de suivre jusques là les racines des nerfs ; cela est même certain pour le nerf acoustique, qui sort de la petite bande grise de l'homme, ou du tubercule beaucoup plus marqué qui la remplace dans la plupart des animaux, et pour l'optique qui a au moins deux de ces tubercules ;

le natis et le *corpus geniculatum externum*, et peut-être encore deux autres le testis et le *corpus geniculatum internum*; l'olfactif en a au moins un, à l'endroit où il repose sur la lame criblée de l'ethmoïde, mais l'œil n'aperçoit rien de pareil aux autres nerfs cérébraux de l'homme, des mammifères et des oiseaux, quoique le trijumeau ait un tubercule à lui dans les poissons.

L'analogie des ganglions spinaux, et de ceux qui sont épars dans le système nerveux de la vie organique, avec les portions de matière grise affectées aux origines primitives des diverses paires de nerfs, est tout autrement difficile à rendre vraisemblable.

Sans doute il y a bien long-temps que des anatomistes, entre lesquels il suffit de nommer Winslow, ont regardé les ganglions comme de petits cerveaux, comme des sources d'action nerveuse, indépendantes du grand encéphale; d'autres, comme Willis et Vieussens, les ont pris pour des réservoirs des esprits animaux, ou comme Lancisi, pour des organes comparables à des cœurs, et propres à imprimer à ces esprits un mouvement plus rapide.

Scarpa, dans ces derniers temps, n'a voulu y voir, ainsi que Meckel et Zinn avant lui, que des subdivisions, des réunions, et des recompositions de nerfs, enveloppées et affermies par du tissu cellulaire, abreuvé d'un fluide rougeâtre, et quelquefois pénétré de graisse.

L'existence de cette cellulosité, la graisse qui s'y dépose quelquefois, ont été reconnues par les plus grands anatomistes de notre temps. Ce sont des ca-

ractères très-distinctifs qui ne permettent pas de confondre la substance des ganglions avec la matière grise du cerveau. Cependant cette substance a aussi quelque chose de propre qui ne doit pas la laisser confondre avec la cellulosité ordinaire ; mais quelle est l'essence de ses propriétés ? On l'ignore assurément.

L'idée que les ganglions épars entre les différentes branches des nerfs sympathiques, ont pour effet de soustraire les filets de nerfs réservés pour la vie organique à l'empire de la vie animale, a dû venir et est venue en effet de bonne heure aux physiologistes ; mais pourquoi les ganglions spinaux, qui ressemblent tant aux autres, n'ont-ils pas cet effet ? C'est encore là ce qu'on ignore. Tout n'est ici que ténèbres ou que nuages. Donner quelque opinion nouvelle, reproduire quelque opinion ancienne sans avoir plus de preuves pour l'une que pour l'autre, ce n'est point servir la science. Il vaut mieux avouer franchement son ignorance et séparer nettement les choses connues et celles qui ne le sont point. L'esprit humain, dit-on, supporte le doute avec peine, mais c'est précisément pour cela qu'apprendre à le supporter doit être une des principales études des vrais savans. Les ouvrages de quelques physiologistes modernes nous ont engagés dans cette courte digression.

L'analogie de l'écorce grise du cerveau et du cervelet avec les tubercules de son intérieur, tels que les corps cannelés, les couches optiques, les nates, etc. est infiniment mieux établie que celle des ganglions.

Tout le monde y reconnoît à peu près identité de substance ; on y admettroit donc aisément identité de fonction. Mais que dire de sa comparaison avec le corps muqueux qui enduit la peau et tous ses prolongemens intérieurs ? Il ne peut y avoir ici, quant à la structure, au tissu, en un mot à la nature physique, qu'une ressemblance purement hypothétique. A défaut d'observations intuitives, il faudroit donc, pour justifier cette comparaison, quelque ressemblance dans les fonctions, dans les usages, dans la manière d'être pendant la vie, et où la trouver ?

Nous avouerons aussi que nous ne saisissons pas le rapport entre ces amas de matières grises où les faisceaux médullaires se renforcent en les traversant, et les anneaux qui entourent la base des nouvelles branches des arbres ; dans un arbre les branches sortent successivement les unes des autres ; mais dans le système nerveux tout est formé à la fois. Il est impossible de trouver là autre chose qu'une ressemblance accidentelle.

Tel est, Messieurs, le rapport que nous avons cru devoir vous faire.

Les observations de MM. Gall et Spurzheim ont toutes été répétées par nous ; nous avons même soumis à un nouvel examen, une partie de celles qui appartenoient à des auteurs plus anciens, et qui se lioient aux leurs ; enfin nous avons indiqué le degré de justesse que nous avons trouvé tant aux anciennes qu'aux nouvelles.

Nous croyons donc avoir rempli autant qu'il étoit

en nous, la commission dont la classe nous a honorés.

On voit maintenant que nous sommes loin d'adopter toutes les vues et toutes les observations exposées dans le mémoire de ces anatomistes, mais que nous sommes loin aussi de les rejeter toutes.

Il nous paroît en dernier résultat, 1°. que MM. Gall et Spurzheim ont le mérite d'avoir, non pas découvert, mais rappelé à l'attention des physiologistes la continuité des fibres qui s'étendent de la moelle alongée dans les hémisphères et dans le cervelet, que Vieussens a le premier exposé avec détail, et la décussation des filets des pyramides décrite par Mistichelli, par François Petit et par Santorini, mais sur laquelle il étoit resté du doute.

2°. Qu'ils ont les premiers distingué les deux ordres de fibres dont la matière médullaire des hémisphères paroît se composer, et dont les unes divergent en venant des pédoncules, tandis que les autres convergent en se rendant vers les commissures.

3°. Qu'en réunissant leurs observations avec celles de leurs prédécesseurs, ils ont rendu assez vraisemblable que les nerfs dits cérébraux remontent de la moelle et ne descendent pas du cerveau; et qu'en général ils ont fort affoibli, pour ne pas dire renversé, le système qui fait venir originairement tous les nerfs du cerveau.

Mais il nous paroît aussi, 1°. qu'ils ont généralisé d'une manière un peu hasardée la ressemblance de

structure et de fonctions des diverses masses grises ou grisâtres, qui se rencontrent dans les différens endroits du système nerveux.

2°. Que l'idée qu'ils se font d'une solution de continuité dans le milieu de la matière médullaire de chaque circonvolution, laquelle permettroit de déplisser celle-ci comme un tuyau ou comme une bourse, a besoin d'être exprimée dans des termes plus rigoureux qu'ils ne l'ont fait jusqu'ici, et tels qu'on voie bien qu'il n'y a pas de preuve complette d'une solution absolue, mais seulement d'une cohésion plus foible.

Nous devons remarquer cependant que ces deux articles n'affectent pas leur résultat général, relatif à l'espèce de séparation et de réserve dans laquelle ils mettent le cerveau, et nous devons en même-temps laisser à juger aux physiologistes et aux pathologistes jusqu'à quel point cette sorte d'écartement ou de mise à part que l'anatomie semble indiquer, est justifiée par les faits, et peut favoriser l'explication des nombreux et étonnans phénomènes de la vie organique et de la vie animale, et surtout de ceux dans lesquels ces deux vies semblent tantôt dépendantes, tantôt isolées l'une de l'autre.

Ce seroit nous engager dans des discussions infinies et étrangères à notre commission, que d'entrer dans toutes ces questions.

Nous ne proposerons pas non plus à la classe de se prononcer sur la conclusion tirée par nos anatomistes, qu'il n'y a point dans l'encéphale d'endroit circonscrit où toutes les sensations se rendent, et d'où partent

tous les mouvemens volontaires, mais que l'une et l'autre fonction peuvent s'exercer dans une étendue plus ou moins considérable du système nerveux.

Sans doute cette opinion est celle de Haller, de Bonnet, du plus grand nombre des physiologistes, sans doute c'est pour avoir confondu la simplicité métaphysique de l'ame, avec la simplicité physique attribuée aux atomes, qu'on a voulu placer le siége de l'ame dans un atome; la liaison de l'ame et du corps étant, par sa nature, insaisissable pour notre esprit, les bornes plus ou moins étroites que l'on voudroit donner au sensorium, n'aideroient en rien à la concevoir.

Mais toutes ces matières sont encore trop étrangères aux attributions de la classe, elles tiennent aux faits sensibles d'une manière trop lâche; elles prêtent à trop de discussions vagues, pour qu'un corps tel que le nôtre doive s'en occuper.

Nous nous croyons cependant obligés de terminer notre travail, en faisant observer que, même si l'on adoptoit la plupart des idées de MM. Gall et Spurzheim, l'on seroit loin encore de connoître les rapports, les usages et les connexions de toutes les parties du cerveau.

Tant que l'on n'aura pas même de soupçon fondé sur les fonctions de la glande pituitaire, de l'infundibulum, des éminences mammillaires, des tractus qui se rendent de ces éminences dans l'épaisseur des couches, de la grande pinéale et de ses pédoncules, il faudra craindre qu'un système quelconque sur les fonctions du cerveau ne soit bien incomplet, puisqu'il n'em-

brassera point ces parties si nombreuses, si considérables et si intimement liées à l'ensemble de ce noble viscère.

C'est presque finir avec autant de doute, autant d'incertitude que nous avons commencé; mais on ne peut exiger sur chaque sujet, que le degré de probabilité qu'il comporte, et le physicien remplit toujours assez bien sa tâche, quand il n'exagère ni ne diminue cette probabilité, et qu'il en fixe la mesure avec précision.

Il est essentiel de répéter encore, ne fût-ce que pour l'instruction du public, que les questions anatomiques dont nous nous sommes occupés dans ce rapport, n'ont point de liaison immédiate et nécessaire avec la doctrine physiologique enseignée par M. Gall, sur les fonctions et sur l'influence du volume relatif des diverses parties du cerveau, et que tout ce que nous avons examiné touchant la structure de l'encéphale, pourroit également être vrai ou faux, sans qu'il y eût la moindre chose à en conclure pour ou contre cette doctrine, laquelle ne peut être jugée que par des moyens tout différens.

Fait à l'Institut, le 15 avril 1808.

Signé, TENON, PORTAL, SABBATIER, PINEL;
CUVIER, rapporteur.

RAPPORT

Sur un nouveau métier à bas inventé par M. Coutan, fabricant de bonneterie,

FAIT

Au nom d'une commission composée de MM. Monge, Perrier et Desmarest,

Par M. Desmarest, rapporteur.

Lu le 12 septembre 1808.

M. Coutan, fabricant de bonneterie, ayant annoncé à la classe un nouveau métier à tricot de sa composition, propre à la fabrication du thull, dit toile d'araignée ou tricot de Berlin, et dont il a présenté des échantillons de la plus grande perfection, a desiré que la classe nommât des commissaires pour faire l'examen du nouveau métier.

C'est à cette intention qu'elle a nommé MM. Monge, Perrier et moi, pour faire connoître les principes de construction de cette machine, et ses moyens d'exécution. C'est ce double objet qui va nous occuper dans ce rapport.

Depuis très-long-temps, M. Coutan s'est appliqué avec le plus grand succès à suivre les inventions relatives à l'art de la bonneterie, et particulièrement celles qui

ont pour objet les réformes de l'ancien métier à bas. Mais dans cette suite de travaux, il a su distinguer ce qui pouvoit mériter à ce métier sa conservation dans nos manufactures des inconvéniens qu'il peut avoir. Effectivement, il ne dissimule pas que dès qu'on s'occupe, comme il a fait plusieurs fois, de certaines vues de perfection, on ne peut différer les suppressions de plusieurs pièces, et les réformes qui en sont une suite nécessaire.

La classe pourra juger de cette nécessité et de ces avantages par l'exposition de toutes les pièces dont la suppression simplifie extraordinairement une machine qui, malgré la singulière perfection de certaines parties, se trouve très-compliquée dans les autres. Ainsi, l'on conservera les aiguilles et le jeu de leurs becs ou chasses: les platines et leurs mouvemens pour le cueillage et la formation des mailles, ainsi que les abattans pour leur prolongement, parce que le travail d'exécution de toutes ces pièces satisfait à toutes les formes du tricot, lesquelles se réduisent en dernière analyse à une suite de plis engagés dans d'autres plis.

Nous passons maintenant à l'énumération des pièces qui, suivant le plan de M. Coutan, sont supprimées dans ses métiers. Ce sont 1°. les lames ou leviers appelés *ondes*, et qui, dans les métiers de 37 pouces construits sur le modèle de l'ancien métier, doivent être au nombre de 444.

2°. La barre fendue sur laquelle jouent les leviers des ondes.

3°. La broche autour de laquelle se meuvent les ondes.

4°. La bascule, rateau qui rétablit les ondes dans leur situation de repos.

5°. Le double peigne de grille qui modère tous les mouvemens des ondes.

6°. Les porte-grilles.

7°. La barre à chevalet, le long de laquelle marche le chevalet qui, en abaissant les ondes, produit la descente des platines qui font le cueillage.

Toutes ces pièces sont à-peu-près aussi étendues que les ondes, puisqu'elles correspondent à quelques parties de leur travail. Ainsi, en supprimant les ondes, leur suppression vient nécessairement à la suite, comme celle des petites pièces qui sont les contre-pouces, le chaperon, les gueules-de-loup, les quatre roulettes, les tirans, les porte-tirans, les chameaux et les chariots. A toute cette complication de pièces que nous venons de décrire ou d'indiquer, M. Coutan oppose une lame de dix lignes de long sur trois lignes de large qu'il ajoute à la platine à ondes. On peut juger par ce seul exposé de la simplification qui en résulte dans la construction de ses métiers.

Nous croyons devoir faire remarquer que les pièces supprimées que nous avons mises sous les yeux de la classe, n'appartiennent qu'aux métiers de 18 pouces, et qu'elles sont deux fois plus volumineuses pour un métier de 37 pouces jauge de 36 fin, c'est-à-dire de 36 mailles par pouce.

La principale réforme que M. Coutan ait faite, après

toutes les suppressions que nous avons fait connoître, est celle des ondes qui servoient à suspendre les platines à ondes, et à règler leurs mouvemens. Comme les platines à ondes ont dû être conservées, parce que c'est par elles que s'opère nécessairement le cueillage, les pièces qui contribuent à ce mouvement doivent être suppléées par des dispositions équivalentes : ainsi, les platines ont dû conserver un certain poids pour exécuter les plis dans leur chute. Aussi, c'est ce que M. Coutan opère avec succès en attachant au pied de chaque platine des ressorts qui tirent ces pièces en bas. Outre cela, comme dans l'ancien métier, la platine à ondes étoit suspendue à l'extrémité du levier de l'onde, M. Coutan a remplacé ce levier en ajoutant à la tête de la platine, comme nous l'avons remarqué ci-dessus, une lame qui la maintient entre les platines à plomb. D'un autre côté, elle est soutenue par son pied dans une échancrure de la barre à poignée.

Si nous nous occupons maintenant de ses mouvemens dans le nouveau métier, nous dirons que la platine, après le cueillage, tombe et va se reposer par son talon sur la barre à moulinets ; et comme M. Coutan a rendu cette barre mobile, au moyen des deux leviers des pouces, il fait remonter cette barre et la platine qui repose dessus, et la place dans la situation que nous avons décrite. Après quoi la barre à moulinets abandonnée par les pouces, descend et va attendre les platines à la suite d'un nouveau cueillage.

Ces dispositions nouvelles de la platine à ondes ont

plusieurs avantages outre ceux que nous avons déjà fait remarquer, mais surtout celui de pouvoir obéir très-aisément à l'action du chevalet, et par conséquent de rendre le cueillage d'une grande facilité, quoiqu'il se fasse sur une longueur de 37 pouces. Nous ajoutons qu'il s'exécute sans bruit et avec une netteté qui influe sur le grain de l'ouvrage.

La largeur de 37 pouces est étonnante quant à la jauge du métier, surtout lorsqu'il est en même-temps un 36 fin, c'est-à-dire que chaque pouce renferme trente-six mailles. Nous considérons d'ailleurs ceci comme une des grandes améliorations que M. Coutan ait faites dans sa fabrication, car ce métier lui fournit les moyens d'établir une étoffe d'une largeur et d'une finesse considérable, et qui peut servir de base à la plus grande variété de dessins dans le thull et dans le tricot de Berlin.

Nous devons nous occuper maintenant de l'économie qui doit résulter de la suppression des pièces de l'ancien métier, et qui se montre incontestablement dans le nouveau. Elle se porte sur plusieurs objets que nous pourrons apprécier d'après l'expérience de M. Coutan. Nous y trouvons d'abord les plus grands moyens d'accélérer l'établissement des métiers, dont la largeur excède de 21 pouces la largeur ordinaire; d'en diminuer le poids de 150 livres. Quant aux prix, M. Coutan nous apprend que pour l'établissement de ses métiers de 37 pouces, il falloit autrefois une avance de 4500 liv. à 5000 francs, au lieu qu'elle se trouve réduite depuis la suppression et la réforme à la somme de 12 à 1500 liv. Enfin, la dé-

pense de l'entretien des métiers, tant pour les pièces frottantes qui ont besoin d'huile, et pour celles qui s'usent et exigent des réparations annuelles, éprouvera une diminution des $\frac{5}{6}$.

Toutes ces réformes, toutes ces améliorations introduites par M. Coutan dans plusieurs métiers de 37 pouces, ne sont aucunement douteuses quant aux résultats, car elles sont prouvées par le travail du thull depuis six ans, et par la fabrication du tricot à jour depuis deux ans, et dont les produits ont alimenté constamment le commerce depuis ces deux époques. Il ne nous reste plus qu'à suivre ce précieux travail; mais avant d'exposer à la classe les procédés dont nous avons à rendre compte, nous devons dire que M. Coutan ajoute à ses métiers, sous le nom de mécanique, une barre armée d'aiguilles doubles, placée en avant du métier sur deux branches adaptées à la barre à aiguilles, entre les moulinets, l'une à droite et l'autre à gauche.

L'opération du métier commence par une rangée de mailles semblables à celles du tricot simple et uni, et également placées sur chacune des aiguilles et au-delà des chasses. On conçoit qu'en continuant le même travail sur les aiguilles du métier, cette machine peut satisfaire à tous les besoins de la bonneterie, ce qui en étend très-indéfiniment les emplois et les avantages; mais nous reprenons le travail du tricot après la première rangée des mailles. L'ouvrier en crochant repousse l'ouvrage au fond des aiguilles; il prend ensuite la mécanique par le manche, l'avance vers le métier en la faisant

avancer sur ses branches jusqu'à ce que les aiguilles dont elle est armée aient atteint les chasses des aiguilles du métier : ensuite il abaisse les pointes des aiguilles de la mécanique dans les chasses des aiguilles du métier. C'est alors qu'il avance les mailles de l'ouvrage uni jusques sur la tête des aiguilles du métier, et qu'avec les aiguilles de là mécanique, il dépouille ces aiguilles du métier des mailles qu'elles avoient fabriquées. Les aiguilles de la mécanique en sont donc toutes entièrement chargées. Dans cet état de choses, l'ouvrier fait faire à la mécanique un petit mouvement ou de droite à gauche, ou de gauche à droite; et pour lors, chaque aiguille de la mécanique, chargée d'une maille de tricot uni, la transporte par son mouvement sur l'aiguille voisine du métier, laquelle se trouve ensuite chargée de deux mailles. En conséquence, l'aiguille du métier dépouillée de sa maille fait un jour dans la suite du travail qui s'achève à l'ordinaire. On recommence de suite les mêmes opérations qui ont pour base les mailles du tricot ordinaire.

On conçoit maintenant que la distribution du travail des aiguilles de la mécanique peut former divers dessins pour le tricot à jour, suivant que l'industrie de l'ouvrier lui suggère tels ou tels déplacemens : car les transpositions des mailles doivent varier assez pour satisfaire à tous les dessins possibles d'agrémens qui conviennent aux tricots dits toiles d'araignée.

Après cette exposition raisonnée des travaux de M. Coutan sur le nouveau métier à bas, nous croyons être autorisés à conclure d'abord que les suppressions de

plusieurs pièces de l'ancien métier sont aussi bien vues sous le rapport de l'art que sous celui de l'économie; en second lieu, que les réformes et les améliorations que M. Coutan a su introduire dans son métier à la place des pièces supprimées, annoncent une grande intelligence : enfin qu'il a mis l'art de la bonneterie en possession d'un nouveau métier, également propre à la fabrication du tricot simple uni, et à celles des tricots à jour qu'on n'exécutoit ci-devant que par des moyens longs et fort pénibles. Nous pensons donc, d'après tous ces avantages, que le produit des recherches de M. Coutan, suivies pendant long-temps, mérite l'approbation et les éloges de la classe des sciences physiques et mathématiques.

PRÉSENTATION

A SA MAJESTÉ IMPÉRIALE ET ROYALE,

EN SON CONSEIL D'ÉTAT,

Du rapport historique sur le progrès des sciences mathématiques et physiques depuis 1789.

Le 8 février 1808.

CONSEIL D'ÉTAT.

Séance du samedi 6 février 1808.

SA MAJESTÉ étant en son Conseil,

Une députation de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut, composée de MM. Bougainville, président de l'Institut; Tenon, vice-président; Delambre, Cuvier, secrétaires; de MM. Lagrange, Monge, Messier, de Fleurieu, Charles, Berthollet, Haüy, Lamarck, Thouin, de Lacépède et Dessessarts, membres de l'Institut, est présentée par S. Ex. le ministre de l'Intérieur, et admise à la barre du Conseil.

Discours de M. Bougainville, président de l'Institut.

Sire,

Votre Majesté Impériale et Royale a ordonné que les classes de l'Institut viendroient dans son Conseil lui rendre compte de l'état des sciences, des lettres et des arts, et de leurs progrès depuis 1789.

La classe des sciences mathématiques et physiques s'acquitte aujourd'hui de ce devoir, et si je me présente à la tête des savans qui la composent, c'est à mon âge que je dois cet honneur.

Mais, Sire, telle est la diversité des objets dont cette classe s'occupe, que, même avec la précision dont un savoir profond et l'esprit d'analyse donnent la faculté, le rapport qui en contient l'exposé exige une grande étendue.

Ce n'est donc que de l'esquisse, et pour ainsi dire, de la préface de leur ouvrage, que MM. Delambre et Cuvier vont faire la lecture.

Je ne me permets qu'une seule observation, c'est que l'époque de 1789 à 1808, en même temps qu'elle sera pour les événemens politiques et militaires une des plus mémorables dans les fastes des peuples, sera aussi une des plus brillantes dans les annales du monde savant.

La part qui est due aux Français pour le perfectionnement des méthodes analytiques qui conduisent aux grandes découvertes du système du monde, et pour les découvertes même dans les trois règnes de la nature,

prouvera que si l'influence d'un seul homme a fait des héros de tous nos guerriers; nos savans, honorés par la protection de Votre Majesté qu'ils ont vue dans leurs rangs, sont en droit d'ajouter des rayons à la gloire nationale.

MATHÉMATIQUES.

Discours de M. Delambre, secrétaire perpétuel de la classe, pour les sciences mathématiques.

Sire,

Dans une circonstance aussi mémorable que glorieuse pour les sciences, à l'instant où elles sont admises à l'honneur de déposer au pied de votre trône le tableau des acquisitions qu'elles ont faites, et des faits intéressans dont elles se sont enrichies, le desir si naturel d'exposer à Votre Majesté les découvertes nouvelles sous le jour le plus avantageux, ne nous fera point oublier que chaque partie des connoissances humaines a son langage et son style, et que celui des mathématiques ne peut avoir d'autre mérite que la concision et la simplicité. Mais quand la raison ne nous porteroit pas à nous attacher scrupuleusement à ce principe, l'abondance des faits que nous avons à présenter à Votre Majesté nous en feroit une nécessité indispensable.

Toutes les parties des mathématiques ont entre elles une liaison intime et se prêtent de mutuels secours. Nous

commencerons par celles qui ont été cultivées les premières, et qui servent d'introduction à toutes les autres.

La partie élémentaire nous offrira d'abord deux ouvrages qui ont également mérité leur succès. Dans l'un, M. Legendre rappelle la géométrie à son antique sévérité, et donne des idées nouvelles pour en traiter quelques parties d'une manière toute analytique. Dans l'autre, M. Lacroix s'est proposé de conserver tout ce que l'ancienne méthode avoit d'essentiel, en sorte pourtant que son livre pût servir d'introduction à l'analyse moderne.

La belle collection des mathématiciens grecs fut complétée en 1791 par l'Archimède de Torelli, dont M. Peyrard vient de donner une traduction fidèle, augmentée du mémoire de Delambre sur l'arithmétique des Grecs. Avant ce mémoire, dont Votre Majesté elle-même avoit daigné fournir le sujet, on avoit peine à concevoir comment les Grecs, avec une notation si imparfaite en comparaison de la nôtre, avoient pu exécuter les opérations indiquées dans Archimède et Ptolémée.

La géométrie ancienne n'admettoit dans ses démonstrations que ce qui peut s'exécuter avec la règle et le compas. Mascheroni, plus sévère encore, voulut se passer de la règle. On a lieu d'être étonné du grand nombre de propositions nouvelles et piquantes qu'il a su trouver dans un sujet en apparence épuisé. Ses principaux théorèmes avoient été apportés en France avec le traité de Campo-Formio, par le vainqueur et le pacificateur de l'Italie. On désira connoître l'ouvrage entier, et bientôt il en parut une traduction française.

Plusieurs modernes avoient déjà fait un usage heureux de la méthode qui rapporte à trois coordonnées rectangulaires la position d'un point quelconque pris dans l'espace. M. Monge a fait de ce principe le fondement d'une doctrine neuve et complète, qui est indispensable à tous les arts de construction, et à laquelle il a donné le nom de *géométrie descriptive*.

La trigonométrie est sans contredit une des plus utiles applications de la géométrie élémentaire : elle est la base de la géodésie, de la géographie, de l'astronomie et de la navigation. Le plus beau monument géodésique étoit la carte de France de Cassini. Quelques doutes élevés en 1797 sur la position respective des observatoires de Londres et de Paris, exigeoient la vérification des points placés entre Dunkerque et Boulogne. Les Anglais de leur côté devoient former des triangles nouveaux entre Londres et Douvres, et les deux commissions réunies devoient mesurer de concert les triangles qui traversoient le canal. D'après les progrès des arts et des sciences on devoit s'attendre que les Anglais se piqueroient de surpasser tout ce qui avoit été fait en ce genre ; ils y réussirent : le théodolite de Ramsden, les feux indiens qui servoient de signaux, les appareils nouveaux employés à la mesure des bases, donnèrent une exactitude jusqu'alors inouie. Les Français n'avoient à mesurer que des angles ; le cercle répétiteur que Borda venoit d'inventer n'étoit pas d'une forme aussi imposante que le théodolite, mais il renfermoit dans sa construction même un principe qui lui assuroit une

précision au moins égale et plus indépendante du talent de l'artiste. Les commissaires français Cassini, Legendre et Méchain soutinrent la concurrence.

Cet heureux essai donna l'idée de l'opération sur laquelle on fonda bientôt après un nouveau système de mesures : l'unité première devoit être le quart du méridien; dans l'impossibilité d'en effectuer la mesure entière, on choisit l'arc le plus étendu que présente aucun continent, celui qui est compris entre Dunkerque et Barcelone. Méchain et Delambre furent chargés de ce travail que les circonstances rendoient si difficile. Leurs opérations toujours contrariées, long-temps suspendues, commencèrent en 1792 et ne finirent qu'en 1799. Ils mesurèrent en cinq endroits différens la hauteur du pôle et la direction de la méridienne. Leurs triangles s'étendirent de Dunkerque à Barcelone. Delambre en outre mesura deux bases de 12,000 mètres chacune, et malgré l'intervalle de 700,000 qui les séparent, elles s'accordèrent à trois décimètres.

Cette précision presque incroyable étoit due en partie sans doute au soin des observateurs, mais surtout au cercle de Borda qui, par la multiplication des angles, anéantit les erreurs de division et d'observation; elle étoit due à la construction ingénieuse des règles métalliques imaginées par le même géomètre, et aux soins qu'il avoit donnés à leur vérification.

On connut exactement dix degrés du méridien; Méchain avoit entrevu la possibilité d'y ajouter deux degrés nouveaux en conduisant ses triangles jusqu'aux

Baléares. L'exécution de ce projet, qui depuis lui coûta la vie, vient d'être reprise par deux jeunes astronomes pleins de talens et de courage (MM. Biot et Arago), qui la continuent en ce moment et la termineront cet hiver.

La perte de Méchain, si vivement sentie par tous les savans, laissa son collègue seul chargé de tous les calculs, et de la rédaction de l'ouvrage qui devoit contenir toutes les pièces justificatives. Il a mis ses soins à publier les observations avec la plus grande fidélité, à exposer toutes les formules de réduction, à les démontrer d'une manière élémentaire. M. Legendre avoit donné des solutions nouvelles, un théorême extrêmement curieux pour ramener aux triangles rectilignes, les triangles très-peu courbes que l'on forme à la surface de la terre. Il a depuis démontré que ce même théorême s'applique aux triangles sphéroïdiques. Ses nouvelles formules, et celles de Delambre pour tous ces mêmes problêmes, font la base de l'instruction publiée par le dépôt général de la guerre; elles ont été adoptées par l'astronome Svanberg, qui en 1802 a mesuré de nouveau le degré de Suède, elles ont changé la face de cette partie, plus importante que difficile, de nos connoissances.

Ces grandes opérations ont répandu en Europe le goût de la géodésie; la France leur doit la carte de ses nouveaux départemens; l'Angleterre, celle de ses provinces méridionales; l'Allemagne, plusieurs contrées levées en partie par les ingénieurs français; la Suisse, la description de plusieurs de ses cantons; l'usage du cercle répé-

titeur s'est étendu dans tout le continent, et l'on peut espérer que dans peu, toute la surface de l'Europe sera couverte de triangles, et les souverains connoîtront leurs états, mieux que les particuliers ne connoissent leurs propriétés.

La division décimale du cercle, si commode pour les observateurs et les calculateurs, exigeoit de nouvelles tables trigonométriques. M. Prony les fit construire avec une célérité incroyable par des moyens tout nouveaux qui lui permettoient d'employer les arithméticiens les moins instruits. Une section d'analystes présidée par M. Legendre, préparoit le travail, et les autres sections n'avoient plus que des additions à faire. On eut ainsi deux exemplaires des tables entièrement indépendans l'un de l'autre. Ce monument, le plus vaste qui ait jamais été exécuté ou même conçu, n'a d'autre défaut que son immensité même qui en a jusqu'ici retardé la publication. Borda, qui avoit senti la nécessité de tables plus portatives, les fit calculer sous ses yeux, mais il ne put achever ce travail. Delambre le termina, et donna dans sa préface des méthodes différentes de celles de MM. Prony et Legendre, qui auroient conduit avec une égale promptitude au même but, et ont fourni des vérifications très-curieuses.

MM. Hobert et Ideler ont aussi calculé par d'autres moyens des tables fort exactes et plus portatives encore.

Si de la géométrie nous passons à l'algèbre ordinaire, nous trouverons des progrès moins sensibles, mais infiniment plus difficiles. Les mémoires de M. Lagrange

sur la résolution complète des équations littérales, en réduisant le problème à ses moindres termes, avoient montré combien il est encore difficile. M. Ruffini entreprit de prouver qu'il est impossible. M. Lagrange voulut du moins faciliter la solution des équations numériques. Son analyse savante a réduit la question à la recherche d'une quantité plus petite que la plus petite différence des racines. Il exprimoit le desir qu'on pût trouver des méthodes qui fussent à la portée des arithméticiens. M. Budan, docteur en médecine, en a donné une qui n'emploie que l'addition, et ce degré de simplicité, qu'on n'osoit espérer, sera difficilement surpassé.

Les leçons de l'École normale avoient donné à nos géomètres l'occasion d'éclaircir les théories les plus obscures. M. Lagrange développa l'analyse du cas irréductible, et M. Laplace la démonstration du théorême de d'Alembert sur les racines imaginaires. M. Gauss décomposa depuis en facteurs du second degré, des équations dont l'abaissement paroissoit impossible : il donna les moyens d'inscrire un cercle, sans employer que la règle et le compas des polygones, dont le nombre de côtés est exprimé par un nombre premier (de la forme $2^n + 1$). M. Legendre démontra le cas particulier du polygone de dix-sept côtés.

L'analyse appliquée à la géométrie par M. Monge présente les équations des lignes, des plans, des courbes du second degré, la théorie des plans tangens, enfin les principales circonstances de la génération des surfaces courbes exprimées par des équations différentielles par-

tielles, dont l'auteur se sert pour intégrer d'une manière élégante un grand nombre d'équations, en suivant pas à pas les détails de la description géométrique. Dès 1772, il avoit montré la liaison qui existe entre les courbes à double courbure et les surfaces développables. M. Lancret a fait voir la relation des deux courbures, et transporté dans l'espace les développées imparfaites de Réaumur.

MM. Hachette et Poisson ont ajouté des théorêmes élégans, des développemens précieux à l'ouvrage de M. Monge. M. Carnot a renfermé dans des formules symétriques et curieuses toutes les questions relatives à cinq points quelconques pris dans l'espace.

Fermat avoit supprimé les démonstrations de plusieurs théorêmes remarquables d'analyse indéterminée. Euler et M. Lagrange les ont trouvés. M. Legendre y avoit ajouté plusieurs propositions importantes, et dans son essai sur la théorie des nombres, il avoit repris la matière à son origine, et s'étoit livré à des recherches profondes pour arriver à la démonstration alors inconnue du théorême général de Fermat. M. Gauss a traité d'une manière entièrement nouvelle toute cette théorie, dans un ouvrage singulièrement remarquable dont il nous est impossible de donner une idée, parce que tout y est nouveau, jusqu'au langage et à la notation.

On peut rapporter à ce genre d'analyse la théorie des fractions continues, et celle de la transformation des équations traitée avec tant de succès par M. Lagrange.

Le calcul différentiel et intégral occupoit les géo-

mètres depuis cent ans, et les infiniment petits de l'Hôpital, le calcul intégral de M. Bougainville étoient les seuls ouvrages qui formassent un corps de doctrine. Euler a depuis donné des traités plus complets qu'il avoit enrichis de ses découvertes; la marche si rapide de l'analyse les avoit rendus insuffisans. M. Lacroix, qui s'étoit dévoué à l'enseignement, réunit dans un grand traité toutes les méthodes éparses; en les rapprochant, en les développant, en y joignant ses propres idées, il s'est associé à la gloire des grands géomètres dont il a propagé les découvertes.

M. Bossut, si connu par ses traités sur toutes les parties des mathématiques élémentaires, et par son *Hydrodynamique* dont il vient de donner une édition augmentée, a complété ce cours par un traité de calcul différentiel et intégral où l'on retrouve toutes les mêmes qualités qui avoient fait le succès des autres parties, cet ordre méthodique, cette même netteté dans la manière d'exposer les théories les plus abstraites. Dans un appendix qui termine le second volume, il a donné la solution de diverses questions de stéréotomie parmi lesquelles on distinguera plusieurs problèmes dans le genre de celui de Viviani, résolus d'une manière aussi nouvelle qu'élégante. Dans un mémoire publié dans le recueil de l'Institut, il a fait de nouvelles recherches sur l'équilibre des voûtes; enfin il a composé une *Histoire des mathématiques* qui fait desirer vivement la suite que l'auteur a promise. M. de Montucla s'étoit rendu célèbre par une histoire plus étendue qu'il ne put reprendre que sur la

fin de sa vie ; il n'en put même terminer la rédaction, et Lalande en remplit les lacunes.

On s'étoit plus occupé d'étendre le calcul infinitésimal que d'en éclaircir la métaphysique ; on voyoit des effets miraculeux, des résultats incontestables, mais l'esprit ne pouvoit se familiariser avec les suppositions fondamentales. M. Lagrange, dans un mémoire célèbre, avoit déposé une de ces idées fécondes qui n'appartiennent qu'aux génies du premier ordre ; il avoit indiqué les moyens de ramener au calcul purement algébrique, tous les procédés du calcul infinitésimal, en écartant soigneusement toute idée de l'infini. Frappé de ce trait de lumière, plusieurs géomètres cherchoient des développemens que nul ne pouvoit donner aussi bien que l'inventeur. M. Lagrange ayant accepté les fonctions d'instituteur à l'École polytechnique, y créa, sous les yeux de ses auditeurs, toutes les parties dont il a depuis composé son *Traité des fonctions analytiques*, ouvrage classique dont il seroit bien superflu de faire aujourd'hui l'éloge et qu'il suffit d'avoir cité. Les mêmes principes lui servirent à exposer la métaphysique du calcul des variations qui l'avoit dès ses premiers pas placé parmi les géomètres inventeurs, et dont M. Poisson vient encore d'étendre l'usage, en donnant un moyen élégant et simple de parvenir aux équations indéterminées résultantes de cette méthode.

Le calcul aux différences partielles sur lequel Euler et d'Alembert n'avoient pu s'accorder, et qui est d'une utilité comparable aux difficultés sans nombre qu'il pré-

sente, a donné lieu aux recherches de tout ce que nous connoissons de géomètres distingués. MM. Laplace et Condorcet avoient imaginé de considérer les équations qui renferment à la fois des coefficiens différentiels et des différences, que M. Lacroix a désignées par le nom d'équations aux différences mêlées. M. Biot a donné quelques principes généraux sur la solution de ces sortes d'intégrales. MM. Poisson et Paoli ont encore étendu plus loin cette théorie qui, plus que toute autre, est impossible à traduire en langue ordinaire.

Toutes les lois de la mécanique ont été rappelées à des principes généraux parmi lesquels nous ne citerons que celui des vitesses virtuelles, base unique de la mécanique analytique de M. Lagrange, qui, à l'aide du calcul des variations, a su l'appliquer à toutes les circonstances de l'équilibre et du mouvement. M. Lagrange avoit d'abord supposé ce principe, il en a depuis donné une démonstration : on en trouve une autre de M. Laplace, dans la *Mécanique céleste*, et depuis MM. Poinsot et Ampère en ont trouvé de nouvelles. Il en existoit une plus ancienne dans le *Traité de l'équilibre et du mouvement* de M. Carnot. MM. Prony et Poisson, dans leurs leçons à l'École polytechnique, ont eu plus d'une occasion de s'occuper des recherches analogues.

M. Laplace a ramené à ce même principe ses recherches nombreuses sur le système du monde. Il a repris la mécanique dans tous ses fondemens, et démontré rigoureusement toutes les parties de cette science. La loi des aires l'a conduit à la considération d'un plan qui se meut

parallèlement à lui-même avec le centre du système, et dont on peut calculer la position pour un instant quelconque. C'est à un plan de cette espèce qu'il rapporte les mouvemens des satellites de Jupiter, et par ce moyen il a pu triompher des difficultés inextricables de ce système particulier qui est en petit une représentation du grand système de l'univers, et qui présente cet avantage que tous les changemens, toutes les révolutions s'y accomplissent en des temps infiniment plus courts, et par là plus favorables aux recherches présentes; il a déduit de l'observation les lois de Képler qui lui servent à prouver la loi de la pesanteur universelle.

C'est en se créant des méthodes d'approximation que les géomètres du dernier siècle ont pu soumettre au calcul les effets de l'attraction. M. Lagrange avoit donné des formules nouvelles susceptibles encore de développemens ultérieurs. M. Laplace a fait de ce problème l'objet spécial de ses méditations : il avoit trouvé des moyens pour obtenir les équations séculaires, et calculer séparément les termes de tous les ordres auxquels on prévoit que l'intégration pourra donner une valeur sensible, moyens qui l'ont conduit à la découverte des équations à longue période, et à celle de l'équation séculaire de lune.

Nous ne conduirons pas plus loin l'extrait de la *Mécanique céleste ;* il nous suffira de dire que dans cet ouvrage où brille à chaque page le génie de l'analyse, et le plus riche de tous en applications intéressantes, on remarque partout des théories entièrement propres à l'au-

teur ou qu'il a su s'approprier par les formes nouvelles qu'elles ont reçues entre ses mains.

L'auteur en a donné, sous le nom d'*Exposition du système du monde*, une espèce de traduction en langue vulgaire dans laquelle, sans employer aucun calcul, il développe au lecteur un peu géomètre l'esprit des méthodes et la marche des inventeurs.

De ces grands problèmes de physique céleste M. Laplace redescend avec le même succès à des phénomènes moins imposans, mais non moins difficiles : c'est ainsi qu'il explique les effets de la capillarité par deux méthodes entièrement indépendantes l'une de l'autre, et qui le conduisent aux mêmes équations. M. Legendre avoit le premier démontré que la figure elliptique pouvoit seule convenir à l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation, et dont toutes les molécules s'attirent en raison inverse du carré des distances. Par une équation due à M. Laplace, il a prouvé que la même figure convient encore aux sphéroïdes recouverts de lames fluides, et de densités variables suivant une loi quelconque. Il a enfin poussé ses recherches jusqu'aux sphéroïdes hétérogènes qui ne sont pas de révolution.

La même équation a conduit M. Biot, par un procédé fort simple, à plusieurs théorèmes d'une grande généralité, qu'il particularise ensuite pour les sphéroïdes elliptiques.

Enfin la même équation entre les mains de M. Lagrange, a donné les termes successifs du développement

des perturbations, et ce grand géomètre a fait l'application de sa méthode pour les équations séculaires à celle de la lune dont M. Laplace avoit le premier analytiquement constaté l'existence et la grandeur.

Nous n'avons parlé que de la mécanique rationnelle, et cependant la mécanique pratique s'est honorée par des inventions utiles qui ont vivifié nos manufactures désormais presque indépendantes de l'industrie étrangère. Ces découvertes précieuses n'ont été décrites dans aucun ouvrage imprimé qui soit à notre connoissance, et nous aurions craint de les défigurer par des notices imparfaites; mais dans notre compte général nous avons rassemblé soigneusement tous les renseignemens que nous avons pu nous procurer : nous pourrons parler avec beaucoup plus d'assurance des montres à longitude qui ont mérité à Louis Berthoud le prix de l'Institut et les éloges des navigateurs; et citer le bélier hydraulique de Montgolfier comme une invention très-ingénieuse, dont le succès paroît assuré toutes les fois du moins qu'on n'a pas besoin d'un très-grand volume d'eau. Enfin, parmi les idées approuvées par la classe des sciences, nous indiquerons le pyréolophore de MM. Lenieps, nouveau moteur qui paroît propre à produire les plus grands effets, et les métiers pour le tricot à jour de M. Bellemère, qui, en rendant les mouvemens du métier anglais beaucoup plus légers, a su faire un assemblage moins coûteux de moitié, et dont une expérience de deux ans a constaté les avantages.

Astronomie.

Les principaux élémens de l'astronomie, les positions des étoiles, les réfractions, la hauteur du pôle, l'obliquité de l'écliptique, le cours du soleil, tous ces points sont tellement liés entre eux qu'il est absolument impossible d'en bien déterminer un seul sans la connoissance exacte de tous les autres. C'est par des soins constans, des efforts souvent renouvelés, long-temps soutenus, que nous avons pu arriver à une précision déjà très-remarquable et à laquelle ajouteront encore nos successeurs. Pendant trente ans M. Maskelyne avoit travaillé à perfectionner un catalogue de trente-quatre étoiles; en partant de ce travail MM. Zach et Delambre ont rectifié les anciens catalogues, MM. Cagnoli et Piazzi ont repris l'ouvrage par ses fondemens, et M. Lalande neveu, travaillant sur un plan beaucoup plus vaste, se propose d'employer toutes ses forces et tout son temps à perfectionner l'immense catalogue dont il nous a donné les observations. MM. Piazzi et Delambre ont déterminé les réfractions par des moyens purement astronomiques. MM. Borda et Laplace avoient appliqué l'analyse à ce problème difficile; M. Biot a cherché dans la physique les moyens de vérifier la constante de l'équation, et ses expériences l'ont conduit, à deux reprises différentes, précisément à la même quantité que Delambre avoit tirée des observations astronomiques. L'obliquité de l'écliptique a été déterminée avec

le plus grand accord par MM. Piazzi, Maskelyne et Delambre, par trois instrumens, et dans trois climats différens.

Piazzi, Delambre et Triesnecker ont déterminé plus précisément la précession des équinoxes; dans la construction de ses tables solaires, l'un de ces astronomes a fixé par une multitude d'observations les masses de Mars, de Vénus et de la Lune, et il a cherché à donner aux mêmes tables une forme nouvelle et plus commode. Les principaux points de sa théorie ont été confirmés aussitôt par les recherches de M. Piazzi et par celles de M. Zach. Votre Majesté a daigné accepter la dédicace de ces tables que le bureau des longitudes a publiées avec les tables lunaires de M. Burg, qui supposent pareillement un nombre prodigieux d'observations, des calculs plus longs, plus délicats, impossibles même si l'analyse de M. Laplace ne fût venue au secours de l'astronome. Les recherches de MM. Mason et Burg avoient déterminé les inégalités périodiques; MM. Burg et Bouvard avoient fixé l'époque de la longitude; mais des inégalités difficiles à démêler, des équations à longue période, qui se confondent long-temps avec les moyens mouvemens, présentoient autant de difficultés insurmontables, si l'analyse de M. Laplace n'eût encore cette fois fourni le fil secourable à l'aide duquel on est sorti de ce labyrinthe. La même analyse a déterminé des équations qu'on hésitoit à recevoir, et d'autres auxquelles on n'avoit pas songé. Elle assure aux nouvelles tables de M. Burg une précision à la fois plus grande,

plus durable et plus digne du prix qui lui fut adjugé dans une circonstance unique dans les annales des sciences, lorsque l'Institut avoit à sa tête le puissant génie qui se plaisoit parmi nous à couronner les arts de la paix, et bientôt après, repassant les Alpes, étonnoit de nouveau le monde par ces marches rapides, ces conceptions hardies, ces combinaisons profondes, qui ont fait de l'art de la guerre une science toute nouvelle dont il ne nous appartient pas d'exposer les progrès.

Les perturbations de Mercure, de Vénus et de Mars n'offrent aucunes difficultés. Lalande, par un travail de quarante ans, a conduit la théorie de Mercure à un grand degré de perfection. Quatre astronomes se sont occupés simultanément de Mars : MM. Oriani, Lalande neveu, Triesnecker et Monteiro ; Jupiter et Saturne offroient des difficultés qui, pendant bien des siècles encore, auroient fait le tourment des astronomes. Persuadé de l'impossibilité de représenter toutes les observations, Lalande se bornoit à satisfaire aux dernières. Lambert avoit donné des équations empiriques qui pouvoient pallier le mal pendant quelques années. M. Laplace en trouva le remède dans une équation dont la période est de plus de neuf cents ans, et qui depuis trois cents paroissoit accélérer le mouvement de Jupiter et retarder celui de Saturne. Pour mettre cette belle théorie dans tout son jour, Delambre avoit calculé avec le plus grand soin tout ce qu'on avoit de bonnes observations depuis la renaissance de l'astronomie, et il avoit réduit presque à rien les erreurs des tables ; mais, dans les observations

qu'il avoit été forcé d'employer, celles qui pouvoient inspirer une confiance entière formoient le plus petit nombre. Depuis que les bonnes observations se sont multipliées, M. Bouvard, en continuant ce travail et profitant des nouveaux perfectionnemens ajoutés par M. Laplace à sa théorie, est parvenu à rendre les erreurs vraiment insensibles.

Uranus avoit été découvert en 1781 par M. Herschel; quand on eut huit ans d'observations, on conçut l'espoir d'en mieux connoître l'orbite elliptique et les perturbations. Delambre, par une heureuse application de la théorie de M. Laplace et un choix d'excellentes observations, y réussit tellement, que dix-sept années écoulées depuis, n'ont encore indiqué aucune correction sensible. M. Oriani, qui dans le même temps s'occupoit du même sujet, eut un même succès pour les perturbations, et s'il a moins bien réussi dans la partie elliptique, on ne peut l'imputer qu'aux observations moins nombreuses dont il s'est servi.

M. Laplace avoit déterminé les perturbations réciproques de toutes les planètes principales. Il lui restoit à faire un travail semblable pour les satellites de Jupiter. M. Lagrange, dans un ouvrage où l'on reconnoissoit la main d'un grand maître, avoit déjà traité ce sujet d'une manière toute nouvelle; en considérant tout à la fois les attractions réciproques du Soleil, de Jupiter et de ses satellites, il avoit en effet résolu le problème des six corps, mais le sujet étoit trop riche pour être épuisé dans une première tentative. M. Laplace, en reprenant

cette théorie, y fit des découvertes importantes qui la complétèrent; cependant elle renfermoit encore bien des constantes arbitraires qui ne pouvoient être déterminées que par la discussion d'un nombre prodigieux d'observations. Delambre s'étoit chargé de ce travail, et les tables qui en résultèrent ont été adoptées par tous les astronomes, ce qui ne l'a pas empêché de les recommencer sur un plan plus vaste, et d'après la totalité des observations que l'on a faites depuis la découverte des satellites. Ce nouveau travail, achevé depuis deux ans, est maintenant sous presse et va bientôt paroître, avec les Tables de Saturne et de Jupiter, de M. Bouvard.

Le problème des comètes a long-temps été regardé comme le plus difficile de l'astronomie. Traité directement, il est d'une difficulté qui équivaut à une espèce d'impossibilité; par les méthodes d'approximation qu'on a imaginées, il peut maintenant se réduire à quelques heures de calcul. Parmi ces méthodes, celle de M. Laplace paroît jusqu'à présent, sinon tout à fait la plus courte, du moins l'une des plus commodes, et peut-être la plus sûre de toutes; celle de M. Legendre, beaucoup plus nouvelle, n'a pu encore être mise que rarement à l'épreuve, et dans les méthodes indirectes, l'expérience seule peut décider. Mais la manière dont M. Legendre corrige ses premières approximations, peut avoir des usages intéressans et multipliés; l'auteur en fait l'application à l'arc mesuré entre Dunkerque et Barcelone. Il en conclut des inégalités dans la densité de la terre, qui expliquent en effet, d'une manière fort naturelle,

les petites irrégularités que les observations ont décelées dans les latitudes et les azimuts.

La comète de 1770 a long-temps occupé les astronomes; on n'a jamais pu représenter les observations que par une ellipse qui ramèneroit cette comète deux fois en onze ans. Depuis trente-sept ans elle auroit dû reparoître six fois, et on ne l'a pas revue; elle n'avoit jamais été observée avant 1770. Ce singulier problème a été proposé pour le sujet d'un prix remporté par M. Burckhardt, qui a fait tout ce qu'on pouvoit attendre d'un astronome aussi savant que laborieux. Après des calculs immenses, il a conclu que la comète devoit faire sa révolution en cinq ans et demi, et que si elle n'avoit pas reparu, la cause la plus probable devoit être dans les perturbations de Jupiter, qui auroient changé son orbite. Le problème rentroit alors dans le domaine de l'analyse. M. Laplace en a donné les formules; M. Burckhardt les a calculées; il en résulte, en effet, que la comète passant près de Jupiter, son orbite a été tellement changée, qu'elle sera désormais toujours trop éloignée du soleil pour être jamais aperçue de la terre, à moins qu'elle n'éprouve en sens contraire, des variations aussi considérables.

Nous n'avons rien dit des observations curieuses, des découvertes intéressantes qui ont signalé les dix-huit ans qui viennent de s'écouler. Depuis le premier janvier 1801, quatre planètes nouvelles ont été aperçues. MM. Gauss et Burckhardt les ont calculées; elles sont si petites, qu'il n'est pas étonnant qu'elles eussent

échappé aux regards des astronomes, accoutumés à considérer comme parfaitement inutiles pour la science, les millions d'étoiles de même grandeur qui couvrent presque tous les points de la voûte céleste. Comme planètes, il se pourroit bien qu'elles ne fussent pas en elles-mêmes d'une utilité plus grande ; mais elles peuvent nous fournir des connoissances ou du moins des remarques nouvelles. Déjà elles ont étendu nos idées ; les planètes connues étoient toutes à des distances très-différentes du soleil ; les quatre dernières en sont toutes également éloignées. C'est un fait nouveau, mais qui ne dérange aucun calcul, aucune théorie ; l'une de ces planètes est excentrique, au moins autant que Mercure, une autre autant que Mars ; l'inclinaison de la seconde est plus grande à elle seule, que les inclinaisons réunies de toutes les autres planètes. Il faudra élargir le zodiaque ; mais le zodiaque n'est qu'un mot, les astronomes n'en font aucun usage, et dès long-temps on sait que les comètes n'en ont pas. Cette grande inclinaison, cette excentricité rendront les perturbations plus difficiles à calculer ; elles seront peut-être pour les géomètres une occasion de reculer les bornes de l'analyse, et ce qui aura paru un inconvénient deviendra un nouvel avantage. La première de ces planètes a été vue par M. Piazzi ; la troisième par M. Harding, et les deux autres par M. Olbers. Ce savant distingué, à qui la Classe des sciences vient de décerner, pour la seconde fois, la médaille fondée par Lalande, a pensé que ces planètes si petites pourroient bien être les fragmens d'une planète plus considérable, qu'une cause inconnue

auroit fait éclater en divers morceaux. Il en a conclu que toutes leurs orbites devoient se couper de deux points opposés du ciel ; qu'elles doivent toutes passer par l'un de ces points à chaque demi-révolution, et que, pour les connoître toutes, il faut visiter plusieurs fois par an ces deux régions du ciel. En effet, les quatre planètes ont été trouvées vers ces points, et les deux dernières, depuis que M. Olbers a fait connoître cette idée, qui est au moins fort heureuse. M. Olbers a, d'ailleurs trouvé plusieurs comètes, et a même donné une méthode fort simple et fort ingénieuse pour en calculer les orbites.

Dix-sept comètes ont été découvertes depuis 1789, on les doit aux veilles et aux soins de MM. Messier, Bouvard, Méchain, Pons, Olbers, et de mademoiselle Herschel ; toutes leurs orbites ont été calculées par MM. Méchain, Saron, Zach, Bode, Englefield, Prosperin, Olbers, Burckhardt et Bouvard.

M. Burckardt a fait connoître plus exactement les orbites de plusieurs comètes anciennes, dont il a retrouvé des observations inédites dans les dépôts de l'Observatoire ; aucune des comètes nouvelles ne ressemble à celles que nous connoissions déjà. On peut s'étonner que sur quatre-vingt-dix-sept qui sont calculées, on n'en compte encore qu'une seule qui soit revenue. Leurs orbites seroient-elles paraboliques ou hyperboliques? ou bien auroient-elles dans leurs cours éprouvé des attractions semblables à celle qui a fait disparoître la comète de 1770?

D'autres observations d'un genre différent ont égale-

ment intéressé les savans. M. Herschel a continué sa description du ciel ; ses catalogues d'étoiles doubles, triples et quadruples, de nébuleuses, avec ou sans étoiles, à disque rond comme celui des planètes, ou d'une forme irrégulière. Il s'est efforcé de déterminer les mouvemens divers de ces astres, qu'il fait circuler autour de leur centre commun de gravité. Il a trouvé à l'anneau de Saturne, par l'observation d'un point remarquable dont il a mesuré le mouvement, une rotation de dix heures et demie, dans le même temps où M. Laplace démontroit par son analyse, que cet anneau ne pouvoit se soutenir sans une rotation d'environ dix heures.

M. Schrœter s'est attaché spécialement à nous donner des descriptions détaillées de diverses planètes, à mesurer et déterminer le temps de leur rotation. Il a trouvé celle de Vénus par l'observation d'une montagne située à la pointe australe du croissant. Cette rotation est de 23 heures 21 minutes ; par des moyens analogues, il a reconnu que Mercure et Mars tournent en 24 heures et quelques minutes.

Il résulte de cet exposé rapide, que depuis 1789, l'astronomie s'est perfectionnée dans toutes ses parties ; que toutes les inégalités sensibles des planètes ont été développées et évaluées ; que les tables ont acquis une précision à-la-fois plus grande et plus durable ; que les calculs usuels sont devenus plus exacts ; qu'enfin les observations nous ont fait connoître des astres entièrement nouveaux pour nous, et qu'elles ont agrandi à nos yeux et à notre imagination l'ensemble admirable qui forme

le système du Monde. On peut voir toutes ces améliorations plus détaillées dans les grands traités d'astronomie publiés par M. Lalande en 1792, et par M. Schubert en 1798.

Physique Mathématique.

La révolution opérée de nos jours dans la chimie n'a pu se faire sans détourner un peu de leurs recherches habituelles nos physiciens, qui voyoient s'ouvrir dans une science si voisine, une carrière qui leur promettoit de plus nombreuses découvertes. Nous aurons pourtant à raconter, en physique, des travaux curieux et des inventions intéressantes.

La balance de torsion avec laquelle Coulomb avoit si heureusement déterminé la loi des attractions et des répulsions électriques, lui servit à prouver que les phénomènes magnétiques étoient soumis à une loi toute semblable ; à mesurer les moindres effets du magnétisme ; à trouver le degré très-élevé de température qui les fait totalement disparoître ; à montrer que le magnétisme n'est point, comme on l'avoit cru, une propriété particulière à certains corps, mais qu'elle existe dans tous, même dans ceux qui en paroissent le plus dénués. La même balance lui fit mesurer la résistance que les fluides opposent au mouvement et dont la loi est exprimée par deux termes desquels Newton n'avoit trouvé que le premier, parce que le second ne devient sensible que dans les mouvemens très-lents.

Toute sa vie Coulomb s'étoit occupé du perfectionne-

ment des boussoles d'inclinaison et de déclinaison. L'inclinaison surtout étoit difficile à obtenir, parce que MM. Coulomb, Laplace et Borda n'avoient pas encore donné les formules propres à la déterminer par le nombre des oscillations, et que les boussoles étoient inexactes. M. Gilpin vient de publier (*dans les Transactions philosophiques*) une longue suite d'observations qui prouvent que l'inclinaison est sujette à des variations diurnes et séculaires, et que la diminution annuelle est maintenant de 5 minutes. M. Cassini, avec des boussoles de son invention, avoit observé les inégalités diurnes de la déclinaison. M. Biot avoit tenté de déterminer par les observations de La Peyrouse et de M. Humboldt, la position de l'équateur magnétique, et son intersection avec l'équateur terrestre. M. Humboldt, à son tour, vérifia la théorie de M. Biot par de nouvelles observations faites en commun avec M. Gay-Lussac. Ils trouvèrent que les grandes chaînes des montagnes, les volcans même embrasés, n'avoient aucune influence sensible sur la force magnétique; que cette force diminuoit progressivement à mesure qu'on s'éloignoit de l'équateur terrestre. MM. Biot et Gay-Lussac, dans leurs ascensions aérostatiques, ont remarqué que la distance de la terre n'apporte aucune diminution sensible à l'intensité du magnétisme, et cependant M. Gay-Lussac, dans la dernière de ces ascensions, s'étoit élevé à une hauteur la plus grande à laquelle on soit jamais parvenu, puisqu'elle surpasse celle de toutes les montagnes du globe.

M. Wollaston avoit imaginé un appareil extrêmement

simple à l'aide duquel il mesuroit exactement la réfraction et la réflexion des substances transparentes. Par une addition très-ingénieuse, M. Malus a étendu l'usage de cet appareil aux substances opaques, et son analyse lui a fait découvrir une erreur échappée à M. Wollaston, qui n'avoit pas les moyens de soumettre à l'expérience cette partie de sa théorie.

M. Ramond, sur les Pyrénées, avoit trouvé une correction très-légère, à faire au coëfficient de la formule de M. Laplace pour calculer la hauteur d'une montagne sur laquelle on a fait une observation barométrique. M. Biot, en répétant les expériences de physique sur lesquelles M. Laplace s'étoit fondé, a trouvé, qu'en effet, la correction étoit nécessaire, et ces expériences de M. Biot lui ont donné le coëfficient de M. Ramond comme elles lui avoient donné la réfraction de Delambre. Ce même travail l'avoit conduit à d'autres conséquences très-intéressantes sur le pouvoir réfringent des différens gaz, et à un moyen d'estimer avec plus de précision que par les procédés chimiques mêmes, la composition de diverses substances, telles par exemple, que le diamant qu'il croit en partie composé d'oxigène.

Pendant que les astronomes de France mesuroient la grandeur de la terre pour y trouver le fondement du système métrique, M. Schuckburg cherchoit à déterminer le rapport des mesures usuelles d'Angleterre avec le pendule qui bat les secondes à la latitude de 51 degrés et demi. Ses expériences étoient très-précises, mais en comparant la longueur de son pendule avec deux règles-étalons

construites par deux artistes d'une grande renommée, il s'aperçut avec étonnement que les deux règles n'étoient pas exactement de même longueur, ce qui prouve l'inconvénient de ces mesures arbitraires dont le modèle n'existe nulle part dans la nature, ce que nous savions d'ailleurs par les altérations que le laps de temps avoit occasionnées dans notre toise et la pinte de Paris. Dans le même temps, M. Cavendish (par des moyens qui ne sont que la balance de torsion de Coulomb, exécutée plus en grand), déterminoit la densité de la terre qu'il trouvoit cinq fois et demie plus grande que celle de l'eau.

Roy et Ramsden avoient observé les dilatations du verre et des divers métaux pour se préparer à la mesure de deux bases dans l'opération trigonométrique d'Angleterre. Lavoisier et Borda déterminèrent les dilatations du laiton et du platine. Borda et M. Cassini mesurèrent par des observations d'une précision toute nouvelle, la longueur du pendule qui bat les secondes à Paris, pour obtenir exactement le rapport de ce pendule au mètre. Vers le même temps une nouvelle branche de physique étoit née d'une expérience de Galvani, que tous les physiciens s'empressèrent de répéter et de diversifier. M. de Humboldt eut le courage de s'y soumettre lui-même, en bravant les douleurs les plus cuisantes, pour connoître mieux des effets dont on attendoit de précieuses lumières sur l'économie animale, et peut-être même sur le principe de la vie ; si ces brillantes espérances ne sont pas encore réalisées, le galvanisme a du moins donné nais-

sance à la pile de Volta, qui bientôt nous a montré des merveilles plus réelles, et qui excitent en ce moment même le plus vif intérêt. M. Biot a donné de cet appareil une théorie fort élégante, mais qui suppose deux principes, dont l'un, quoique très-approché, et le plus simple qu'on puisse imaginer, n'a pourtant pas été mis tout-à-fait hors de doute par les expériences.

Géographie et Voyages.

A l'époque de 1789, toutes les nations à l'envi paroissoient animées du desir de perfectionner la description de leurs États et des mers qui baignent leurs côtes. Le goût qu'avoient fait naître les voyages heureux et brillans des Bougainville, des Cook, ne s'affoiblit pas par les expéditions désastreuses, mais non tout-à-fait inutiles de La Peyrouse et d'Entrecasteaux. Les Anglais ont profité des avantages de leur position, tandis que leur société africaine pénétroit dans des contrées entièrement inconnues, que leur Hornman recevoit l'accueil le plus distingué du vainqueur de l'Égypte, que Munkopark bravoit les plus grands dangers pour ouvrir de nouvelles routes au commerce de son pays, que Flinders s'exposoit à des dangers plus terribles encore pour visiter la terre de Diemen et les côtes de la Nouvelle-Hollande, les vaisseaux parcouroient la mer et l'archipel des Indes, leurs ambassadeurs reconnoissoient le Thibet, le royaume de Java, pénétroient en Chine.

Vancouver décrivoit les côtes qu'il étoit chargé de reconnoître, avec des soins et une exactitude dignes de servir de modèle à tous ceux qui auront à remplir de pareilles missions. Les Français, si glorieusement occupés ailleurs, n'avoient pourtant point abandonné les recherches géographiques. Si les Anglais nous faisoient mieux connoître la pointe méridionale de l'Afrique, les Français trouvoient en Égypte matière à des descriptions bien plus intéressantes. Le capitaine Marchand avoit fait autour du monde un voyage heureux et modeste, qui, pour être apprécié ce qu'il vaut, attendoit la plume d'un navigateur distingué. M. Fleurieu a su y ajouter un prix nouveau en donnant aux marins toutes les instructions qui peuvent rendre leurs courses moins périlleuses et plus utiles, en les préparant à recevoir le bienfait des nouvelles mesures, et en proposant une division plus méthodique des mers, division déja adoptée en Espagne par un savant qui pourtant croyoit avoir à se plaindre de la manière dont M. Fleurieu avoit parlé de ses compatriotes. Mais si les Espagnols ont en effet mérité jadis quelques reproches en gardant pour eux leurs découvertes, il est juste aussi de dire qu'ils ont adopté maintenant un système tout opposé : le dépôt hydrographique de Madrid, à l'instar de celui de France, a publié franchement des cartes et des ouvrages qui lui font le plus grand honneur.

M. Buache a préparé pour nos navigateurs tous les renseignemens qui peuvent diriger leur marche ; il a

rassemblé dans le dépôt de la marine toutes les connoissances qui pouvoient leur être utiles ; il a discuté tout ce qu'une érudition vaste lui a fait découvrir d'essentiel dans les géographes anciens, dont il croit que l'intérieur de l'Afrique, et même la Nouvelle-Hollande, avoient été passablement connus. Muni de ces instructions, le capitaine Baudin alla reconnoître les côtes de la Nouvelle-Hollande dans une expédition recommandable surtout par les services qu'elle a rendus à l'histoire naturelle. Enfin, pour terminer cette notice par un voyage qui renferme tous les genres de mérite, M. Humboldt a fait, à ses frais, une entreprise qui auroit honoré un gouvernement ; seul, avec son ami Bonpland, il s'est enfoncé dans les déserts de l'Amérique, il en a rapporté six mille plantes avec leurs descriptions, les positions de plus de 200 points déterminés astronomiquement ; il est monté à la cime du Chimboraço, dont il a mesuré la hauteur ; il a créé la géographie des plantes, assigné la limite de la végétation et des neiges éternelles, observé les phénomènes de l'aimant et des poissons électriques, et rapporté aux amateurs de l'antiquité des connoissances précieuses sur les Mexicains, leur langue, leur histoire et leurs monumens.

Sire, Nous avons obéi (bien imparfaitement, sans doute, mais autant que nos moyens l'ont permis) aux ordres de Votre Majesté, en lui offrant cet extrait sommaire du tableau plus étendu, moins incomplet, que nous avons l'honneur de lui présenter au nom de la

classe des sciences mathématiques et physiques de son Institut. Votre Majesté vient d'entendre les noms de tous ceux qui ont contribué aux progrès des mathématiques. Tous ces savans auront reçu la plus flatteuse de toutes les récompenses, dans la certitude que leurs efforts sont connus de l'auguste Protecteur dont un regard suffit pour encourager les sciences, les lettres et les arts.

Il nous reste à remplir un devoir bien honorable et bien facile ; Votre Majesté daigne interroger l'Institut sur les moyens d'assurer les progrès ultérieurs ; les progrès des mathématiques ne sont nullement douteux, l'instruction première trouve des sources abondantes dans tous les Lycées ; l'École polytechnique est une pépinière de sujets distingués pour tous les genres de service public. Déjà nous avons vu sortir de cette école plus d'un jeune savant qui, comme MM. Biot, Poisson, Malus, marchant sur les traces des plus grands géomètres, leur promettent de dignes successeurs ; d'autres, comme MM. Puissant, Francœur, ont vu leurs ouvrages adoptés pour l'enseignement et les services publics ; la loi bienfaisante qui a régénéré l'instruction, promettoit une école spéciale aux mathématiques ; cette école existoit. La géométrie et l'algèbre, l'astronomie et la physique, sont professées au collége impérial de France. Un cours d'analyse transcendante y compléteroit l'enseignement des sciences exactes. Une opération importante avoit été commencée pour donner à la France

une perpendiculaire digne de sa méridienne... Mais nous ne formons point de vœu ; nous attendons avec une confiance respectueuse, ce qu'il plaira à Votre Majesté d'ordonner en faveur d'une science dont elle eût elle-même reculé les limites, si de plus hautes destinées ne l'eussent appelée à les protéger toutes également, pour les faire concourir à la splendeur et aux merveilles de son règne.

Discours de M. Cuvier, *secrétaire perpétuel de la classe pour les sciences physiques.*

Sire,

Le ministère honorable que les ordres de Votre Majesté impériale nous appellent à remplir, nous intimide également, soit que nous considérions l'étendue des sciences dont nous devons tracer l'histoire, ou le nombre et l'ardeur de ceux qui les cultivent, ou la rapidité des progrès qu'elles ont faits dans ces dernières années, et ce n'est qu'en tremblant que nous nous sommes hasardés de choisir, parmi tant de travaux divers, parmi tant d'hommes d'un mérite si éminent, ceux qui nous ont paru le plus dignes de vous être nommés.

En effet, la crainte d'avoir commis un oubli injuste, pourroit-elle jamais être plus pénible que dans cette occasion solennelle, où le génie demande à connoître, à honorer le génie; où le héros qui a porté la gloire militaire et politique au-delà de toutes les bornes que lui assignoient les exemples de l'histoire et les élans les plus hardis de l'imagination, veut rapprocher de lui et couronner de ses mains toutes les sortes de gloire, encourager tous les genres de talens, ordonner l'exécution de tous les travaux utiles?

Et cependant, en quelle partie des connoissances humaines un pareil oubli est-il plus difficile à éviter que dans les sciences naturelles, dont le champ est à

la fois le plus vaste et le plus fécond que l'esprit puisse cultiver ? Leurs principes les plus généraux sont encore rebelles à des calculs précis, et ne laissent, par conséquent, d'autres guides à suivre que l'expérience et l'observation ; mais par une conséquence non moins évidente toute observation bien faite, toute expérience concluante a le droit d'y tenir une place, et les travaux particuliers qu'il n'est pas permis à leur historien de négliger, se multiplient au-delà de toute mesure.

Ce nombre prodigieux de faits qui s'étend depuis la simple aggrégation des molécules d'un sel, jusqu'à la formation des corps organisés et jusqu'aux fonctions les plus compliquées de leur vie, semble cependant se rapporter plus immédiatement au phénomène général de l'attraction moléculaire, et nous ne pouvions choisir de fil plus convenable pour nous retrouver dans cet immense dédale.

Nous avons donc examiné d'abord l'attraction moléculaire dans ses effets les plus immédiats, dans les lois auxquelles elle est soumise, et dans les modifications qu'elle éprouve de la part des autres principes généraux ; ce qui nous a procuré l'avantage de commencer notre rapport par la théorie des cristaux et par celle des affinités : deux sciences entièrement nouvelles et nées dans la période dont nous avons à rendre compte.

La première en signale le commencement ; elle est due toute entière à M. Haüy ; ces figures si régulières et si variées que prennent les minéraux dans une formation tranquille, sont maintenant soumises au calcul,

et vérifiées par la division mécanique ; ce phénomène si curieux, n'offre plus rien d'arbitraire ni de vague dans son explication ; le même âge, le même auteur ont vu naître la science, et l'ont, pour ainsi dire, conduite à son terme.

La théorie des affinités, plus ancienne quant à son origine primitive, a subi récemment une révolution complète, et M. Berthollet vient de lui imposer des lois toutes nouvelles ; il n'admet plus d'affinités électives ni de décompositions absolues ; l'affinité n'est plus pour lui qu'une tendance générale d'un corps à s'unir à d'autres, qui continueroit d'agir lorsqu'on mêle trois ou plusieurs corps, si elle n'étoit contrebalancée par des forces opposées, telles que l'indissolubilité de l'une des combinaisons résultantes, ou sa plus grande tendance à cristalliser, à effleurir ou à se vaporiser. Enfin, la chaleur et la pression sont aussi des causes opposées entre elles, qui font varier en différens sens l'affinité elle-même aussi bien que les tendances qui lui sont contraires. Nous montrons en détail dans notre rapport comment ces principes éclairent d'une vive lumière, ce que la chimie offroit jusqu'à présent de plus obscur, et nous y faisons entrevoir l'influence qu'ils exerceront un jour sur toutes les autres sciences physiques.

Passant ensuite aux divers agens impondérables qui font varier les affinités, nous disons quelques mots de l'action chimique de la lumière et des expériences encore contestées de M. Herschell, sur le mode de son union avec la chaleur dans les rayons du soleil.

Nous en venons alors à l'histoire des découvertes relatives à la chaleur elle-même, lesquelles constituent un corps de doctrine tellement nouveau, que les physiciens de la première moitié du dix-huitième siècle ne s'en faisoient pas même une idée.

Les premiers germes en remontent à plus de quarante ans ; et c'est à l'écossais Black et au suédois Wilke que nous les devons ; ils s'aperçurent les premiers, non-seulement qu'un corps absorbe une grande quantité de chaleur en se fondant ou en se vaporisant, et qu'il la restitue en revenant à son état primitif, mais encore qu'il faut des quantités de chaleur différentes pour échauffer différens corps d'un même nombre de degrés ; ces premières vérités en ont produit une foule d'autres, dont l'influence sur le système entier des sciences, aussi bien que sur l'économie domestique et sur tous les arts, est incalculable.

Nous faisons l'énumération rapide de ces découvertes de détail ; de la différente conductibilité des corps pour la chaleur mesurée par Franklin et Ingenhous, de la manière particulière dont les liquides la conduisent, reconnue par M. le comte de Rumford, et devenue entre ses mains la source de tant de procédés utiles ; du calorimètre inventé par M. Laplace, pour mesurer la chaleur qui se produit ou disparoît dans chaque circonstance, instrument qui a appuyé la théorie chimique de si belles démonstrations ; des diverses dilatabilités des corps, mesurées par MM. Dalton et Gay-Lussac, et si nécessaires à connoître pour juger les thermomètres ;

enfin, de la théorie des vapeurs terminée récemment par les mêmes physiciens, et dont l'importance est si grande pour la construction des pompes à feu, ces machines, les plus merveilleuses peut-être dont le génie des sciences ait enrichi la société.

L'électricité galvanique se présente ensuite et nous ouvre à la fois une scène nouvelle et des régions dont personne n'oseroit encore calculer l'étendue. Le plus puissant peut-être des agens que la nature emploie dans ses opérations à la surface de notre globe, étoit donc resté caché jusqu'à l'âge présent ! Nous ne faisons que de l'apprendre : la simple juxtaposition, non pas même de deux métaux, mais de deux corps différens, quels qu'ils soient, altère l'équilibre de l'électricité, et cette altération peut produire les mouvemens les plus violens dans l'économie animale ; elle sépare les substances les plus étroitement unies ; dans cet instant même elle semble vouloir nous révéler la composition de ces alkalis que la chimie la plus profonde nous avoit toujours présentés comme des corps simples ; enfin, quand elle est dans toute sa force, c'est la foudre elle-même, et dans ses divers degrés elle est peut-être le ressort secret d'un nombre immense de phénomènes encore mystérieux !

Le nom de Galvani qui a découvert l'action de cette électricité sur l'économie animale, celui de M. Volta, qui a démontré son origine et sa nature, et qui, en enseignant à la renforcer indéfiniment, a donné à la chimie un instrument aussi utile peut-être que le microscope l'a été à l'histoire naturelle ; ceux de MM. Ritter,

Carlisle, Nicholson et surtout de M. Davy, qui ont reconnu et constaté la puissance chimique de cet instrument admirable, sont honorablement consignés dans cette partie de notre rapport parmi ceux de beaucoup d'autres physiciens estimables qui ont enrichi la théorie du galvanisme d'expériences et de découvertes plus particulières, et dont les encouragemens honorables offerts par Votre Majesté ne manqueront point d'augmenter le nombre.

C'est après cette théorie des agens chimiques impondérables, si nouvelle dans l'histoire des sciences, que nous passons à la chimie proprement dite, et surtout à sa doctrine fondamentale, l'explication de ce qui se passe dans la combustion.

C'est ici sans contredit la révolution la plus importante que les sciences naturelles aient jamais éprouvée, révolution à la fois si honorable pour notre temps et pour notre nation, et qui n'a été consommée qu'au commencement de la période dont nous rendons compte.

Sans doute il s'accumuloit depuis bien des années des faits propres à renverser le phlogistique et tout le brillant système de Stahl, quelque soin que les Senac, les Macquer, les Rouelle, les Bergmann, eussent pris pour le soutenir et le développer. Sans doute la théorie nouvelle n'est qu'un lien qui rapproche heureusement des faits particuliers reconnus en des temps et par des hommes très-différens. La découverte de la chaleur latente par Black, celle du dégagement de l'air des chaux de mercure, par Bayen, celle de la production de l'air fixe dans la combustion du charbon, par M. Cavendish, et

de l'eau dans celle de l'air inflammable, par le même savant et par M. Monge, sont des portions intégrantes de la nouvelle chimie, aussi bien que l'augmentation du poids des métaux calcinés, déjà annoncée par Libavius, et que l'absortion de l'air dans les calcinations, reconnue dès le temps de Bayle.

Mais c'est précisément le bonheur d'avoir réuni en un seul faisceau tous ces rayons isolés qui fait la gloire incontestable de Lavoisier. Jusqu'à lui les phénomènes particuliers de la chimie pouvoient se comparer à une espèce de labyrinthe dont les allées profondes et tortueuses avoient presque toutes été parcourues par beaucoup d'hommes laborieux; mais leurs points de réunion, leurs rapports entre elles et avec l'ensemble ne pouvoient être aperçus que par le génie qui sauroit s'élever au-dessus de l'édifice, et en saisiroit le plan d'un œil d'aigle.

L'Europe fut témoin à cette époque d'un spectacle touchant dont l'histoire des sciences offre bien peu d'exemples : les chimistes français les plus distingués, les contemporains de Lavoisier, ceux qui avoient le plus de droits à se regarder comme ses émules, et particulièrement MM. Fourcroy, Berthollet et Guyton, passèrent franchement sous ses drapeaux, proclamèrent hautement sa doctrine dans leurs livres et dans leurs chaires, travaillèrent avec lui à l'étendre à tous les phénomènes et à l'inculquer dans tous les esprits.

C'est par cette conduite noble autant que par l'importance de leurs propres découvertes, qu'ils méritèrent de

partager la gloire de cet heureux génie, et qu'ils firent donner à la nouvelle théorie le nom de chimie française sous lequel elle est aujourd'hui adoptée de toute l'Europe.

L'un des moyens qui ont le plus puissamment contribué à lui donner des succès si rapides, c'est la nomenclature créée par cette société de chimistes français. Substituer à des termes barbares ou mystérieux imaginés dans les temps d'ignorance, des noms qui exprimassent l'espèce et la proportion des élémens de chaque substance, c'étoit offrir à l'esprit le tableau abrégé des résultats de la science, et fournir à la mémoire le moyen de se rappeler par les noms la nature même des objets. La nouvelle nomenclature n'est point un instrument de découverte, puisqu'elle n'est que l'expression des découvertes faites; mais il est juste de reconnoître en elle un excellent instrument d'enseignement, et comme telle on ne peut lui contester d'avoir répandu la science, et d'avoir exercé une grande influence sur les découvertes de détail dont nous parlons à sa suite.

Elles occupent trop de place dans notre rapport pour que nous puissions seulement en faire l'énumération dans ce résumé; presque toutes les substances de la nature ont été examinées; presque toutes les combinaisons imaginables ont été tentées par les chimistes, le nombre des métaux a été porté à vingt-huit; celui des terres à neuf; de nouveaux acides ont été découverts ou formés; la composition des différens sels a été déterminée; on en a fabriqué plusieurs dont les arts tirent un parti avan-

tageux; on a appris à extraire de toutes les combinaisons les élémens qu'il est utile d'avoir à part.

Les noms des Berthollet, des Fourcroy, des Vauquelin, des Chaptal, des Guyton, des Deyeux, des Séguin, des Thenard, parmi les Français; ceux des Klaproth, des Kirwan, des Proust, des Davy, des Tennant, des Wollaston, des Chénevix, parmi les étrangers, couvrent les pages du long catalogue que nous avons dressé de tous ces importans travaux.

Il en est dans le nombre dont le genre appartient plus exclusivement à l'époque présente : ce sont ceux qui ont pour objet les produits des corps organisés, et dont l'histoire offre surtout les noms de MM. Fourcroy et Vauquelin, unis depuis si long-temps par la science et par l'amitié.

Nous savons aujourd'hui, grâce aux longues recherches de ces savans chimistes et à celles de quelques-uns de leurs émules, que tous ces produits de la vie se composent de diverses proportions d'un petit nombre de substances; du carbone, de l'hydrogène, de l'oxigène, plus ou moins d'azote, voilà leurs matériaux fondamentaux; un peu de terre, quelques atômes de soufre, du phosphore, divers sels se joignent à ce fonds principal : tous ces élémens semblent se jouer dans leurs diverses réactions : ils s'unissent, se séparent, se retrouvent de mille manières dans nos laboratoires, comme dans les fonctions de la vie; et la chimie elle-même est parvenue à en transformer la plupart à son gré les uns dans les autres par des modifications légères, ou par les diverses sortes

de fermentations. On conçoit aisément quelles lumières ces analyses des substances animales et végétales ont jetées sur les arts qui les emploient, et combien peuvent être utiles ces métamorphoses de matières communes en matières rares et précieuses ; mais il ressort de tous ces faits un résultat plus important encore qui nous élève à une théorie générale des êtres organisés, en nous montrant l'essence même de la vie dans une variation perpétuelle de proportion entre des subtances peu nombreuses par elles-mêmes.

Après avoir conduit ainsi l'histoire de la chimie jusqu'à ses doctrines les plus compliquées et les plus profondes, nous passons à la deuxième partie de notre rapport, dont l'objet est d'exposer les progrès et l'état de l'histoire naturelle, science dont le public et même quelques savans se font encore des idées très-vagues, et qui n'est autre chose que l'application des lois générales de la physique et de la chimie aux phénomènes particuliers que manifestent les divers corps de la nature.

L'atmosphère et sa composition, les météores, les eaux, leurs mouvemens et ce qu'elles contiennent, les divers minéraux, leur position réciproque et leur origine ; les formes extérieures et intérieures des végétaux et des animaux, leurs propriétés, les mouvemens qui constituent les fonctions de leur vie, leur action mutuelle pour maintenir l'ordre et l'harmonie à la surface du globe ; voilà ce que le naturaliste doit raconter et expliquer ; voilà les objets dont il faut nécessairement qu'il réunisse la connoissance.

Aucune des branches de l'histoire naturelle ne peut plus se passer entièrement des autres, et moins encore des deux sciences générales. En vain voudroit-on maintenant classer les minéraux sans les analyser chimiquement et méchaniquement, ou les animaux sans connoître leur structure intime et les fonctions de leurs organes; le physiologiste qui n'embrasseroit pas dans ses méditations les phénomènes de la vie des plantes et de celle de tous les animaux, se perdroit bien vite en conjectures illusoires, tout comme il fermeroit volontairement les yeux à la lumière s'il refusoit d'admettre l'influence des lois physiques dans les fonctions vitales.

Il reste cependant une différence essentielle entre les sciences générales et l'histoire naturelle; c'est que, dans les premières, on n'étudie que des phénomènes dont on détermine en maître toutes les circonstances, et que, dans l'autre, les phénomènes se passent sous des conditions qui ne dépendent pas de l'observateur.

Dans la chimie ordinaire, par exemple, nous fabriquons nos vaisseaux de matières inaltérables; nous les formons, les courbons, les dirigeons comme il nous plaît; nous n'y plaçons que ce qu'il faut pour avoir des idées claires du résultat.

Dans la chimie vitale, les matières sont innombrables; à peine le chimiste nous en a-t-il caractérisé quelques-unes; les vaisseaux sont d'une complication infinie; à peine l'anatomiste nous a-t-il décrit une partie de leurs contours; leurs parois agissent sur ce qu'elles contiennent; elles en subissent l'action; il vient sans cesse des

élémens du dehors en dedans ; il s'en échappe du dedans en dehors ; toutes les parties sont dans un tourbillon continuel, qui est une condition essentielle du phénomène, et que nous ne pouvons suspendre long-temps sans l'arrêter pour jamais.

Malgré ces difficultés inhérentes à l'histoire naturelle, les idées que nous venons de donner de cette science, et qui n'ont guère été adoptées d'une manière générale que dans cette période, lui ont fait changer de face, et ont jeté sur toutes ses branches la lumière la plus vive.

En météorologie, la composition gazeuse de l'atmosphère a été reconnue la même à toutes les hauteurs et dans tous les pays par les Berthollet, les Humboldt, les Gay-Lussac, les Beddoes ; mais les odeurs qui affectent si vivement nos sens et les miasmes qui attaquent si cruellement notre économie, restent encore insaisissables pour nos moyens chimiques, quoiqu'il soit bien certain que ces moyens les détruisent : preuve entre mille de cette multitude de substances qui agissent à notre insu dans les opérations de la nature.

Le phénomène des pierres tombées de l'atmosphère, que l'antiquité et le moyen âge n'ont pas ignoré, n'a été mis que dans cette période au rang des vérités physiques ; les conjectures de M. Chladny, les analyses de MM. Howard, Vauquelin, Thenard, Laugier, les voyages et enquêtes de M. Biot y ont également contribué.

La minéralogie se rapproche maintenant en rigueur des sciences les plus exactes, grace aux déterminations

cristallographiques de M. Haüy, aux analyses chimiques de MM. Klaproth et Vauquelin, aux descriptions extérieures et à la détermination des positions faites par M. Werner et par son école.

Cette connoissance de la position respective des minéraux est devenue l'objet d'une véritable science, d'une science qui dirige dans leur recherche et qui remplace aujourd'hui pour les bons esprits, ces conjectures illusoires qui portoient naguères le nom pompeux de *géologie*. Les Pallas, les Saussure, les Desmarest, les Faujas, les Dolomieu, les Werner, les Deluc, les Ramond, les Humboldt, lui ont donné cet aspect nouveau; leurs voyages pénibles, leurs examens scrupuleux nous ont fait connoître la vraie structure de cette partie de la croûte du globe que nous pouvons percer, en même temps qu'ils nous font presque désespérer d'en jamais deviner l'origine.

Cette croûte fourmille cependant des débris de corps organisés, preuves irrécusables de grandes révolutions, et dignes objets de la curiosité des naturalistes. Les Pallas, les Camper, les Lamarck, les ont examinés et les ont trouvés en grande partie différens, non-seulement de ceux qui vivent aujourd'hui dans les mêmes climats, mais encore de tous ceux qu'on a recueillis à la surface du globe.

L'histoire naturelle des corps vivans, infiniment plus vaste et plus compliquée que celle des corps bruts, a excité des travaux plus nombreux encore et qui n'ont pas eu moins de succès.

Leur théorie générale est ce qu'on appelle *physiologie.* Elle se divise en trois parties; une chimique, qui détermine les substances qui les composent, et qui en fait la comparaison avec celles qu'ils attirent et celles qui s'exhalent; une anatomique, qui fait connoître les voies que ces substances parcourent depuis leur entrée jusqu'à leur sortie; enfin, une dynamique, qui examine les forces par lesquelles ces mouvemens compliqués s'exécutent.

La première appartient presque entièrement à l'époque présente; c'est par les travaux successifs de Priestley, d'Ingenhouss, de Lavoisier, de Fourcroy, de Chaptal, de Sennebier, de Spallanzani, de Théodore de Saussure, que nous voyons clairement aujourd'hui, parmi les nombreuses transformations dont la vie animale et végétale se compose, dominer comme le caractère essentiel de la végétation, la décomposition de l'acide carbonique et de l'eau pour mettre du carbone et de l'hydrogène à nu; et comme celui de l'animalisation, l'opération inverse, la recomposition de cet acide et de cette eau pour enlever au corps animal le carbone et l'hydrogène superflus, et y rendre à l'azote la proportion nécessaire aux fonctions de la vie.

La partie anatomique avoit été cultivée plus tôt, et cependant c'est encore dans notre période qu'elle est presque arrivée à sa perfection pour l'homme, par les travaux de Mascagni sur les vaisseaux lymphatiques, et qu'elle s'y achemine pour les animaux par les recherches des Vicq-d'Azyr, des Camper, des Blumenbach, des Scarpa, des Tenon, des Home, des Duméril, des

Duvernoy, des Albers; et pour les végétaux par celles des Gaertner, des Jussieu, des Desfontaines, des Mirbel, des Decandolle, des Link et d'un grand nombre d'autres hommes aussi assidus qu'ingénieux.

La partie dynamique, ou la physiologie proprement dite, est par sa nature celle qui devoit rester le plus long-temps imparfaite; elle a du moins eu le bonheur de se débarrasser chez les esprits sages, de ces principes occultes et généraux que l'on appliquoit d'une manière vague à tous les cas difficiles sous les noms d'archée, d'ame végétative, de force vitale et autres semblables; les véritables forces attachées à chaque élément organique, telles que l'irritabilité musculaire, l'influence nerveuse, la contractilité cellulaire, ont été déterminées; la part qu'elles prennent à chaque phénomène a été analysée, et quoique, n'étant point expliquées rationnellement, chacune d'elles puisse encore être considérée comme occulte, on les a cependant adoptées avec beaucoup d'avantage comme autant de principes d'où l'on est parti pour expliquer les phénomènes auxquels elles contribuent, de la même manière que les astronomes emploient l'attraction générale, et les chimistes l'attraction moléculaire.

Il seroit bien difficile de nommer tous les physiologistes, dont les méditations nous ont conduits par degrés à cette régularité dans l'ordonnance des principes. Haller leur avoit, en quelque sorte, indiqué leur route; mais les Hunter, les Reil, les Prochaska, les Sœmmering, les Kielmeyer, les Chaussier, les Bichat

et d'autres Français et étrangers y ont fait chacun des pas plus ou moins nombreux, que nous avons essayé de marquer dans notre rapport.

L'histoire naturelle particulière des êtres vivans n'est donc plus que l'emploi de ces théories générales pour expliquer les phénomènes propres à chaque être, et dépendans de la structure, du nombre et de la disposition des organes que les forces que nous venons d'annoncer animent et font mouvoir.

Elle suppose d'abord que les êtres dont on y traite sont parfaitement nommés, distingués les uns des autres, et portés dans ce grand catalogue, fondement de toute la science, auquel on a donné le nom de *systema naturæ*. Linnæus en a jeté les premiers fondemens, mais les travaux de ses successeurs l'ont prodigieusement étendu, et jamais peut-être il n'a reçu des accroissemens comparables à ceux des vingt dernières années.

Nous rapportons les noms des voyageurs qui nous ont procuré des espèces nouvelles, des collections où elles ont été rassemblées, des naturalistes qui les ont décrites.

L'étonnante expédition d'Egypte tient le premier rang pour l'histoire naturelle comme pour tous les genres de connoissances : après elles, le voyage aux Terres Australes, ordonné par Votre Majesté impériale, a été, grace au zèle de MM. Péron, Léchenaud, Lesueur, l'un des plus fructueux ; et le Muséum d'histoire naturelle est devenu sous vos auspices l'un des plus complets de l'univers. Ce n'est, pour ainsi dire, qu'à présent que nous commençons à prendre une idée de la richesse de la

nature. Les ouvrages de M. de Lacépède, si digne complément du magnifique édifice commencé par Buffon; ceux de MM. Geoffroi, Fabricius, Lamark, Olivier, Latreille, Bosc, Brongniart, Shaw, Duméril etc., pour l'histoire des animaux; ceux de MM. Lamarck, Desfontaines, Ventenat, Labillardière, Decandole, Beauvois, du Petit-Thouars, Humboldt, Bonpland, Wildenow, Vahl, Cavanilles, Smith, Swartz, et d'un très-grand nombre d'autres botanistes, pour celle des plantes, portent à près de cent mille le nombre des espèces consignées dans le grand registre des êtres existans.

Mais les méthodes que l'on emploie aujourd'hui pour distribuer ces êtres, sont encore pour la science un service plus essentiel que tous ces accroissemens de leur liste. Ce n'est que dans notre période que l'on est parvenu à découvrir des moyens sûrs pour les ranger tous dans un ordre tellement gradué et subordonné, que l'expression de leurs caractères distinctifs soit aussi celle de leurs rapports réels, et que la méthode ne présente autre chose que la science elle-même, réduite à son expression la plus simple.

L'ouvrage qui a le plus contribué à faire généralement adopter cette marche, est le *Genera plantarum* de M. de Jussieu, qui a paru en 1789, et qui fait, dans les sciences d'observation, une époque peut-être aussi importante que la chimie de Lavoisier dans les sciences d'expérience.

La comparaison absolue des végétaux pouvoit seule servir de guide dans leur distribution, parce que l'on connoît trop peu les fonctions de leurs organes; les ani-

maux, au contraire, ont eu l'avantage de voir la leur appuyée sur des fondemens rationels établis en quelque sorte *a priori*, et c'est l'anatomie comparée qui les leur a fournis.

L'étude générale de cette science sera le dernier caractère que nous assignerons à la période actuelle; les naturalistes s'y livrent de toutes parts depuis plusieurs années; déjà elle est le soutien et le régulateur de la zoologie; la physiologie générale lui doit une grande partie de ses découvertes, ou du moins le complément de ses preuves; elle éclaire jusqu'à l'histoire du globe, en rétablissant des espèces que les révolutions éprouvées par notre planette paroissent avoir détruites. Votre Majesté pardonnera-t-elle à celui qui lui parle la témérité de s'être nommé après ses maîtres?

Voilà, SIRE, tout ce que le temps que vous voulez bien nous accorder nous permet de vous dire rapidement sur les découvertes qui ouvrent dans la partie théorique des sciences naturelles, le siècle de NAPOLÉON.

Le tableau que nous en avons fait, et que nous allons avoir l'honneur de mettre sous vos yeux, n'est point flatté : nous-mêmes avons été étonnés, en le rédigeant, de l'abondance et de la fécondité des travaux qui se sont présentés à notre mémoire et à notre plume; titres respectables, que les savans de notre âge se sont acquis à la reconnoissance de la postérité.

L'esprit qui les dirige est plus satisfaisant encore que leurs découvertes mêmes, par la garantie qu'il donne pour les découvertes futures. Toutes ces hypothèses,

toutes ces suppositions plus ou moins ingénieuses, qui avoient encore tant de vogue pendant les deux premiers tiers du siècle précédent, sont aujourd'hui repoussées par les vrais savans, et ne procurent plus même à leurs auteurs une réputation passagère; l'expérience seule, l'expérience précise, faite avec poids, mesure et comparaison de toutes les substances employées et de toutes les substances obtenues, voilà aujourd'hui la seule voie légitime de raisonnement et de démonstration. Ainsi, quoique les sciences naturelles échappent encore aux applications du calcul, elles se font gloire d'être soumises à l'esprit mathématique; et par la marche sage qu'elles ont adoptée, elles ne s'exposent plus à faire de pas en arrière; toutes leurs propositions sont établies avec certitude, et deviennent autant de fondemens solides pour ce qui reste à construire.

Ce n'est point non plus par une partialité qui seroit peut-être excusable, que Votre Majesté Impériale trouvera les noms des savans français au premier rang, dans presque toutes les branches des sciences naturelles; la voix de l'Europe leur assigne cette place comme nous : et même dans les parties où le hasard n'a pas voulu que nos compatriotes fissent les découvertes principales, la manière dont ils les ont accueillies, dont ils en ont suivi toutes les conséquences, les place bien près des premiers inventeurs.

Nous pouvons, nous devons donc le déclarer en ce moment solennel, où nous sommes leurs organes auprès du chef auguste de l'État : pendant ces vingt années où,

dans une autre carrière, des prodiges inouis de dévouement, de valeur et de génie, portoient avec tant d'éclat, dans toutes les contrées de l'univers, les noms des héros de la France, ceux qui cultivent les sciences dans cet heureux pays ne restoient point indignes d'avoir aussi quelque part à la gloire de leur nation.

Les progrès des sciences pratiques qui tiennent de plus près aux sciences naturelles, entrent comme celles-ci dans le cercle de notre rapport; et c'est en effet par une histoire abrégée de la médecine, de l'agriculture et des arts et métiers, que nous le terminons.

Mais nous n'avions pas les moyens de rendre cette histoire aussi complète que celle des sciences théoriques. La médecine, l'agriculture ne sont point tout entières dans les livres; la première même, quoiqu'ordinairement plus savante que l'autre, diffère dans chacun de ceux qui l'exercent; toutes ses doctrines, tous ses procédés ne seroient rien sans le génie et le talent des individus. L'agriculture a de son côté cette difficulté particulière, qu'elle se complique avec la situation politique, avec le système des impôts, des douanes, avec l'état momentané des relations commerciales : ainsi les procédés les plus certains sont souvent bien éloignés encore de l'instant où ils donneront au public tous les avantages qui peuvent en résulter.

Cependant l'époque actuelle a produit dans l'une et dans l'autre de ces sciences les découvertes à-la-fois les plus importantes et les mieux constatées.

Quand la vaccine seroit la seule que l'art de guérir eût

à citer, elle suffiroit pour illustrer à jamais notre temps dans l'histoire des sciences, comme pour immortaliser le nom de Jenner, en lui assignant une place éminente parmi les bienfaiteurs de l'humanité.

Les fumigations acides proposées par M. de Morveau, en détruisant des germes de contagion plus fréquens encore que ceux que la vaccine attaque, rendent des services aussi utiles peut-être, quoique moins apparens, et justifient l'honorable récompense que Votre Majesté Impériale a décernée à leur auteur.

Votre Majesté verra dans notre rapport un précis des autres travaux des médecins sur les diverses maladies, des nouveaux traitemens qui se sont introduits, des moyens nouveaux que les sciences ont fournis à l'art; elle y verra également dans le chapitre de l'agriculture et dans ceux de la botanique et de la zoologie, les nouvelles espèces ou variétés d'animaux ou de plantes utiles, et les nouveaux procédés mis en pratique dans leur gouvernement. La crainte d'abuser des instans qu'elle veut bien nous accorder, nous empêche seule de lui rappeler particulièrement ici les travaux de notre respectable vice-président M. Tenon, sur les hopitaux; les ouvrages classiques de M. Corvisart, sur les maladies organiques du cœur; de M. Hallé, sur l'hygiène; de M. Sabatier, sur les opérations; de M. Pinel, sur les aliénations mentales et la distribution des maladies; de M. Portal, sur la phtysie, le rachitisme, l'anatomie pathologique; de M. Dessessarts, sur les maladies des enfans; enfin la nouvelle discipline introduite dans la

chirurgie militaire par des hommes animés d'un courage semblable à celui des guerriers qu'ils secourent. Par le même motif, nous omettons, quoiqu'à regret, de lui parler en détail des ouvrages et des instructions populaires rédigées par MM. Parmentier, Huzard, Tessier, Thouin, Bosc, Silvestre, qui ont fait connoître aux cultivateurs tant d'importantes découvertes agricoles.

Le chapitre de la technologie, c'est-à-dire de la connoissance des arts et métiers, le dernier de notre travail, présentera les améliorations les plus nombreuses et les plus variées dont les ouvrages de MM. de Rumfort, Chaptal et Berthollet nous ont fourni la plus grande partie.

Depuis les opérations les plus simples de l'économie rurale et domestique jusqu'à nos fabriques les plus compliquées et les plus délicates, il n'est point de procédé qui n'ait éprouvé l'influence bienfaisante des sciences. Le chauffage des appartemens, des cuisines, des fabriques; l'éclairage des maisons et des rues se font avec des économies considérables; un blanchiment nouveau, une foule de procédés et de compositions ont perfectionné l'art de peindre les toiles; la teinture, la peinture en émail, la peinture à l'huile, doivent à la chimie des couleurs nouvelles; les cuirs, les peaux de toutes les sortes se préparent en trois fois moins de temps qu'auparavant; les poteries communes sont infiniment plus durables et plus salubres; les plus pauvres demeures sont munies de verres blancs et solides; les crûs les plus médiocres peuvent améliorer leurs vins; les filtres de

charbon assurent partout la salubrité des eaux ; toutes les sortes de sels se fabriquent en France aussi bien que chez l'étranger ; il n'est pas jusqu'aux eaux minérales si nécessaires à la médecine que l'on est parvenu à imiter artificiellement ; l'art des impressions stéréotypes enfin porte jusques dans la chaumière du pauvre les conceptions du génie : et tous ces avantages, c'est aux sciences naturelles, c'est au goût général qu'elles ont inspiré, c'est aux lumières qu'elles ont répandues jusques dans les ateliers, que le public les doit.

Si nous avions eu à parler à un prince ordinaire, c'est sur ces avantages prochains que nous aurions insisté le plus ; la plupart des gouvernemens se croient le droit de ne voir et de n'encourager dans les sciences que leur emploi immédiat aux besoins de la société, et sans doute la plus grande partie du vaste tableau que nous avons esquissé pourroit ne leur sembler, comme au vulgaire, qu'une suite de spéculations plus curieuses qu'utiles.

Mais Votre Majesté, nourrie elle-même dans les sciences les plus sublimes, sait parfaitement que toutes ces opérations de pratique, sources des commodités de la vie, ne sont que des applications bien faciles des théories générales, et qu'il ne se découvre dans les sciences aucune proposition qui ne puisse être le germe de mille inventions usuelles.

On peut lui dire que nulle vérité physique n'est indifférente aux agrémens de la société, comme nulle vérité morale ne l'est à l'ordre qui doit la régir. Les premières ne sont pas même étrangères aux bases sur les-

quelles reposent l'état des peuples et les rapports politiques des nations. L'anarchie féodale subsisteroit peut-être encore si la poudre à canon n'eût changé l'art de la guerre ; les deux Mondes seroient encore séparés sans l'aiguille aimantée, et nul ne peut prévoir ce que deviendroient leurs rapports actuels, si l'on parvenoit à suppléer aux denrées coloniales par des plantes indigènes.

Il est d'ailleurs un point de vue d'une nature infiniment supérieure, sous lequel un prince comme Votre Majesté, et un corps comme celui qui est admis aujourd'hui à l'honneur de vous entretenir, peuvent et doivent peut-être considérer les sciences.

Conduire l'esprit humain à sa noble destination, la connoissance de la vérité, répandre des idées saines dans les classes les moins élevées du peuple, soustraire les hommes à l'empire des préjugés et des passions, faire de la raison l'arbitre et le guide suprême de l'opinion publique, voilà leur objet essentiel ; voilà comment elles concourent le plus à l'avancement de la civilisation, et ce qui doit leur mériter la protection des gouvernemens qui veulent rendre leur puissance inébranlable en la fondant sur le bien-être commun.

Puissions-nous donc avoir peint dignement le grand ensemble d'efforts et de succès des savans de notre âge ! Puissions-nous avoir présenté dans leur véritable jour à l'autorité suprême ces hommes respectables sans cesse occupés d'éclairer leurs semblables, et de multiplier pour eux ces vérités générales qui forment le noble apanage de notre espèce, et d'où découlent tant d'applications utiles.

Cet espoir seul nous a soutenus dans la longue et pénible carrière où nous ont engagés les ordres de Votre Majesté, et la confiance de la classe qui nous a choisis pour être ses organes.

Votre Majesté Impériale a ordonné à cette classe de lui proposer les moyens les plus sûrs d'entretenir dans ceux qui cultivent les sciences, l'émulation qui les anime, de diriger constamment leurs efforts vers le but le plus utile, et de leur assurer des successeurs dignes d'eux.

Sans vouloir prévenir les mesures que la sagesse de Votre Majesté prépare pour l'éducation publique, nous avons pris la liberté de lui soumettre quelques idées pour rendre plus régulière la première instruction dans les sciences naturelles, et pour répandre davantage dans le public les connoissances technologiques et agricoles. Nous lui avons aussi proposé d'ordonner la rédaction d'un nouveau système des êtres naturels; la science réclame ce travail; notre pays est celui où l'on peut l'exécuter le plus facilement; et il seroit beau de voir le nom de NAPOLÉON, déjà placé à la tête de tant de grands monumens, de tant de sages lois, de tant d'utiles institutions, décorer encore le frontispice d'un ouvrage fondamental. De tous les établissemens, de tous les travaux ordonnés par Alexandre, l'Histoire des animaux d'Aristote est le seul qui subsiste dans son entier, comme un témoignage éternel de l'amour de ce grand prince pour les sciences naturelles. Un mot de Votre Majesté peut créer un ouvrage qui surpassera autant celui d'Aristote en étendue,

que vos actions surpassent en éclat celles du conquérant macédonien.

Mais de tous les moyens d'émulation, le principal, Sire, sera toujours la bienveillance honorable que vous daignez accorder à nos efforts, et l'espérance que quelques-uns de nos travaux seront cités dans l'histoire de votre règne, parmi tant de merveilles dont votre génie vous a entouré. Voilà désormais le seul objet de desir qui puisse rester à ceux qui ont le bonheur d'être vos contemporains. Les établissemens que vous avez fondés ou relevés leur assurent une existence honorable; votre munificence ne leur laisse point d'inquiétude pour leur vieillesse; elle leur offre de toute part les moyens de travail et d'expériences; quel aiguillon leur manqueroit-il donc sous un prince qui daigne s'intéresser à leurs recherches, les rapprocher de lui, et récompenser leurs succès de son approbation personnelle?

Réponse de Sa Majesté.

MM. les président, secrétaires et députés de la première classe de l'Institut,

J'ai voulu vous entendre sur les progrès de l'esprit humain dans ces derniers temps, afin que ce que vous auriez à me dire fût entendu de toutes les nations et fermât la bouche aux détracteurs de notre siècle, qui, cherchant à faire rétrograder l'esprit humain, paroissent avoir pour but de l'éteindre.

J'ai voulu connoître ce qui me restoit à faire pour encourager vos travaux, pour me consoler de ne pouvoir

plus concourir autrement à leurs succès. Le bien de mes peuples et la gloire de mon trône sont également intéressés à la prospérité des sciences.

Mon ministre de l'intérieur me fera un rapport sur toutes vos demandes : vous pouvez compter constamment sur les effets de ma protection.

EXTRAIT des registres de la classe, séance du lundi 8 février 1808.

La classe entend la lecture des discours prononcés samedi 6 du courant, par son président et ses secrétaires, devant S. M. I. et R. en son Conseil d'État, lors de la présentation du rapport historique sur les progrès des sciences mathématiques et physiques depuis 1789, ainsi que de la réponse de S. M. I.

Elle arrête que la réponse de l'Empereur sera transcrite sur ses registres, comme un témoignage honorable de l'intérêt que S. M. porte aux sciences, et de la protection qu'elle accorde à ceux qui les cultivent.

Elle arrête également que les discours et la réponse seront imprimés et distribués aux membres de l'Institut.

Pour copie conforme :

DELAMBRE et CUVIER, secrétaires perpétuels.

DISTRIBUTION DE PRIX.

PRIX DE MATHÉMATIQUES.

Prix fondé par M. de Lalande.

La médaille fondée par M. Lalande pour l'observation la plus intéressante, ou le mémoire le plus utile à l'astronomie, qui aura paru dans l'année, a été décernée en 1807 à M. Jons Svanberg, de l'académie royale des sciences de Suède, et directeur de l'observatoire de Stockholm, auteur d'un ouvrage intitulé : *Exposition des opérations faites en Laponie, pour la détermination d'un arc du méridien*, en 1801, 1802 et 1803. Stockholm, 1805.

Cet ouvrage, intéressant par les détails qu'il donne sur une opération très-importante et très-difficile, ne se recommande pas moins, soit par les formules que l'auteur a imaginées pour calculer différentes parties du travail auquel il a tant contribué comme observateur, soit par les démonstrations de formules déjà connues qu'il fait découler presque toutes avec autant de simplicité que d'élégance d'un principe unique, qui est le *Théorème* de Taylor.

La même médaille a été décernée, en 1808, à M. Guillaume Olbers, docteur en médecine, membre de l'Académie impériale des naturalistes, qui, dans le cours de l'an 1807, a découvert une nouvelle planète qu'on a nommée Vesta. C'est au même savant qu'on devoit déjà la planète Pallas, ainsi que plusieurs comètes qu'il a vues le premier. M. Olbers est encore très-avantageusement connu par des formules élégantes, et surtout par sa méthode ingénieuse pour déterminer l'orbite d'une comète.

Le célèbre fondateur, en destinant sa médaille à l'auteur de l'observation la plus neuve et la plus curieuse, s'étoit bien attendu qu'on ne pourroit l'appliquer tous les ans à des découvertes aussi brillantes que celles des planètes aperçues par MM. Piazzi, Olbers et Harding; aussi a-t-il desiré qu'à défaut d'observations aussi intéressantes la médaille fût donnée à l'auteur du meilleur mémoire sur quelque matière astronomique, et à défaut de mémoire pareil, il a exprimé le vœu que cette récompense pût être accordée à un élève qui auroit montré du zèle, de la constance, et l'intention de se vouer à l'astronomie.

La classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut, qui n'avoit à couronner cette année ni planète nouvellement découverte, ni mémoire d'un grand intérêt, a cru devoir profiter de la faculté de décerner la médaille à titre d'encouragement. Dans ce genre, elle n'avoit que l'embarras du choix.

La médaille pouvoit être adjugée à M. Arago, qui, assistant et suppléant de M. Bouvard, dans le cours non interrompu d'observations qui se font journellement à l'Observatoire impérial, a été envoyé avec M. Biot en Espagne, où il a mesuré, soit seul, soit en la compagnie de M. Biot, la hauteur du pôle, les azimuts, la longueur du pendule, de grands triangles, et exécuté avec succès les opérations les plus délicates de l'astronomie.

Ce jeune savant, fait prisonnier dans le cours de ses travaux, échappé de Mayorque et réfugié à Alger, a été capturé par un vaisseau espagnol au moment où il revenoit en France sur un bâtiment algérien et conduit prisonnier à Palamos, tout auprès de Roses, d'où il s'est de nouveau réfugié à Alger où il est encore.

Son concurrent étoit M. Mathieu, qui, au commencement des opérations d'Espagne, l'a remplacé à l'Observatoire, et qui depuis envoyé à Bordeaux, à Figeac, à Clermont, a mesuré en ces trois stations, soit seul, soit avec M. Biot, la longueur du pendule, et qui maintenant est occupé à Dunkerque à des mesures pareilles, et à d'autres observations importantes.

Pour se décider, la classe a considéré que M. Arago venoit de recevoir, il y a quelques mois, une récompense plus solide et plus durable par sa nomination à la place d'adjoint du bureau des longitudes. Elle a donc, en 1809, adjugé la médaille à M. Mathieu pour récompense de ses observations et de ses calculs, et pour l'engager à réaliser les espérances qu'il a données.

Prix proposé au concours pour l'année 1810, *le 4 janvier* 1808.

Donner, de la double réfraction que subit la lumière en traversant diverses substances cristallisées, une théorie mathématique vérifiée par l'expérience.

La propriété de doubler les images, observée pour la première fois dans le cristal d'Islande et retrouvée depuis dans plusieurs autres minéraux cristallisés, a été pour les physiciens-géomètres le sujet de beaucoup de méditations et d'expériences : ils en ont donné des explications souvent plausibles par rapport à plusieurs circonstances, et toujours très-ingénieuses ; mais aucune ne réunit cette généralité et cette précision qui caractérisent toute loi mathématique susceptible, non seulement de représenter la marche des phénomènes, mais encore de donner la mesure exacte de leurs résultats. C'est la recherche d'une semblable loi que la classe propose pour sujet du prix de mathématiques qu'elle doit décerner dans sa séance publique du mois de janvier 1810.

Cette question qui paroîtra sans doute importante, et dont la solution ne sauroit manquer de répandre un très-grand jour sur plusieurs points épineux de l'optique, peut être traitée soit *à priori*, soit *à posteriori*.

Dans le premier cas on partira nécessairement de quelque hypothèse simple et vraisemblable sur la manière dont, à raison de sa structure intérieure, un

milieu réfringent peut modifier le mouvement de la lumière, et on en conclura par des considérations géométriques ou par des calculs analytiques les diverses circonstances de la route que doivent tenir les rayons à travers ce milieu.

La classe exige que les auteurs qui suivront cette voie vérifient leurs formules en les appliquant aux expériences connues, et à celles que pourroit indiquer leur théorie.

Quant à la solution *à posteriori*, il est évident que, pour y parvenir, on doit d'abord rassembler ces expériences, les discuter et en imaginer de nouvelles, s'il est nécessaire, pour en déduire des formules qui les représentent toutes, et qui soient compatibles avec la théorie maintenant bien constatée de la simple réfraction.

Le prix sera une médaille d'or de la valeur de trois mille francs.

Prix de mathématiques (1).

La classe des sciences avoit proposé pour sujet d'un prix double qu'elle devoit distribuer dans sa séance du 2 janvier 1809, la théorie des perturbations de la planète Pallas, découverte par M. Olbers, ou en général la théorie des planètes dont l'excentricité et l'inclinaison sont trop considérables pour qu'on en puisse calculer

(1) Le premier programme de ce prix a été imprimé dans le tome VI des *Mémoires de la classe.*

les perturbations assez exactement par les méthodes connues. Pour se borner, dans un sujet si difficile, à ce qui étoit indispensable on n'exigeoit que des formules analytiques, mais disposées de manière qu'un calculateur intelligent pût les appliquer sûrement et sans s'égarer, soit à la planète Pallas, soit à toute autre déjà découverte ou qu'on pourroit découvrir par la suite.

Malgré ces restrictions, la classe n'a reçu aucun mémoire; et, si l'on considère la difficulté du problème, on sentira qu'on ne doit pas s'en étonner. Mais comme la question proposée est du plus grand intérêt pour la théorie générale des perturbations planétaires, et qu'il est à présumer que le temps, plus que la volonté, aura manqué aux géomètres capables de traiter cette question, la classe croit devoir la présenter de nouveau pour le sujet du prix qu'elle doit distribuer dans sa séance publique de janvier 1811.

Le prix sera double, c'est-à-dire une médaille de la valeur de 6000 francs.

PRIX DE MATHÉMATIQUES.

LES premières recherches sur le son datent d'une haute antiquité; on attribue à Pythagore, la découverte des rapports entre les longueurs des cordes qui rendent différens tons, mais cette partie des sciences physico-mathématiques, n'a acquis des développemens et n'a fait des progrès remarquables que depuis la fin du dix-septième siècle.

C'est à *Sauveur*, élu membre de l'Académie des Sciences de Paris en 1696, qu'est due la gloire d'avoir fait de la théorie des cordes vibrantes et de son application à la musique, une des branches importantes de la physique, et de l'avoir liée à la mécanique. Ce savant a trouvé, ou du moins rendu sensible par des expériences très-ingénieuses, la division de la corde sonore en plusieurs *ondes* séparées par des *nœuds*, ou points de repos, qui a lieu dans certaines circonstances; il a ajouté à la connoissance qu'on avoit des relations entre les nombres de vibrations et les tons, la détermination des nombres absolus de vibrations qui constituent chaque ton, conclue, d'abord d'expériences fines et curieuses, et comparée ensuite avec des formules analytiques qu'il a déduites de la théorie des centres d'oscillations, (*Mém. de l'Acad.*, année 1713.)

Taylor dans son *Methodus incrementorum*, publié en 1717, a traité le problème d'une manière plus approfondie, sous le point de vue analytique, en supposant que les forces qui animent les points matériels du système, sont proportionnelles à leurs distances à la droite menée entre les points fixes, et que, par conséquent, ces points arrivent tous ensemble à cette droite. Vingt ou trente ans après, Daniel Bernouilli a ajouté beaucoup de développemens à la théorie de Taylor; mais la solution générale et rigoureuse du problème est due à d'Alembert et Euler; ces grands géomètres ont les premiers employé l'équation différentielle du mouvement de la corde sonore qui est aux différences partielles et du deuxième ordre. Cette équation a été trouvée d'abord et intégrée par d'Alembert;

mais Euler a mieux senti que lui toute la généralité de l'intégrale : un des géomètres de la classe a ensuite publié sur le même sujet, des mémoires où la matière est traitée avec la clarté et la profondeur qui caractérisent toutes ses productions.

Une équation de même nature et de même ordre que celle de la corde vibrante, s'applique aux oscillations de l'air dans les tuyaux ; l'ordre de l'équation ne change pas lorsque du cas linéaire, traité d'abord par Lagrange, et qu'Euler semble avoir ensuite épuisé, on passe au cas de deux et de trois dimensions, dont Euler et d'autres grands géomètres se sont aussi occupés, et sur lequel M. Poisson a lu récemment à la classe un très-beau mémoire qu'elle a couronné de son suffrage.

L'ordre de l'équation différentielle du mouvement tient, dans les problèmes dont nous venons de parler, à la manière dont on envisage les effets de l'élasticité dans les corps qui sont animés de ce mouvement. Ainsi, par exemple, s'il s'agit de la corde sonore à laquelle on a donné une certaine tension entre deux de ses points, rendus immobiles, l'élasticité de cette corde, qu'on suppose sans rigidité naturelle, ne peut avoir lieu que dans le sens de sa longueur, et alors l'effet de cette élasticité, lorsqu'on allonge un peu la corde en l'infléchissant, consiste à lui donner une tendance continuelle à se remettre dans la situation rectiligne entre les deux points fixes. Si on suppose qu'un de ces points d'immobile est rendu libre, la corde parfaitement flexible n'est plus capable de produire aucun phénomène acoustique.

Les choses se passent tout autrement, si la corde devient un *ressort* proprement dit, tel qu'affectant naturellement une certaine forme, lorsque tous ces points sont libres, ils reviennent toujours à cette même forme, et lorsqu'elle aura été changée par des forces extérieures et que le ressort n'aura pas plus d'un point fixe.

Dans ce dernier cas, et en se bornant, si on veut, à un seul point fixe, la verge ou lame à ressort mise en vibration, rendra un son perceptible, si le nombre des oscillations est au moins de vingt-cinq par seconde; mais l'équation différentielle du mouvement, qui étoit du deuxième ordre dans le cas de la corde flexible et tendue, se trouve être dans celui de la verge à *ressort* du quatrième ordre; le premier problème peut être regardé comme un cas particulier du deuxième, en faisant abstraction du *ressort*, mais l'inverse n'a pas lieu.

Cette différence essentielle entre les questions de mouvement, considérées sous chacun de ces points de vue, dans le simple cas linéaire, fait concevoir sur-le-champ qu'on doit trouver des différences de même espèce, et surtout une grande augmentation de difficultés, lorsqu'on veut introduire deux dimensions dans le calcul. Les phénomènes acoustiques qu'offrent les membranes ou les peaux tendues des tambours et des timbales, se rapportent à ceux de la corde tendue, et sans rigidité naturelle, les vibrations des plans ou lames métalliques sont dans la classe de celles des verges à ressort.

Euler, dans son mémoire *de Motu vibratorio tympanorum*, a cherché à ramener le mouvement vibratoire des

membranes tendues à celui de la corde non rigide, en considérant ces membranes comme des tissus composés de fils qui se croisent à angle droit. Un des géomètres de la classe, a publié dans un de nos volumes, des recherches sur cette matière, où il envisage la question sous le même point de vue ; l'équation différentielle du mouvement, partielle du deuxième ordre, ne peut pas s'intégrer du moins en termes finis.

Le même Euler, dans son mémoire *de Sono campanarum*, a aussi tenté de ramener les vibrations des surfaces rigides de révolution à celles des anneaux ou lignes circulaires à ressort, en considérant ces surfaces comme des assemblages de pareils anneaux situés dans des plans perpendiculaires à l'axe de révolution, et en supposant que l'effet des vibrations consiste dans la variation des longueurs de leurs diamètres. Il arrive à une équation aux différences partielles du quatrième ordre, ainsi que le comporte la nature de la question, qui ne peut pas s'intégrer en termes finis.

Voilà tout ce que les géomètres ont pu faire sur les problèmes des corps sonores, considérés dans le cas de deux dimensions, et en y introduisant même des simplifications qui, on ne peut se le dissimuler, changent l'état naturel des choses, de manière que les résultats de l'analyse n'y peuvent point être applicables.

Ces simplifications hypothétiques sont surtout inadmissibles, lorsqu'il s'agit des surfaces vibrantes métalliques, ou jouissant d'une élasticité naturelle ; prenant le cas le plus simple qui est celui du plan, il est mani-

feste qu'on ne peut pas lui appliquer la supposition d'Euler sur les surfaces de révolution, qui réduiroit les vibrations à de simples changemens de formes des courbes qu'on peut tracer sur ce plan.

On n'a donc pas même les équations différentielles du mouvement pour cette espèce de vibrations, en envisageant leurs phénomènes tels que la nature les donne, et la seule recherche de ces équations offriroit aux géomètres un sujet de méditation très-intéressant, qui pourroit également contribuer aux progrès de la physique et à ceux de l'analyse.

On se trouve heureusement, relativement aux vibrations des surfaces élastiques, dans une position pareille à celle où Sauveur a mis les physiciens et les géomètres, au commencement du 18e siècle, relativement aux vibrations de la corde tendue. M. Chladni s'est occupé depuis plusieurs années de l'examen des phénomènes acoustiques qu'offrent les lames élastiques ; il a découvert et rendu perceptibles, d'une manière très-ingénieuse, dans ces lames, *des nappes vibrantes* analogues aux *ondes* des cordes de Sauveur, et des courbes *d'équilibre* ou *de repos* auxquels correspondent les *nœuds* ou *points de repos* des mêmes cordes.

Sa Majesté l'Empereur et Roi qui a daigné appeler M. Chladni auprès d'elle et voir ses expériences, frappée de l'influence qu'auroit sur les progrès de la physique et de l'analyse, la découverte d'une théorie rigoureuse qui expliqueroit tous les phénomènes rendus sensibles par ces expériences, a desiré que la classe en fît le sujet d'un

prix qui seroit proposé à tous les savans de l'Europe. Cette nouvelle conception du génie bienfaisant qui anime et dirige les vues grandes et profondes de Sa Majesté pour le progrès et la propagation des lumières, sera reçue avec reconnoissance par tous les peuples qui honorent et cultivent les sciences.

La classe propose donc pour sujet de prix *de donner la théorie mathématique des vibrations des surfaces élastiques, et de la comparer à l'expérience.*

Le prix sera une médaille d'or de la valeur de 3000 fr. Il sera décerné dans la séance publique du premier lundi de janvier 1812.

Les ouvrages ne seront reçus que jusqu'au premier octobre 1811; ce terme est de rigueur.

DISTRIBUTION DE PRIX.

PRIX DE PHYSIQUE.

La classe avoit proposé en l'an 13, pour sujet du prix de physique qu'elle devoit décerner dans sa séance publique du mois de janvier 1808, la question suivante restant du prix double proposé en l'an 11.

Déterminer, par des observations et des expériences anatomiques et chimiques, quels sont les phénomènes de l'engourdissement que certains animaux, tels que les marmottes, les loirs, etc., éprouvent pendant l'hiver sous le rapport de la circulation du sang, de la respiration et de l'irritabilité ; rechercher quelles sont les causes de ce sommeil, et pourquoi il est propre à ces animaux.

La classe a décerné le prix, valeur d'un kilogramme d'or, au mémoire enregistré sous le n° 1, portant cette épigraphe : *Il faut des faits, et non des hypothèses.* (*Journal de physique*, tom. I, année 1771.)

L'auteur de ce mémoire est M. Jean-Antoine Saissy, docteur en médecine, ancien médecin et chirurgien des hôpitaux de la ci-devant compagnie royale d'Afrique, à la Calle, membre du ci-devant collège royal de chirurgie

de Lyon, et membre de la société de médecine de la même ville.

Le sujet d'un second prix de physique, proposé dans la séance publique du mois de janvier 1807, et que la classe devoit décerner dans sa séance publique du mois de janvier 1809, mais qui ne l'a été que dans la séance du 5 avril suivant, étoit d'*établir par l'expérience quels sont les rapports qui existent entre les différens modes de phosphorescence, et à quelle cause est due chaque espèce, en excluant l'examen des phénomènes de ce genre que l'on observe dans les animaux vivans.*

La classe a reçu, au terme fixé par le programme, trois mémoires. Les commissaires nommés pour les examiner ont demandé un délai de trois mois pour avoir le temps de répéter une partie des expériences sur lesquelles ils devoient fonder leur jugement, en sorte que la proclamation du prix a été remise à la séance destinée à la classe de la langue et de la littérature française qui a bien voulu qu'elle se fît dans son sein.

Le mémoire qui a principalement fixé l'attention des commissaires, et auquel le prix a été décerné, avoit, sous l'indication n° 2, les deux vers suivans pour épigraphe :

Fulmen detulit in terras mortalibus ignem
Primitùs; indè omnis flammarum diditur ardor.

LUCRET. lib. V.

L'auteur de ce mémoire considère la phosphorescence ou cette propriété que possèdent plusieurs corps de donner une lumière passagère ou permanente sans aucun

dégagement sensible de chaleur, et sans aucune altération subséquente, il la considère, disons-nous, relativement aux moyens qui la produisent, et relativement à sa nature.

Il en distingue sous le premier rapport quatre espèces :

Phosphorescence par élévation de température ;

Phosphorescence par insolation ;

Phosphorescence par collision,

Et phosphorescence spontanée.

Il détermine l'élévation de température que la première espèce de phosphorescence exige, et toutes les circonstances qui peuvent contribuer à la produire, à priver les corps de cette propriété, et à la rétablir.

La phosphorescence par insolation est produite par une lumière d'une intensité variable, et que l'auteur détermine pour les différens corps. Il fait voir que la lumière ne doit être considérée que comme une cause excitatrice qui ne peut reproduire cette phosphorescence, lorsqu'on a privé un corps des dispositions qu'il doit avoir, et qu'on peut lui rendre par les moyens qu'il indique lorsqu'il les a perdues.

Pour que les corps soient doués de phosphorescence par collision, il faut que leurs parties aient une grande dureté, et qu'après avoir été rapprochées entr'elles, elles puissent se rétablir dans leur première situation. Avec ces deux conditions, un corps continue à devenir lumineux par collision jusqu'à ce qu'il soit réduit en poudre ; mais il perd peu à peu sa propriété phosphorescente, si on le broie dans un mortier conducteur.

Il y a deux espèces de phosphorescences spontanées, l'une passagère et fugitive qui paroît exclusivement réservée aux substances minérales. Telle est celle de la chaux que l'on éteint avec une très-petite quantité d'eau. L'autre que l'on observe dans un certain nombre de substances végétales et animales, est durable, et elle est l'effet d'une combinaison qui se forme avec l'oxigène, de sorte qu'elle cesse d'avoir lieu, lorsqu'on place dans le vide les corps qui la possèdent, ou lorsqu'on les plonge dans une atmosphère privée d'oxigène, pendant que les autres phosphorescences sont indépendantes de la présence de l'oxigène.

L'auteur détermine les conditions qui concourent à produire, à modifier ou à détruire chaque espèce de phosphorescence par un très-grand nombre d'expériences faites avec beaucoup de sagacité et de connoissances accessoires. Il tâche toujours de lier les phénomènes particuliers à la propriété générale que, selon lui, toutes les molécules élémentaires des corps possèdent, d'être combinées avec une certaine proportion de fluide électrique dont une partie peu adhérente est mise en vibration par les moyens qui excitent la phosphorescence.

Il a effectivement trouvé des rapports très-intéressans pour la physique, entre la phosphorescence et les effets de l'électricité; cependant nous ne déguiserons pas qu'il n'a point encore donné le caractère des vérités physiques à cette première cause qu'il assigne peut-être avec trop de confiance aux phénomènes de la phosphorescence; mais les faits nombreux qu'il fait connoître, la con-

nexion qu'il établit entr'eux, les rapports même qu'il établit avec les effets de l'électricité, jettent un si grand jour sur une propriété dont peu d'observateurs se sont occupés jusqu'à présent, que la classe des sciences mathématiques et physiques a regardé son mémoire comme digne du prix qu'elle avoit proposé.

Le mémoire en langue allemande qui, sous le n° 3, avoit pour épigraphe :

Ce n'est que depuis que l'on a reconnu l'affinité comme la cause de la combinaison, etc.,

Contient un grand nombre d'observations et de discussions qui annoncent un savant distingué, et qui méritent un éloge particulier; mais l'auteur explique tous les effets de la phosphorescence par une désoxidation et une oxidation qui dans la plupart des cas ne sont qu'une supposition qui s'accorde mal avec les phénomènes, et qui n'est pas propre à les expliquer.

Cependant la classe a cru pouvoir lui accorder une mention honorable.

L'auteur du mémoire n° 2, auquel la classe a décerné le prix, est M. Jean-Philibert Dessaignes, ci-devant oratorien, directeur de l'école de Vendôme.

Prix proposé au concours pour l'année 1811.

L'HISTOIRE naturelle des animaux a reçu dans ces derniers temps, de l'anatomie comparée, des lumières précieuses qui ont singulièrement perfectionné les méthodes zoologiques, surtout depuis que l'on est parvenu

à reconnoître et à décrire les principaux organes dans plusieurs familles dont l'économie étoit presque entièrement ignorée au milieu du dernier siècle. La classe croit donc rendre service à la science, en indiquant aux anatomistes les ordres ou les genres sur lesquels il importeroit d'avoir des renseignemens ultérieurs, et elle choisit pour le sujet du prix de physique qu'elle doit proposer dans sa séance publique du 2 janvier 1811, la question suivante :

*Rechercher s'il existe une circulation dans les animaux connus sous les noms d'*ASTERIES *ou étoiles de mer*, *d'*ECHINUS, *oursins ou hérissons de mer*, *et d'*HOLOTURIES *ou priapes de mer*, *et*, *dans le cas où elle existeroit*, *en décrire la marche et les organes.*

Cette description devra être accompagnée d'observations faites sur des animaux vivans, et embrasser les vaisseaux des organes respiratoires, s'il y en a de particuliers, aussi bien que ceux de la grande circulation.

Il sera bon aussi d'examiner l'effet chimique de la respiration sur l'eau et sur l'air; mais cette dernière condition n'est pas de rigueur.

On ne demande que l'examen d'une espèce dans chacune des trois familles; mais on exige qu'il soit approfondi et accompagné de dessins tels que la classe puisse en faire vérifier facilement les principaux détails.

Le prix sera de la valeur de 3000 francs.

Prix du Galvanisme.

La classe a décerné, pour la première fois dans la séance publique du mois de janvier 1807, le prix annuel de 3000 francs, fondé par S. M. l'Empereur et Roi, pour la meilleure expérience qui sera faite dans le cours de chaque année sur le fluide galvanique, à M. Erman, membre de l'Académie de Berlin, pour les découvertes que ce physicien a faites sur les phénomènes galvaniques.

Dans la séance publique du mois de janvier 1808, la classe a décerné le même prix annuel à M. Davy, membre de la société royale de Londres, à cause de son *Mémoire sur l'action chimique de l'électricité*.

FIN DE L'HISTOIRE.

MÉMOIRES
DE LA CLASSE
DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

MÉMOIRE

Sur la théorie des variations des élémens des planètes, et en particulier des variations des grands axes de leurs orbites,

Par J.-L. Lagrange.

Lu le 22 août 1808.

On entend, en astronomie, par élémens d'une planète, les quantités qui déterminent son orbite autour du soleil, supposée elliptique, ainsi que le lieu de la planète dans un instant marqué, qu'on appelle l'époque. Ces quantités sont au nombre de cinq, dont deux, le grand axe ou la distance moyenne qui en est la moitié, et l'excentricité, déterminent la grandeur de l'ellipse dont le soleil occupe l'un des foyers; les trois autres, la longitude de l'aphélie, celle des nœuds, et l'inclinaison, déterminent la position du grand axe sur le plan de l'ellipse

et la position de ce plan sur un plan qu'on regarde comme fixe par rapport aux étoiles. Ces cinq quantités jointes à l'époque, étant connues pour une planète, on peut trouver en tout temps son lieu dans le ciel par le moyen de ces deux lois découvertes par Képler, que les aires décrites dans l'ellipse par le rayon vecteur croissent proportionnellement au temps, et que la durée de la révolution est proportionnelle à la racine carrée du cube du grand axe. Les tables d'une planète, abstraction faite de ses perturbations, ne sont autre chose que des suites de valeurs particulières répondantes à des intervalles de temps égaux, des fonctions du temps et des six élémens, par lesquelles la position de la planète est déterminée dans l'espace par rapport au soleil. Ce n'est que par l'observation qu'on peut trouver les valeurs des élémens d'une planète; mais il faut beaucoup d'art pour les déduire des lieux observés; ce travail occupe les astronomes depuis Képler; car comme la précision des élémens dépend de celle des observations, de nouvelles observations plus exactes amènent toujours des corrections aux élémens qu'on avoit déterminés.

Lorsque, dans le siècle dernier, on entreprit d'appliquer le calcul différentiel à la solution des problèmes que Newton avoit résolus par des constructions linéaires, on reconnut que le mouvement d'une planète attirée par le soleil en raison inverse du carré de la distance, dépend de trois équations différentielles du second ordre, qui demandent par conséquent six intégrations; ces intégrations introduisent chacune dans le calcul une

constante arbitraire ; de sorte que la solution du problême renferme en dernière analyse six constantes arbitraires ; ce sont les élémens mêmes de la planète, ou des fonctions de ces élémens.

Mais les planètes ne sont pas seulement attirées par le soleil, elles s'attirent encore mutuellement ; et l'effet de cette action mutuelle est de déranger leur mouvement elliptique et d'y produire des inégalités qu'on nomme perturbations, dont le calcul est long et délicat, et fait depuis Newton l'objet des travaux des géomètres qui s'occupent de la théorie du système du monde. En effet, les forces qui résultent de cette dernière attraction ajoutent aux équations différentielles de leurs mouvemens, des termes qui en rendent l'intégration impossible dans l'état actuel de l'analyse, et qui forcent de recourir aux approximations. Heureusement ces termes sont très-petits vis-à-vis de ceux qui viennent de l'action directe du soleil, parce qu'ils sont multipliés par les masses mêmes des planètes, ou plutôt par leur rapport à celle du soleil ; et si on intègre les équations différentielles comme s'ils n'existoient pas, il arrive que les constantes arbitraires que l'intégration ajoute à chaque intégrale, se trouvent augmentées d'une petite partie variable due à ces mêmes termes, dont on ne peut à la vérité trouver la valeur finie et rigoureuse, parce qu'elle dépend d'une intégration qui est impossible en général, mais dont on peut avoir par des approximations successives la valeur aussi approchée qu'on voudra. Ainsi les élémens du mouvement elliptique qui par

l'action seule du soleil sont constans, deviennent sujets à de petites variations ; et quoiqu'à la rigueur le mouvement ne soit plus elliptique, on peut néanmoins le regarder comme tel à chaque instant ; l'ellipse variable devient alors osculatrice de la véritable orbite de la planète, comme on peut le conclure de la théorie générale de l'osculation que j'ai exposée ailleurs (1), et qui est fondée sur la variation des constantes. C'est de cette manière que j'ai considéré et calculé les variations des élémens des planètes dans la théorie de ces variations, que j'ai donnée dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin*, des années 1781, 1782, et suiv.

Mais les variations dont il s'agit sont de deux sortes ; les unes ne sont composées que de termes périodiques dont la valeur dépend de la configuration des planètes, soit entre elles, soit à l'égard de leurs nœuds et de leurs aphélies, et redevient la même lorsque ces configurations reprennent la même forme ; les autres sont indépendantes des configurations des planètes, et peuvent croître avec le temps, ou avoir aussi des périodes mais extrêmement longues.

On nomme les premières *inégalités périodiques* ; et leur calcul n'a guères d'autre difficulté que la longueur jointe à l'attention qu'il faut avoir aux termes qui quoique très-petits dans l'équation différentielle, peuvent augmenter beaucoup par l'intégration. On peut

---

(1) Voyez les *Mémoires de Berlin* de 1779, p. 138, et la *Théorie des fonctions*, art. 113 et suiv.

détacher ces inégalités des élémens, alors elles se simplifient en se fondant ensemble, et il en résulte des inégalités qui affectent immédiatement les lieux de la planète calculés dans l'ellipse; c'est pourquoi il est presque plus simple de déduire directement ces inégalités des équations différentielles par les méthodes ordinaires d'approximation.

Les inégalités de la seconde espèce sont nommées *séculaires*, et demeurent attachées aux élémens qu'elles font varier à la longue et d'une manière insensible; on les appelle *séculaires* parce que ce n'est qu'au bout de quelques siècles que leur effet peut se manifester.

L'observation a encore devancé sur ce point le calcul; car les astronomes avoient reconnu l'existence de ces variations relativement aux excentricités, aux aphélies et aux nœuds, long-temps avant qu'on connût la théorie de l'attraction universelle.

Parmi les différentes inégalités séculaires, la plus importante est celle des grands axes des orbites, parce qu'elle affecte aussi la durée des révolutions, ou le moyen mouvement; car il arrive par l'effet de l'intégration que si le grand axe est sujet à une inégalité croissante comme le temps, le moyen mouvement en a une qui croît comme le carré du temps.

Or, la première approximation donne dans les autres élémens des termes proportionnels au temps; le grand axe seul en est exempt; c'est ce que M. Laplace a reconnu le premier par une analyse très-délicate, dans un mémoire lu à l'Académie des Sciences en 1773;

mais comme, dans ce résultat, l'on n'avoit tenu compte que des premières et des secondes dimensions des excentricités et des inclinaisons supposées très-petites, il étoit important de voir ce que pourroient donner les termes qui contiendroient les autres dimensions de ces quantités.

Dans un mémoire lu à l'Académie de Berlin en 1776, je considérai d'une manière directe les variations auxquelles peut être sujet le grand axe d'une planète par les forces perturbatrices provenantes de l'action des autres planètes, et je réduisis ces variations à une formule générale et très-simple qui ne dépendant que de la différentielle partielle d'une fonction finie relativement au mouvement moyen de la planète, fait voir tout de suite que le grand axe ne peut jamais contenir aucun terme proportionnel au temps, quelque loin qu'on continue l'approximation par rapport aux excentricités et aux inclinaisons des orbites, mais en s'arrêtant à la première approximation par rapport aux termes proportionnels aux masses des planètes.

On n'avoit pas été plus loin sur ce point; mais M. Poisson y a fait un pas de plus dans le mémoire qu'il a lu il y a deux mois (1) à la classe, sur les inégalités séculaires des moyens mouvemens des planètes, et dont nous (2) avons fait le rapport dans la dernière séance. Il a poussé l'approximation de la même formule

(1) Le 20 juin 1808.

(2) MM. Laplace, Biot et moi.

jusqu'aux termes affectés des carrés et des produits des masses, en ayant égard dans cette formule à la variation des élémens que j'avois regardés comme constans dans la première approximation. En employant les méthodes et les formules connues pour la variation des élémens elliptiques, il a su donner aux termes qui forment la seconde approximation et qui ne proviennent que des variations des élémens de la planète troublée, une disposition et une forme telles qu'il est facile de prouver qu'aucun de ces termes, qui peuvent d'ailleurs être en nombre infini, ne peut jamais donner dans le grand axe des termes croissans comme le temps. A l'égard de ceux qui doivent provenir des variations des élémens des planètes perturbatrices, ils échappent à son analyse : pour suppléer à ce défaut, il a recours à l'équation générale des forces vives sous la forme donnée par M. Laplace dans le premier volume de sa mécanique céleste, et il parvient d'une manière ingénieuse à faire voir que ces sortes de termes ne peuvent non plus produire dans le grand axe des variations proportionnelles au temps.

Cette découverte de M. Poisson a réveillé mon attention sur un objet qui m'avoit autrefois beaucoup occupé, et que j'avois ensuite totalement perdu de vue. Il me parut que le résultat qu'il venoit de trouver par le moyen des formules qui représentent le mouvement elliptique, étoit un résultat analitique dépendant de la forme des équations différentielles et des conditions de la variabilité des constantes; et qu'on devoit y arriver par la

seule force de l'analyse, sans connoître les expressions particulières des quantités relatives à l'orbite elliptique.

En effet, en considérant sous un nouveau point de vue la variation des constantes arbitraires qui naîtroient de l'intégration des équations différentielles lorsqu'on n'y tient compte que de l'action du soleil, et qu'on néglige celle des planètes perturbatrices, j'ai obtenu des formules qui donnent les différentielles de ces variations sous une forme plus simple que celle des formules connues jusqu'à présent, parce qu'elles ont l'avantage de ne contenir que les différences partielles d'une même fonction du temps et des constantes arbitraires, prises par rapport à chacune de ces constantes, et multipliées par de simples fonctions de ces constantes; de sorte que la fonction dont il s'agit étant développée, comme elle peut toujours l'être, tant que l'orbite est elliptique, en une série de sinus et cosinus d'angles proportionnels au temps, le terme indépendant du temps donnera sur le champ les équations des variations séculaires aussi exactes qu'on voudra par rapport aux puissances et aux produits des excentricités et des inclinaisons, au lieu que jusqu'ici elles étoient bornées aux premières dimensions de ces élémens. Ces formules ont de plus l'avantage, qu'étant appliquées aux variations du grand axe, on en voit naître tout de suite des expressions analogues à celles auxquelles M. Poisson n'est parvenu que par des réductions heureuses des formules déduites de la considération du mouvement elliptique.

De cette manière on démontre dans toute la généralité

possible, et quelle que soit l'inclinaison de l'orbite primitive sur le plan fixe, que la variation du grand axe ne peut contenir aucun terme non périodique ni dans la première ni dans la seconde approximation, du moins en tant qu'on n'a égard dans celle-ci qu'aux variations des élémens de l'orbite troublée. Ce qui empêche que la même analyse ne s'étende également aux termes provenant des variations des élémens des planètes perturbatrices, c'est que la fonction dont la différence partielle relative aux coordonnées de l'orbite troublée, donne la variation du grand axe, n'est pas la même pour les planètes perturbatrices, parce qu'elle n'est pas symétrique par rapport aux coordonnées de toutes les planètes; c'est aussi ce qui a lieu dans l'analyse de M. Poisson qui dépend de la même fonction.

Mais en rapportant les planètes non au centre du soleil, mais au centre commun de gravité du soleil et des planètes, autour duquel leur mouvement est presque plus régulier, qu'autour du soleil, j'obtiens des équations différentielles semblables dans lesquelles la fonction dont il s'agit est symétrique, et demeure par conséquent la même pour toutes les planètes; alors le calcul devient uniforme et général et n'est plus sujet à aucune exception. On a de cette manière les variations des élémens de chacune des orbites rapportées au centre commun de gravité; et on démontre par une même analyse que le grand axe de chacune de ces orbites ne peut avoir dans les deux premières approximations, aucune inégalité croissante comme le temps. Or, il est facile de

passer du mouvement autour du centre de gravité au mouvement autour du soleil; et en regardant celui-ci comme elliptique, on trouve facilement par la théorie des osculations les expressions variables des élémens. Par ce moyen je démontre la proposition générale de la non existence des inégalités proportionnelles au temps dans les grands axes des planètes rapportées au soleil.

L'objet de ce mémoire est d'exposer les nouvelles formules que j'ai trouvées pour les variations des élémens des planètes, ainsi que leur application aux variations des grands axes; et de développer surtout l'analyse qui m'y a conduit, et qui me paroît mériter l'attention des géomètres par son uniformité et par sa généralité, puisqu'elle est indépendante de la considération des orbites elliptiques, et qu'elle peut s'appliquer avec le même succès à toute autre hypothèse de gravitation dans laquelle les orbites ne seroient plus des sections coniques.

Ayant montré à M. Laplace mes formules et mon analyse, il me montra de son côté en même temps des formules analogues qui donnent les variations des élémens elliptiques par les différences partielles d'une même fonction, relatives à ces élémens. J'ignore comment il y est parvenu; mais je présume qu'il les a trouvées par une combinaison adroite des formules qu'il avoit données dans la mécanique céleste (1). Ainsi son travail

(1) Depuis la lecture de ce mémoire, M. Laplace a publié ses formules dans un *Supplément à la Mécanique céleste.*

et le mien conduisant au même but par des chemins différens, peuvent servir également à l'avancement de l'analyse, et de l'astronomie physique.

Formules générales pour la variation des élémens des planètes.

1. Je prends la masse du soleil pour l'unité, et je désigne par m, m', m'', etc., les masses des différentes planètes. Ces quantités seront des fractions très-petites, et on pourra distinguer en différens ordres de petitesses les termes qui contiendront ces quantités à la première, ou à la seconde, ou à la troisième, etc., dimension.

Je rapporte d'abord le mouvement des planètes au centre du soleil par les coordonnées rectangles x, y, z pour la planète m; x', y', z', pour la planète m'; x'', y'', z'', pour la planète m'', etc., et je fais, pour abréger,

$$r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$$
$$r' = \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}$$
$$r'' = \sqrt{(x''^2 + y''^2 + z''^2)}$$
$$+ \text{ etc.}$$

$$\Omega = m' . \left[\frac{1}{\sqrt{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]}} - \frac{xx' + yy' + zz'}{r'^3} \right]$$
$$+ m'' . \left[\frac{1}{\sqrt{[(x-x'')^2 + (y-y'')^2 + (z-z'')^2]}} - \frac{xx'' + yy'' + zz''}{r''^3} \right]$$
$$+ \text{ etc.}$$

J'ai pour la planète m les équations suivantes, dans lesquelles t est le temps, et où dt est constant,

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1 + m}{r^3} x = \frac{d\Omega}{dx}$$
$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{1 + m}{r^3} y = \frac{d\Omega}{dy}$$
$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{1 + m}{r^3} z = \frac{d\Omega}{dz}$$

Car si on forme les différences partielles de la fonction Ω suivant les variables x, y, z, on a les expressions des forces dues à l'attraction des planètes m', m'' etc. décomposées suivant les coordonnées x, y, z.

On aura de pareilles équations pour la planète m', en changeant m en m', et x, y, z en x', y', z', et réciproquement, mais alors la fonction Ω changera, et pourra être désignée par Ω'; et ainsi pour les autres planètes. Je crois avoir employé le premier les équations des planètes sous cette forme très-simple, qui est maintenant généralement adoptée.

2. Comme l'effet de l'action des planètes perturbatrices, est contenu dans la fonction Ω, en rejetant les termes qui en dépendent, on a pour le mouvement de la planète m, en tant qu'elle n'est attirée que par le soleil, les trois équations,

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1 + m}{r^3} x = 0$$
$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{1 + m}{r^3} y = 0$$
$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{1 + m}{r^3} z = 0$$

Les intégrales de ces équations sont assez connues,

et donnent une ellipse décrite suivant les lois de Képler; mais nous n'en avons pas besoin ici, et il suffit pour notre objet de faire les remarques suivantes.

1°. Que les valeurs des coordonnées sont des fonctions du temps et des six constantes arbitraires introduites par les six intégrations, et que nous désignerons par a, b, c, f, g, h. Elles déterminent la grandeur et la position de l'ellipse sur le plan de projection, ainsi que le lieu de la planète dans un instant donné; et on les nomme en astronomie élémens de la planète.

2°. Que si on dénote par $2a$ le grand axe de l'orbite elliptique de la planète m, ensorte que a soit la distance moyenne, son mouvement moyen qui est proportionnel au temps, sera exprimé par nt en faisant $n = \sqrt{\left(\frac{1+m}{a^3}\right)}$, et que les coordonnées x, y, z, pourront être exprimées en séries de sinus et cosinus d'angles multiples de nt, dont les coefficiens seront des fonctions données des élémens a, b, etc.

3. Considérons maintenant les perturbations dues à l'action des autres planètes, qui introduit dans les équations les termes, dépendans de la fonction Ω. Pour avoir égard à ces termes la méthode la plus simple est celle de la variation des constantes arbitraires que j'ai employée depuis long-temps; suivant les principes de cette méthode que j'ai exposée d'une manière générale dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin de* 1775, (page 190), comme les équations différentielles auxquelles il s'agit de satisfaire, sont du second ordre, on

conservera les expressions elliptiques des coordonnées x, y, z, ainsi que celles des différentielles $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$; mais en y regardant les constantes a, b, c, etc. comme variables, et on vérifiera les équations par la variation de ces constantes dans les différentielles secondes.

Désignons pour un moment par la caractéristique δ les différentielles provenantes de la variation des constantes, tandis que la caractéristique ordinaire d se rapporte à la variation de t. La différence première de x aura pour valeur complette en faisant tout varier $dx + \delta x$; donc supposant $\delta x = 0$ elle sera simplement dx; ainsi la valeur complette de la différence seconde de x sera $ddx + \delta dx$; mais la partie ddx satisfait à l'équation en x sans le terme $\frac{d\Omega}{dx}$ qui en forme le second membre, quelles que soient les valeurs des constantes, puisque l'équation se vérifie identiquement; donc l'autre partie doit vérifier le reste de l'équation. Ainsi on aura

$$\frac{\delta dx}{dt^2} = \frac{d\Omega}{dx}$$

de sorte que, relativement à l'équation en x, on aura par la variation des constantes arbitraires, les deux équations

$$\delta x = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\delta dx}{dt^2} = \frac{d\Omega}{dx}$$

On aura de même, relativement à l'équation en y, les deux équations

$$\delta y = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\delta dy}{dt^2} = \frac{d\Omega}{dy}$$

et relativement à l'équation en z, les deux équations

$$\delta z = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\delta dz}{dt^2} = \frac{d\Omega}{dz}$$

Ainsi on aura en tout six équations différentielles du premier ordre entre les six constantes arbitraires a, b, c, f, g, h devenues variables.

Maintenant comme x, y, z sont des fonctions supposées connues de t, a, b, c, etc., il est facile de voir que l'on a

$$\delta x = \frac{dx}{da}\,da + \frac{dx}{db}\,db + \frac{dx}{dc}\,dc + \frac{dx}{df}\,df + \frac{dx}{dg}\,dg + \frac{dx}{dh}\,dh$$

et comme $dx = \frac{dx}{dt}\,dt$, on aura pareillement

$$\frac{\delta dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt\,da}\,da + \frac{d^2x}{dt\,db}\,db + \frac{d^2x}{dt\,dc}\,dc + \frac{d^2x}{dt\,df}\,df + \frac{d^2x}{dt\,dg}\,dg + \frac{d^2x}{dt\,dh}\,dh$$

ainsi les deux équations $\delta x = 0$ et $\frac{\delta dx}{dt} = \frac{d\Omega}{dt}\,dt$, donneront ces deux-ci :

$$\frac{dx}{da}\,da + \frac{dx}{db}\,db + \frac{dx}{dc}\,dc + \frac{dx}{df}\,df + \frac{dx}{dg}\,dg + \frac{dx}{dh}\,dh = 0$$

$$\frac{d^2x}{dtda}\,da + \frac{d^2x}{dtdb}\,db + \frac{d^2x}{dtdc}\,dc$$
$$+ \frac{d^2x}{dtdf}\,df + \frac{d^2x}{dtdg}\,dg + \frac{d^2x}{dtdh}\,dh = \frac{d\Omega}{dx}\,dt$$

Et l'on aura de pareilles équations en y et en z, en changeant seulement x en y et en z.

Ces six équations donneront les six différentielles da, db, etc., par l'élimination ordinaire, mais on auroit de cette manière des formules très-compliquées. Heureusement j'ai trouvé une combinaison de ces équations, qui conduit à des résultats simples et très-remarquables, et que je vais exposer.

4. Je retranche la première équation multipliée par $\frac{d^2x}{dtda}$ de la seconde multipliée par $\frac{dx}{da}$; j'ai

$$\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{da}\,dt = Adb + Bdc + Cdf + Ddg + Edh$$

en faisant pour abréger

$$A = \frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdb} - \frac{dx}{db} \times \frac{d^2x}{dtda}$$
$$B = \frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdc} - \frac{dx}{dc} \times \frac{d^2x}{dtda}$$
$$C = \frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdf} - \frac{dx}{df} \times \frac{d^2x}{dtda}$$
$$D = \frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdg} - \frac{dx}{dg} \times \frac{d^2x}{dtda}$$
$$E = \frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdh} - \frac{dx}{dh} \times \frac{d^2x}{dtda}$$

Mais pour mieux conserver la signification de ces

formules nous emploirons à la place des lettres A, B, C, etc. les symboles (x, a, b), (x, a, c), (x, a, f), etc.; ainsi l'expression $\frac{dx}{db} \times \frac{d^2x}{dtda} - \frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdb}$ sera représentée par (x, b, a), parce qu'elle ne diffère de celle de A que par l'échange des lettres a, b; et comme elle est égale à $-A$, il s'ensuit que l'on aura

$$(x, b, a) = -(x, a, b)$$

Donc en général l'échange des lettres qui suivent la lettre x ne fera que rendre la quantité négative; et l'on voit aussi que $(x, a, a) = 0$.

De cette manière j'aurai

$$\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{da} dt = (x, a, b)\, db + (x, a, c)\, dc + (x, a, f)\, df + (x, a, g)\, dg + (x, a, h)\, dh$$

Les mêmes équations étant multipliées, la seconde par $\frac{dx}{db}$, et la première par $\frac{d^2x}{dtdb}$, et ensuite retranchées l'une de l'autre, donneront

$$\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{db} dt = -(x, a, b)\, da + (x, b, c)\, dc + (x, b, f)\, df + (x, b, g)\, dg + (x, b, h)\, dh$$

équation qu'on peut déduire immédiatement de la précédente par l'échange des lettres a et b entre elles, et en se souvenant que $(x, b, a) = -(x, a, b)$.

Par le même procédé, mais prenant $\frac{dx}{dc}$ et $\frac{d^2x}{dt\,dc}$ pour multiplicateurs, on aura

$$\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{dc}\,dt = -(x, a, c)\,da - (x, b, c)\,db + (x, c, f)\,df + (x, c, g)\,dg + (x, c, h)\,dh$$

ce qui se déduit aussi de la première en y changeant a en c et c en a.

Continuant ainsi on aura encore trois autres équations qu'on pourra déduire successivement de la première, en y échangeant a, en f, en g, en h, et *vice-versâ*.

$$\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{df}\,dt = -(x, a, f)\,da - (x, b, f)\,db - (x, c, f)\,dc + (x, f, g)\,dg + (x, f, h)\,dh$$

$$\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{dg}\,dt = -(x, a, g)\,da - (x, b, g)\,db - (x, c, g)\,dc - (x, f, g)\,df + (x, g, h)\,dh$$

$$\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{dh}\,dt = -(x, a, h)\,da - (x, b, h)\,db - (x, c, h)\,dc - (x, f, h)\,df - (x, g, h)\,dg$$

On aura de pareilles équations pour les valeurs de $\frac{d\Omega}{dy} \times \frac{dy}{da}$, $\frac{d\Omega}{dy} \times \frac{dy}{db}$, etc., et pour cela il ne faudra que changer dans les précédentes x en y; et l'on en

aura encore de pareilles pour les valeurs de $\frac{d\Omega}{dz} \times \frac{dz}{da}$, $\frac{d\Omega}{dz} \times \frac{dz}{db}$, etc., en changeant simplement x en z dans celles qu'on vient de trouver.

Maintenant si on ajoute ensemble les valeurs de $\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{da}$, $\frac{d\Omega}{dy} \times \frac{dy}{da}$, $\frac{d\Omega}{dz} \times \frac{dz}{da}$, et qu'on se rappelle que Ω n'est fonction que de x, y, z, x', y', z', etc., et que les constantes a, b, c, f, g, h, ne sont contenues que dans x, y, z, il est visible qu'on aura

$$\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{da} + \frac{d\Omega}{dy} \times \frac{dy}{da} + \frac{d\Omega}{dz} \times \frac{dz}{da} = \frac{d\Omega}{da}$$

et par conséquent

$$\begin{aligned}\frac{d\Omega}{da} dt = &[(x, a, b) + (y, a, b) + (z, a, b)]\, db \\ &+ [(x, a, c) + (y, a, c) + (z, a, c)]\, dc \\ &+ [(x, a, f) + (y, a, f) + (z, a, f)]\, df \\ &+ [(x, a, g) + (y, a, g) + (z, a, g)]\, dg \\ &+ [(x, a, h) + (y, a, h) + (z, a, h)]\, dh.\end{aligned}$$

5. Pour avoir les valeurs des coefficiens de db, dc, df, etc., dans cette équation, il faudroit substituer dans les expressions de (x, a, b), (y, a, b), (z, a, b), (x, a, c), etc., les valeurs elliptiques de x, y, z en t et a, b, c, f, g, h, et exécuter les différentiations partielles relatives à ces quantités; et il est facile de voir qu'on aura pour les coefficiens dont il s'agit, les mêmes fonctions des quantités t, a, b, c, f, g, h, soit que les six dernières soient supposées variables ou cons-

tantes. En les supposant constantes, les valeurs de x, y, z satisfont aux équations

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1+m}{r^3}\,x = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1+m}{r^3}\,y = 0$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1+m}{r^3}\,z = 0$$

quelles que soient ces constantes, puisqu'elles sont arbitraires. Donc les mêmes équations seront encore satisfaites, si on donne à une de ces constantes, comme a, l'accroissement infiniment petit et constant δa. Or il est clair que les accroissemens correspondans de x, y, z, seront

$$\delta x = \frac{dx}{da}\,\delta a;\quad \delta y = \frac{dy}{da}\,\delta a;\quad \delta z = \frac{dz}{da}\,\delta a$$

et ces valeurs devront par conséquent satisfaire aux équations précédentes différenciées suivant la caractéristique δ. Pour simplifier ces différentiations, je mets les équations dont il s'agit sous cette forme plus simple et équivalente,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = (1+m).\,\frac{d.\,\frac{1}{r}}{dx}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = (1+m).\,\frac{d.\,\frac{1}{r}}{dy}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = (1+m).\,\frac{d.\,\frac{1}{r}}{dz}$$

et différenciant suivant δ, j'ai, à cause que les caractéristiques d et δ sont censées indépendantes entre elles, et par conséquent δd^2 est la même chose que $d^2 \delta$:

$$\frac{d^2 \delta x}{dt^2} = (1 + m). \left\{ \frac{d^2 . \frac{1}{r}}{dx^2} \delta x + \frac{d^2 . \frac{1}{r}}{dx dy} \delta y + \frac{d^2 . \frac{1}{r}}{dx dz} \delta z \right\}$$

$$\frac{d^2 \delta y}{dt^2} = (1 + m). \left\{ \frac{d^2 . \frac{1}{r}}{dx dy} \delta x + \frac{d^2 . \frac{1}{r}}{dy^2} \delta y + \frac{d^2 . \frac{1}{r}}{dy dz} \delta z \right\}$$

$$\frac{d^2 \delta z}{dt^2} = (1 + m). \left\{ \frac{d^2 . \frac{1}{r}}{dx dz} \delta x + \frac{d^2 . \frac{1}{r}}{dy dz} \delta y + \frac{d^2 . \frac{1}{r}}{dz^2} \delta z \right\}$$

et ces équations seront satisfaites également par les valeurs

$$\delta x = \frac{dx}{da} \delta a; \quad \delta y = \frac{dy}{da} \delta a; \quad \delta z = \frac{dz}{da} \delta a$$

et par celles-ci,

$$\delta x = \frac{dx}{db} \delta b; \quad \delta y = \frac{dy}{db} \delta b; \quad \delta z = \frac{dz}{db} \delta b$$

ou par

$$\delta x = \frac{dx}{dc} \delta c; \quad \delta y = \frac{dy}{dc} \delta c; \quad \delta z = \frac{dz}{dc} \delta c$$

et ainsi de suite, en prenant pour δa, δb, δc, etc., des constantes infiniment petites.

Substituons les deux premiers systèmes de valeurs de δx, δy, δz dans la première équation; elle donnera, en divisant par δa et δb,

$$\frac{d^3x}{dt^2da} = (1+m).\left\{\begin{array}{l} \dfrac{d^2.\frac{1}{r}}{dx^2} \times \dfrac{dx}{da} + \dfrac{d^2.\frac{1}{r}}{dxdy} \times \dfrac{dy}{da} \\ \qquad\qquad\qquad + \dfrac{d^2.\frac{1}{r}}{dxdz} \times \dfrac{dz}{da} \end{array}\right\}$$

$$\frac{d^3x}{dt^2db} = (1+m).\left\{\begin{array}{l} \dfrac{d^2.\frac{1}{r}}{dx^2} \times \dfrac{dx}{db} + \dfrac{d^2.\frac{1}{r}}{dxdy} \times \dfrac{dy}{db} \\ \qquad\qquad\qquad + \dfrac{d^2.\frac{1}{r}}{dxdz} \times \dfrac{dz}{db} \end{array}\right\}$$

Soustrayons la première, multipliée par $\frac{dx}{db}$ de la seconde multipliée par $\frac{dx}{da}$, on aura

$$\frac{dx}{da} \times \frac{d^3x}{dt^2db} - \frac{dx}{db} \times \frac{d^3x}{dt^2da}$$
$$= (1+m).\left\{\begin{array}{l} \dfrac{d^2.\frac{1}{r}}{dxdy}.\left(\dfrac{dx}{da} \times \dfrac{dy}{db} - \dfrac{dx}{db} \times \dfrac{dy}{da}\right) \\ + \dfrac{d^2.\frac{1}{r}}{dxdz}.\left(\dfrac{dx}{da} \times \dfrac{dz}{db} - \dfrac{dx}{db} \times \dfrac{dz}{da}\right) \end{array}\right\}$$

Les mêmes systèmes de valeurs de δx, δy, δz étant substitués dans la seconde équation, il en résul-

tera deux autres dont la première multipliée par $\frac{dy}{db}$, et retranchée de la seconde multipliée par $\frac{dy}{da}$, donnera

$$\frac{dy}{da} \times \frac{d^3y}{dt^2db} - \frac{dy}{db} \times \frac{d^3y}{dt^2da}$$

$$= (1+m). \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2.\frac{1}{r}}{dxdy}.\left(\frac{dx}{db} \times \frac{dy}{da} - \frac{dx}{da} \times \frac{dy}{db}\right) \\ + \frac{d^2.\frac{1}{r}}{dydz}.\left(\frac{dy}{da} \times \frac{dz}{db} - \frac{dy}{db} \times \frac{dz}{da}\right) \end{array} \right\}$$

Enfin la troisième équation traitée de la même manière, donnera celle-ci,

$$\frac{dz}{da} \times \frac{d^3z}{dt^2db} - \frac{dz}{db} \times \frac{d^3z}{dt^2da}$$

$$= (1+m). \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2.\frac{1}{r}}{dxdz} \left(\frac{dx}{db} \times \frac{dz}{da} - \frac{dx}{da} \times \frac{dz}{db}\right) \\ + \frac{d^2.\frac{1}{r}}{dydz}.\left(\frac{dy}{db} \times \frac{dz}{da} - \frac{dy}{da} \times \frac{dz}{db}\right) \end{array} \right\}$$

Qu'on ajoute maintenant ces trois équations ensemble, le second membre s'évanouit, et l'on a simplement

$$\begin{array}{l} \frac{dx}{da} \times \frac{d^3x}{dt^2db} - \frac{dx}{db} \times \frac{d^3x}{dt^2da} \\ + \frac{dy}{da} \times \frac{d^3y}{dt^2db} - \frac{dy}{db} \times \frac{d^3y}{dt^2da} \\ + \frac{dz}{da} \times \frac{d^3z}{dt^2db} - \frac{dz}{db} \times \frac{d^3z}{dt^2da} = 0 \end{array}$$

Comme il n'y a proprement que le t de variable dans

cette équation, elle est évidemment intégrable, et son intégrale est

$$\begin{aligned}&\frac{dx}{da}\times\frac{d^2x}{dtdb}-\frac{dx}{db}\times\frac{d^2x}{dtda}\\+&\frac{dy}{da}\times\frac{d^2y}{dtdb}-\frac{dy}{db}\times\frac{d^2y}{dtda}\\+&\frac{dz}{da}\times\frac{d^2z}{dtdb}-\frac{dz}{db}\times\frac{d^2z}{dtda}=K\end{aligned}$$

K étant une constante qui pourra être fonction des constantes a, b, c, f, g, h.

Or il est visible que le premier membre de cette équation n'est autre chose que ce que nous avons représenté par $(x, a, b)+(y, a, b)+(z, a, b)$; ainsi la valeur de cette expression qui forme le coefficient de db dans la valeur de $\frac{d\Omega}{da}\,dt$ donnée ci-dessus (nº 4), sera indépendante de t et ne sera que fonction des six élémens a, b, c, f, g, h; et pour avoir cette fonction, il n'y aura qu'à rejeter tous les termes dépendans de t dans l'expression dont il s'agit, après la substitution des valeurs de $\frac{dx}{da}$, $\frac{d^2x}{dtda}$, $\frac{dx}{db}$, etc., déduites des valeurs elliptiques de x, y, z.

On trouvera par une analyse semblable en faisant varier successivement les autres constantes c, f, g, h des différences infiniment petites et constantes δc, df, etc., et employant des réductions analogues, que la valeur de l'expression $(x, a, c)+(y, a, c)+(z, a, c)$ sera indépendante de t, ainsi que celle des autres expres-

sions analogues qui forment les coefficiens de dc, df, etc., dans la valeur de $\frac{d\Omega}{da}\, dt$.

6. Dénotons par les symboles (a, b), (a, c), (a, f), etc. les valeurs des expressions

$$\begin{aligned}
&\frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdb} + \frac{dy}{da} \times \frac{d^2y}{dtdb} + \frac{dz}{da} \times \frac{d^2z}{dtdb} \\
&- \frac{dx}{db} \times \frac{d^2x}{dtda} - \frac{dy}{db} \times \frac{d^2y}{dtda} - \frac{dz}{db} \times \frac{d^2z}{dtda}; \\
&\frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdc} + \frac{dy}{da} \times \frac{d^2y}{dtdc} + \frac{dz}{da} \times \frac{d^2z}{dtdc} \\
&- \frac{dx}{dc} \times \frac{d^2x}{dtda} - \frac{dy}{dc} \times \frac{d^2y}{dtda} - \frac{dz}{dc} \times \frac{d^2z}{dtda}; \\
&\frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdf} + \frac{dy}{da} \times \frac{d^2y}{dtdf} + \frac{dz}{da} \times \frac{d^2z}{dtdf} \\
&- \frac{dx}{df} \times \frac{d^2x}{dtda} - \frac{dy}{df} \times \frac{d^2y}{dtda} - \frac{dz}{df} \times \frac{d^2z}{dtda} \\
&\text{etc.}
\end{aligned}$$

lorsqu'on y fait disparoître tous les termes qui contiennent t, après les substitutions des différences partielles des valeurs de x, y, z, on aura cette formule très-remarquable

$$\begin{aligned}
\frac{d\Omega}{da}\, dt = (a,\, b)\, db + (a,\, c)\, dc + (a,\, f)\, df \\
+ (a,\, g)\, dg + (a,\, h)\, dh
\end{aligned}$$

En procédant de la même manière, après avoir ajouté ensemble les trois quantités

$$\frac{d\Omega}{dx} \times \frac{dx}{db}\, dt; \quad \frac{d\Omega}{dy} \times \frac{dy}{db}\, dt; \quad \frac{d\Omega}{dz} \times \frac{dz}{db}\, dt;$$

dont la somme est égale à $\frac{d\Omega}{db}\,dt$, et fait des opérations analogues, on aura la formule

$$\frac{d\Omega}{db}\,dt = -(a,\,b)\,db + (b,\,c)\,dc + (b,\,f)\,df + (b,\,g)\,dg + (b,\,h)\,dh$$

dans laquelle les symboles (b, c), (b, f), (b, g), etc. dénotent les valeurs des expressions

$$\frac{dx}{db} \times \frac{d^2x}{dtdc} + \frac{dy}{db} \times \frac{d^2y}{dtdc} + \frac{dz}{db} \times \frac{d^2z}{dtdc}$$
$$- \frac{dx}{dc} \times \frac{d^2x}{dtdb} - \frac{dy}{dc} \times \frac{d^2y}{dtdb} - \frac{dz}{dc} \times \frac{d^2z}{dtdb};$$
$$\frac{dx}{db} \times \frac{d^2x}{dtdf} + \frac{dy}{db} \times \frac{d^2y}{dtdf} + \frac{dz}{db} \times \frac{d^2z}{dtdf}$$
$$- \frac{dx}{df} \times \frac{d^2x}{dtdb} - \frac{dy}{df} \times \frac{d^2y}{dtdb} - \frac{dz}{df} \times \frac{d^2z}{dtdb};$$
$$\frac{dx}{db} \times \frac{d^2x}{dtdg} + \frac{dy}{db} \times \frac{d^2y}{dtdg} + \frac{dz}{db} \times \frac{d^2z}{dtdg}$$
$$- \frac{dx}{dg} \times \frac{d^2x}{dtdb} - \frac{dy}{dg} \times \frac{d^2y}{dtdb} - \frac{dz}{dg} \times \frac{d^2z}{dtdb}$$

etc.

lorsqu'on en fait disparoître le temps t après les substitutions.

Et l'on voit que cette formule peut se déduire de la précédente en y changeant entre elles les quantités a et b, et observant que $(b, a) = -(a, b)$ comme cela se voit par les valeurs des symboles (a, b) et (b, a); et cela a lieu en général pour tous ces symboles.

On aura donc ainsi les quatre formules correspondantes

$$\frac{d\Omega}{dc}\,dt = -(a,c)\,da - (b,c)\,db + (c,f)\,df + (c,g)\,dg + (c,h)\,dh$$

$$\frac{d\Omega}{df}\,dt = -(a,f)\,da - (b,f)\,db - (c,f)\,dc + (f,g)\,dg + (f,h)\,dh$$

$$\frac{d\Omega}{dg}\,dt = -(a,g)\,da - (b,g)\,db - (c,g)\,dc - (f,g)\,dg + (f,h)\,dh$$

$$\frac{d\Omega}{dh}\,dt = -(a,h)\,da - (b,h)\,db - (c,h)\,dc - (f,h)\,df - (g,h)\,dg$$

7. Il est bien remarquable que les différences partielles de la fonction Ω relatives aux constantes arbitraires, puissent s'exprimer ainsi par des fonctions différentielles de ces mêmes constantes sans que le temps t y entre. Il s'ensuit qu'on pourra également exprimer les différentielles $\frac{da}{dt}$, $\frac{db}{dt}$, $\frac{dc}{dt}$, etc., par les différences partielles de la fonction Ω relatives aux élémens a, b, c, etc., multipliées par de simples fonctions de ces quantités sans t. Car il n'y aura qu'à déduire les valeurs de ces différentielles des six équations précédentes par les méthodes ordinaires de l'élimination ; et il est visible qu'elles seront toutes de la forme

$$\left(A\frac{d\Omega}{da} + B\frac{d\Omega}{db} + C\frac{d\Omega}{dc} + F\frac{d\Omega}{df} + G\frac{d\Omega}{dg} + H\frac{d\Omega}{dh}\right)dt$$

dans laquelle les coefficiens A, B, C, F, etc., ne seront donnés que par les coefficiens (a,b), (a,c), (b,c), etc.

et ne seront par conséquent que de simples fonctions des élémens sans t; ce qui fournit un théorême très-important et très-utile dans la théorie des perturbations des planètes.

Il est bon de remarquer encore que la même analyse serviroit également si l'attraction au lieu d'agir en raison inverse du carré des distances, suivoit la loi d'une autre fonction quelconque de la distance. Car soit en général r la distance, et supposons que l'attraction au lieu d'être proportionnelle à $\frac{1}{r^2}$, soit proportionnelle à φr; il n'y aura qu'à mettre dans les équations différentielles les termes $\frac{x}{r^3}$, $\frac{y}{r^3}$, $\frac{z}{r^3}$ sous la forme $-\frac{d.\frac{1}{r}}{dx}$, $-\frac{d.\frac{1}{r}}{dy}$, $-\frac{d.\frac{1}{r}}{dz}$, et remplacer ensuite $\frac{1}{r}$ par $-\int \varphi r dr$. De même, dans la fonction Ω, il faudra mettre $\frac{d.\int \varphi r' dr'}{dx'}$, $\frac{d.\int \varphi r' dr'}{dy'}$, $\frac{d.\int \varphi r' dr'}{dz'}$ à la place de $\frac{x'}{r'^3}$, $\frac{y'}{r'^3}$, $\frac{z'}{r'^3}$, et $-\int \varphi \rho' d\rho'$ à la place de $\frac{1}{\rho'}$, en supposant pour abréger

$$\rho' = \sqrt{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]}$$

et ainsi pour les quantités affectées de deux traits, etc.

Enfin si on vouloit aussi avoir égard à la figure des planètes perturbatrices, il n'y auroit qu'à substituer pour la planète m', à la place de $m' \int \varphi r' dr'$, $m' \int \varphi \rho' d\rho'$, les quantités $\Sigma\, dm' \int \varphi r' dr'$, $\Sigma\, dm' \int \varphi \rho' d\rho'$, en supposant que les rayons r', ρ' soient dirigés à chaque élé-

ment dm' de la planète m', et que l'intégrale dénotée par la caractéristique Σ, soit prise pour toute la masse m', en ne faisant varier que les coordonnées qui déterminent la position de dm' relativement au centre de la planète, et regardant comme constantes les coordonnées x', y', z' de ce centre; et ainsi pour les autres planètes. Cela suit du théorême que j'ai donné en 1774 dans l'article 12 de de la pièce sur l'équation séculaire de la Lune. Voyez le tome VII *des Savans étrangers*.

8. Nous venons de montrer comment on peut obtenir les valeurs des différentielles de tous les élémens par les différences partielles de la fonction Ω relatives à ces élémens. Mais pour le grand axe, j'ai trouvé, il y a longtemps, que sa différentielle peut s'exprimer par la différence partielle de Ω relative au temps t, en tant qu'il entre dans les valeurs elliptiques de x, y, z. On parvient à ce résultat par la considération suivante.

Soit $\Phi = 0$ une des intégrales des trois équations en x, y, z dans les cas où les termes dépendans de Ω sont nuls; la quantité Φ sera fonction de x, y, z, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, et de a, b, c, etc., ou de quelques-unes de ces quantités seulement. En regardant a, b, c, etc., comme constantes, l'équation $d\Phi = 0$ devient identique par la substitution des valeurs de x, y, z en t et en a, b, c, etc., mais en les regardant comme variables et dénotant par la caractéristique δ les différentielles relatives à ces variables, tandis que la caractéristique ordinaire d se rapporte à la variable t, la différentiation

complette de Φ donnera l'équation $d\Phi + \delta\Phi = 0$; et comme $d\Phi$ est identiquement nul par l'hypothèse, on aura simplement $\delta\Phi = 0$. Or il est facile de voir que l'on a

$$\delta\Phi = \frac{d\Phi}{dx}\delta x + \frac{d\Phi}{dy}\delta y + \frac{d\Phi}{dz}\delta z + \frac{d\Phi}{d.\frac{dx}{dt}} \times \frac{\delta dx}{dt} + \frac{d\Phi}{d.\frac{dy}{dt}} \times \frac{\delta dy}{dt} + \frac{d\Phi}{d.\frac{dz}{dt}} \times \frac{\delta dz}{dt} + \frac{d\Phi}{da}da + \frac{d\Phi}{db}db + \frac{d\Phi}{dc}dc + \text{etc.}$$

Mais on a vu au commencement (n° 3) que les conditions de la variation des élémens sont

$$\delta x = 0; \quad \delta y = 0; \quad \delta z = 0;$$
$$\frac{\delta dx}{dt} = \frac{d\Omega}{dx}dt; \quad \frac{\delta dy}{dt} = \frac{d\Omega}{dy}dt; \quad \frac{\delta dz}{dt} = \frac{d\Omega}{dz}dt;$$

donc on aura l'équation

$$\left(\frac{d\Phi}{d.\frac{dx}{dt}} \times \frac{d\Omega}{dx} + \frac{d\Phi}{d.\frac{dy}{dt}} \times \frac{d\Omega}{dy} + \frac{d\Phi}{d.\frac{dz}{dt}} \times \frac{d\Omega}{dz}\right)dt + \frac{d\Phi}{da}da + \frac{d\Phi}{db}db + \text{etc.} = 0$$

Il s'ensuit de-là que si la fonction Φ ne contient qu'une seule des constantes arbitraires a, b, etc., on aura sur le champ par cette équation la valeur de sa différentielle dégagée de toutes les autres.

Ainsi en prenant l'intégrale connue

$$\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2\,dt^2} - (1 + m).\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a}\right) = 0$$

laquelle résulte immédiatement des trois équations fondamentales

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1+m}{r^3}\,x = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1+m}{r^3}\,y = 0$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1+m}{r^3}\,z = 0$$

multipliées respectivement par dx, dy, dz, et ensuite ajoutées ensemble, et dans laquelle on démontre facilement que la constante arbitraire $2a$ représente le grand axe de l'ellipse, la formule précédente donne tout de suite

$$\frac{d\Omega}{dx}\,dx + \frac{d\Omega}{dy}\,dy + \frac{d\Omega}{dz}\,dz + (1+m)\,d.\frac{1}{2a} = 0$$

et comme ici les différentielles dx, dy, dz se rapportent uniquement à t, il est clair que cette équation peut être représentée plus simplement par

$$\frac{d\Omega}{ndt}\,ndt + (1+m)\,d.\frac{1}{2a} = 0$$

de sorte qu'on aura

$$da = \frac{2a^2}{1+m} \times \frac{d\Omega}{ndt}\,ndt$$

J'écris ndt dans la différentiation partielle de Ω pour qu'on ne fasse varier le t qu'autant qu'il sera contenu dans x, y, z, où il est multiplié par n.

Telles sont les formules les plus simples pour la variation des élémens des planètes. Nous allons les employer d'abord pour la variation du grand axe.

VARIATION DU GRAND AXE.

Première approximation.

9. La variation du grand axe $2a$ est la plus importante, parce que celle du moyen mouvement nt en dépend, à cause de $n = \sqrt{\frac{1+m}{a^3}}$; et le point principal est de déterminer si la différentielle da peut contenir un terme constant, tel que Kdt; car ce terme donneroit Kt dans l'expression de a : d'où résulteroit un terme proportionnel à t^2 dans celle du mouvement moyen, lequel donneroit une équation séculaire croissante comme le carré du temps.

Comme les variations des élémens dépendent toutes des différences partielles de la quantité Ω qui est une fonction algébrique des coordonnées x, y, z, x', y', z', x'', y'', z'', etc., des planètes m, m', m'', etc.; il faut commencer par substituer, ou du moins supposer qu'on ait substitué dans cette fonction les valeurs elliptiques connues de ces coordonnées, lesquelles sont fonctions de *sin.* nt, *cos.* nt et des élémens a, b, c, f, g, h pour la planète m, et fonctions semblables de *sin.* $n't$, *cos.* $n't$, et des élémens a', b', c', f', g', h', pour la planète m', en faisant $n' = \sqrt{\frac{1+m'}{a'^3}}$, et ainsi pour les autres planètes.

De cette manière la quantité Ω deviendra fonction de *sin.* nt, *cos.* nt, *sin.* $n't$, *cos.* $n't$, etc., et de a, b, c,

f, g, h, a', b', c', f', g', h', etc.; et comme les valeurs des coordonnées peuvent être réduites en séries de sinus et cosinus d'angles multiples de nt, ou $n't$, ou $n''t$, etc., il est facile de voir que la fonction Ω pourra être réduite en une série de sinus ou cosinus d'angles tels que $int + i'n't + i''n''t +$ etc., en dénotant par i, i', i'' etc. des nombres entiers; ces sinus ou cosinus ayant pour coefficiens des fonctions des élémens a, b, c, f, g, h, a', b', c', etc.

La première approximation consiste à regarder dans la fonction Ω, tous ces élémens comme constans; alors un terme quelconque de cette fonction sera de la forme $I\, sin.\, cos.\, (int + i'n't + i''n''t +$ etc.$)$ le coefficient I étant une quantité constante.

Comme dans la différence partielle $\frac{d\Omega}{ndt}$, il ne faut différencier que par rapport au terme nt, où t est affecté de n, on voit que le terme dont il s'agit, donnera dans la valeur de da le terme

$$\frac{2\,a^2 I i n}{1+m} \times \begin{matrix} cos. \\ -\,sin. \end{matrix} (int + i'n't + i''n''t + \text{etc.})$$

et par conséquent dans la valeur de a le terme

$$\frac{2\,ina^2 I}{(1+m).(in+i'n't+i''n''t+\text{etc.})} \times sin.cos.(int+i'n't+i''n''t+\text{etc.})$$

d'où l'on voit qu'il ne peut jamais en résulter des termes proportionnels à t, à moins que l'on ait

$$in + i'n' + i''n'' + \text{etc.} = 0$$

ce qui est à peu près impossible, vu l'incommensura-

bilité des coefficiens n, n', n'' ect., dans notre système planétaire.

C'est ainsi que j'avois démontré dans mon Mémoire de 1776, ce théorème important que les grands axes des planètes ne peuvent être sujets qu'à des variations périodiques, et non à des variations croissantes comme le temps. Mais ce théorême ne pouvoit encore être regardé comme exact qu'en se bornant à la première approximation dans laquelle on fait abstraction des perturbations qui font varier tous les élémens a, b, c, f, g, h, a', b', c', etc.

Seconde approximation.

10. Dans cette seconde approximation nous aurons égard à la variation des élémens qui entrent dans la fonction Ω; et comme ces variations sont fort petites, parce qu'elles dépendent elles-mêmes des différences partielles des fonctions Ω, Ω' etc. dont tous les termes sont multipliés par les masses m, m', m'' qui sont des fractions très-petites, on simplifiera le calcul en décomposant chaque élément en une partie constante, et une partie variable très-petite qu'on pourra dénoter par la caractéristique Δ, et traiter comme on traite toutes les différences finies. De cette manière les élémens a, a', a'', etc., b, b', b'', etc., c, c', c'', etc., deviendront $a + \Delta a$, $a' + \Delta a'$, $a'' + \Delta a''$, etc. $b + \Delta b$, $b' + \Delta b'$, $b'' + \Delta b''$, etc., $c + \Delta c$, $c' + \Delta c'$, $c'' + \Delta c''$, etc.; où a, a', a'', etc., b, b', b'', etc., c, c', c'', etc., seront dorénavant des quantités constantes, et Δa, $\Delta a'$, $\Delta a''$, etc., Δb, $\Delta b'$,

$\Delta\, b''$, etc., seront les seules variables; par conséquent les différentielles des élémens da, da', da'', etc, db, db', db'', etc. deviendront simplement $d\Delta a$, $d\Delta a'$, $d\Delta a''$, etc. $d\Delta b$, $d\Delta b'$, $d\Delta b''$, etc., etc.

En faisant ces substitutions, et développant ensuite par la méthode connue suivant les puissances et les produits des différences Δa, $\Delta a'$, Δb, $\Delta b'$, etc., la fonction Ω deviendra $\Omega + \Delta\Omega + \frac{1}{2}\Delta^2\Omega +$ etc., et l'on aura

$$\Delta.\ \Omega = \frac{d\Omega}{da}\Delta a + \frac{d\Omega}{db}\Delta b + \frac{d\Omega}{dc}\Delta c + \frac{d\Omega}{df}\Delta f + \frac{d\Omega}{dg}\Delta g + \frac{d\Omega}{dh}\Delta h$$
$$+ \frac{d\Omega}{da'}\Delta a' + \frac{d\Omega}{db'}\Delta b' + \frac{d\Omega}{dc'}\Delta c' + \frac{d\Omega}{df'}\Delta f' + \frac{d\Omega}{dg'}\Delta g' + \frac{d\Omega}{dh'}\Delta h'$$

etc.

$$\Delta^2.\ \Omega = \frac{d^2\Omega}{da^2}\Delta a^2 + 2\frac{d^2\Omega}{da\,db}\Delta a\Delta b + 2\frac{d^2\Omega}{da\,dc}\Delta a\Delta c + \text{etc.}$$

etc.

et la formule de la variation du grand axe deviendra

$$d.\ \Delta a = \frac{2\,(a+\Delta a)^2}{1+m}.\left(\frac{d\Omega}{ndt} + \frac{d.\ \Delta\Omega}{ndt} + \frac{d.\ \Delta^2\Omega}{ndt} + \text{etc.}\right) ndt$$

Dans ces formules la fonction Ω et ses différences partielles ne contiendront plus que t de variable; et les différences partielles relatives à t ne devront être prises

qu'en faisant varier dans Ω le t qui est affecté du coefficient n.

Le premier terme $\frac{d\Omega}{ndt}$ est celui que nous avons considéré dans la première approximation. Dans celle-ci nous allons considérer le terme suivant $\frac{d\Delta\Omega}{ndt}$ dans lequel $\Delta\Omega$ ne contient que les premières dimensions des différences Δa, Δb, Δc, etc., $\Delta a'$, $\Delta b'$, etc.

11. Je vais commencer par la partie de $\Delta\Omega$ qui ne renferme que les différences Δa, Δb, etc. des élémens de la planète m. Cette partie est composée des termes suivans :

$$\frac{d\Omega}{da}\Delta a + \frac{d\Omega}{db}\Delta b + \frac{d\Omega}{dc}\Delta c + \frac{d\Omega}{df}\Delta f + \frac{d\Omega}{dg}\Delta g + \frac{d\Omega}{dh}\Delta h$$

Comme les différentielles da, db, etc. sont remplacées par celles de Δa, Δb, il résulte de ce que nous avons démontré plus haut (n° 7) que chacune de ces différentielles sera de la forme

$$\left(A\frac{d\Omega}{da} + B\frac{d\Omega}{db} + C\frac{d\Omega}{dc} + E\frac{d\Omega}{df} + G\frac{d\Omega}{dg} + H\frac{d\Omega}{dh}\right)dt$$

dans laquelle A, B, C, etc. sont de simples fonctions des élémens sans t. Il faudroit donc substituer dans ces fonctions ainsi que dans Ω, $a + \Delta a$, $b + \Delta b$, etc. $a' + \Delta a'$, $b' + \Delta b'$, ect., au lieu de a, b, etc. a', b', etc.; mais cette substitution appartiendroit à l'approximation suivante; ainsi on pourra ici regarder les quantités A, B,

C, etc. comme simplement constantes, et la fonction Ω comme simple fonction de nt, $n't$, $n''t$, etc. Par ce moyen il n'y aura de variable que la fonction Ω, et les valeurs des différences Δa, Δb, Δc, etc. seront de la forme

$$A\int\frac{d\Omega}{da}\,dt + B\int\frac{d\Omega}{db}\,dt + C\int\frac{d\Omega}{dc}\,dt + E\,\frac{d\Omega}{df}\,dt + G\int\frac{d\Omega}{dg}\,dt + H\int\frac{d\Omega}{dh}\,dt$$

qu'il faudra substituer dans la formule précédente.

Mais j'observe que si au lieu de substituer ces valeurs, on conserve au contraire les quantités Δa, Δb, Δc, etc. et qu'on y substitue les valeurs des différences partielles de Ω, que nous avons trouvées plus haut (n° 6) en y remplaçant les différentielles da, db, dc, etc., par $d\Delta a$, $d\Delta b$, $d\Delta c$, etc., la quantité

$$\left(\frac{d\Omega}{da}\Delta a + \frac{d\Omega}{db}\Delta b + \frac{d\Omega}{dc}\Delta c + \frac{d\Omega}{df}\Delta f + \frac{d\Omega}{dg}\Delta g + \frac{d\Omega}{dh}\Delta h\right)dt$$

prend immédiatement cette forme élégante et symétrique

$$\begin{aligned}
&(a, b).\ (\Delta a d\Delta b - \Delta b d\Delta a)\\
+\ &(a, c).\ (\Delta a d\Delta c - \Delta c d\Delta a)\\
+\ &(a, f).\ (\Delta a d\Delta f - \Delta f d\Delta a)\\
+\ &(a, g).\ (\Delta a d\Delta g - \Delta g d\Delta a)\\
+\ &(a, h).\ (\Delta a d\Delta h - \Delta h d\Delta a)\\
+\ &(b, c).\ (\Delta b d\Delta c - \Delta c d\Delta b)\\
+\ &(b, f).\ (\Delta b d\Delta f - \Delta f d\Delta b)\\
+\ &(b, g).\ (\Delta b d\Delta g - \Delta g d\Delta b)\\
+\ &(b, h).\ (\Delta b d\Delta h - \Delta h d\Delta b)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+ (c, f).\ (\Delta c\, d\Delta f - \Delta f\, d\Delta c)\\
&+ (c, g).\ (\Delta c\, d\Delta g - \Delta g\, d\Delta c)\\
&+ (c, h).\ (\Delta c\, d\Delta h - \Delta h\, d\Delta c)\\
&+ (f, g).\ (\Delta f\, d\Delta g - \Delta g\, d\Delta f)\\
&+ (f, h).\ (\Delta f\, d\Delta h - \Delta h\, d\Delta f)\\
&+ (g, h).\ (\Delta g\, d\Delta h - \Delta h\, d\Delta g)
\end{aligned}
$$

laquelle contient, comme l'on voit, toutes les combinaisons deux à deux des six élémens a, b, c, f, g, h.

Ici la fonction Ω est censée entrer dans les valeurs des différentielles de Δa, Δb, Δc, etc., et par conséquent ce n'est que dans ces valeurs qu'il faudra faire varier le t en tant qu'il sera affecté du coefficient n, pour avoir la différence partielle relative à t de $\Delta.\Omega$, dans l'expression de $d\Delta.a$.

12. Si maintenant dans les expressions données ci-dessus des différentielles $d\Delta a$, $d\Delta b$, etc., on substitue la valeur de Ω en série de sinus et cosinus, on aura des termes de la forme $(L \sin. Nt + M \cos. Nt)\, dt$ qu'on peut réduire à $P \sin. (Nt + p)\, dt$, dans lesquels N sera $= in + i'n' + i''n''$, etc., en donnant à i, i' etc., toutes les valeurs entières y compris zéro.

Soit donc $P \sin. (Nt + p)$ un terme quelconque de $d\Delta a$, la valeur de Δa aura le terme correspondant $-\dfrac{P. \cos. (Nt + p)}{N}$.

Il y aura de pareils termes dans les valeurs de $d\Delta b$ et Δb, et il est facile de voir que la formule $\Delta a\, d\Delta b - \Delta b\, d\Delta a$ ne pourra donner de termes sans t dans la diffé-

rentielle partielle de Ω, à moins qu'on ne combine ensemble les termes de $d\Delta a$ et de $d\Delta b$ qui ont le même argument Nt. Ainsi on prendra pour $d\Delta b$ et Δb les termes $Q\ sin.\ (Nt + q)$ et $-\frac{Q.\ cos.\ (Nt + q)}{N}$.

Substituons ces termes dans l'expression

$$\left(\Delta a\ \frac{d.\ (d\Delta b)}{ndt} - \Delta b\ \frac{d.\ (d\Delta a)}{ndt}\right) ndt$$

elle deviendra

$$-\frac{PQ}{N}.\ [(cos.(Nt+p) \times cos.\ (Nt+q) - cos.(Nt+q) \times cos.(Nt+a)]\ ndt$$

qui est évidemment nulle.

Donc l'expression dont il s'agit et toutes les expressions semblables dont est composée la partie de $\frac{d\Delta\Omega}{ndt}\,ndt$, qui est due aux variations des élémens de la planète m, ne pourront jamais donner de termes constans; par conséquent la variation du grand axe en tant qu'elle dépend de ces mêmes variations, ne contiendra point de terme constant et indépendant de t.

C'est de cette manière que M. Poisson a démontré l'absence des termes constans dans la variation du grand axe, due aux variations des élémens de la planète troublée, après avoir, par une combinaison ingénieuse des formules connues pour ces variations, ramené les différens termes de la variation du grand axe, à la forme $P\int Qdt - Q\int Pdt$.

13. Il reste à considérer les autres parties de la fonc-

tion $\Delta . \Omega$ dépendantes des variations des élémens a', b', c', etc., a'', b'', c'', etc. des planètes m', m'', etc., mais on n'y peut plus employer les mêmes réductions, parce que la fonction Ω n'étant pas symétrique par rapport aux coordonnées x, y, z, x', y', z', etc., il arrive que les fonctions Ω', Ω'' etc., qui doivent entrer dans les équations différentielles en x', y', z', x'', y'', z'', etc., sont toutes différentes de la fonction Ω, comme nous l'avons remarqué au commencement (n° 1).

Pour éviter cet inconvénient, et pouvoir renfermer dans un même calcul la détermination de la variation complette du grand axe, il faut rapporter les planètes m, m', m'', etc. ainsi que le soleil à leur centre commun de gravité, autour duquel leurs mouvemens sont plus réguliers à quelques égards.

Variation des élémens des orbites rapportées au centre commun de gravité du soleil et des planètes.

14. Prenons X, Y, Z pour les coordonnées du soleil, et conservons les mêmes lettres x, y, z, x', y', z', etc. pour celles des planètes, l'origine de ces coordonnées étant dans le centre commun de gravité; nous avons d'abord par la propriété du centre de gravité les trois équations

$$X + mx + m'x' + m''x'' + \text{etc.} = 0.$$
$$Y + my + m'y' + m''y'' + \text{etc.} = 0.$$
$$Z + mz + m'z' + m''z'' + \text{etc.} = 0.$$

Ensuite si on fait, pour abréger,

$$\Omega = m\left[\frac{1}{\sqrt{[(x-X)^2+(y-Y)^2+(z-Z)^2]}} - \frac{1+m}{r}\right]$$
$$+ m'\left[\frac{1}{\sqrt{[(x'-X)^2+(y'-Y)^2+(z'-Z)^2]}} - \frac{1+m'}{r'}\right]$$
$$+ m''\left[\frac{1}{\sqrt{[(x''-X)^2+(y''-Y)+(z''-Z)^2]}} - \frac{1+m''}{r''}\right]$$
etc.
$$+ mm'\left[\frac{1}{\sqrt{[(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2]}} - \frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right]$$
$$+ mm''\left[\frac{1}{\sqrt{[(x''-x)^2+(y''-y)^2+(z''-z)^2]}} - \frac{1}{r} - \frac{1}{r''}\right]$$
etc.
$$+ m'm''\left[\frac{1}{\sqrt{[(x''-x')^2+(y''-y')^2+(z''-z')^2]}} - \frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right]$$
etc.

on aura les équations suivantes dans lesquelles je fais, pour abréger, $m + m' + m'' +$ etc. $= M$:

$$\frac{d^2X}{dt^2} = \frac{d\Omega}{dX}; \quad \frac{d^2Y}{dt^2} = \frac{d\Omega}{dY}; \quad \frac{d^2Z}{dt^2} = \frac{d\Omega}{dZ}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1+M}{r^3}\,x = \frac{d\Omega}{m\,dx}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1+M}{r^3}\,y = \frac{d\Omega}{m\,dy}$$
$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1+M}{r^3}\,z = \frac{d\Omega}{m\,dz}$$
$$\frac{d^2x'}{dt^2} + \frac{1+M}{r'^3}\,x' = \frac{d\Omega}{m'dx'}$$
$$\frac{d^2y'}{dt^2} + \frac{1+M}{r'^3}\,y' = \frac{d\Omega}{m'dy'}$$
$$\frac{d^2z'}{dt^2} + \frac{1+M}{r'^3}\,z' = \frac{d\Omega}{m'dz'}$$
etc.

Ces équations sont, comme l'on voit, toutes semblables pour les différentes planètes, et en même temps

semblables à celles où les coordonnées sont rapportées au soleil; mais la fonction Ω est ici la même pour toutes les planètes, parce qu'elle est symétrique par rapport aux coordonnées x, y, z, x', y', z', etc.

J'avois donné ces équations relatives au centre de gravité, sous une forme un peu différente, mais qui est la même pour le fond, dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin de* 1777; et j'en avois déduit différens théorèmes relatifs aux centres de gravité des planètes.

Il est bon de remarquer à l'égard de la fonction Ω, qu'elle n'est composée que de termes du second ordre relativement aux masses m, m', m'', ect.; car les quantités qui, dans cette fonction, ne sont multipliées que par m, m', m'', etc. sont déjà elles-mêmes du premier ordre, à cause que les X, Y, Z sont du premier ordre, comme on le voit par les trois équations finies du centre de gravité. Ainsi les différences partielles $\frac{d\Omega}{dX}$, $\frac{d\Omega}{dY}$, $\frac{d\Omega}{dZ}$, $\frac{d\Omega}{mdx}$, $\frac{d\Omega}{mdy}$, $\frac{d\Omega}{mdz}$, etc. qui forment les seconds membres des équations différentielles, seront toutes très-petites du premier ordre, relativement aux masses m, m', etc.

On pourra donc traiter ces équations comme nous avons fait à l'égard de celles qui se rapportent au centre du soleil, et en tirer des résultats semblables.

15. Comme les quantités X, Y, Z sont du premier ordre relativement aux masses m, m', etc., on pourra les négliger dans la valeur de $\frac{d\Omega}{ndt}$ de la première ap-

proximation dans laquelle, en supposant les élémens constans, on néglige leurs variations qui sont aussi du premier ordre.

Dans la seconde approximation, comme les différentes parties de $\Delta\Omega$, relatives aux variations des élémens des planètes m, m', m'', etc. sont toutes semblables, et dépendantes de la même fonction, elles donneront toutes le même résultat.

A l'égard de la partie de Ω dépendante des coordonnées X, Y, Z du soleil, elle contiendra les termes

$$\frac{d\Omega}{dX}X + \frac{d\Omega}{dY}Y + \frac{d\Omega}{dZ}Z$$

et l'on aura X, Y, Z par les trois premières équations, lesquelles donnent

$$X = \int dt \int dt \,\frac{d\Omega}{dX}$$

$$Y = \int dt \int dt \,\frac{d\Omega}{dY}$$

$$Z = \int dt \int dt \,\frac{d\Omega}{dZ}$$

Comme les différences partielles de Ω, relatives à ndt, ne regardent que les coordonnées x, y, z, la variation du grand axe $2a$ dépendante de ces termes, sera exprimée par

$$\frac{4(a+\Delta a)^2}{1+M} \times \left(\frac{d^2\Omega}{ndtdX}X + \frac{d^2\Omega}{ndtdY}Y + \frac{d^2\Omega}{ndtdZ}Z\right)ndt$$

On pourra faire dans les expressions des différences partielles $\frac{d\Omega}{dX}$, $\frac{d\Omega}{dY}$, $\frac{d\Omega}{dZ}$, les X, Y, Z nuls, parce que ce sont des quantités très-petites du premier ordre;

alors ces différences partielles ne seront plus que des fonctions de x, y, z, x', y', z', etc., et par conséquent seront réductibles à des suites des termes de la forme $P \sin. (Nt + p)$, en supposant comme ci-dessus

$$N = in + i'n' + i''n'' + \text{etc.}$$

Considérons dans $\frac{d\Omega}{dX}$ un terme de cette forme; il en résultera dans X, par la double intégration, le terme $-\frac{P. \sin. (Nt + p)}{N^2}$. Ce terme devant être multiplié par $\frac{d^2\Omega}{ndtdX}$, il est visible qu'il n'en pourra résulter de terme sans t, à moins qu'on ne prenne dans $\frac{d\Omega}{dX}$ un terme qui ait le même argument Nt, et qui soit par conséquent de la même forme $P. \sin. (Nt + p)$, puisqu'on sait que tous les termes qui ont le même argument Nt, sont réductibles à un seul de cette forme. Ce terme deviendra $iP. \cos. (Nt + p)$ dans $\frac{d^2\Omega}{ndtdX}$; et le produit des deux termes sera $-\frac{iP^2. \sin. 2(Nt + p)}{2N^2}$, et par conséquent périodique.

On peut conclure de là que, dans les ellipses variables que les planètes peuvent être censées décrire autour du centre commun de gravité du soleil et des planètes, les grands axes ne peuvent être sujets à des variations non périodiques, tant qu'on n'a égard qu'aux termes proportionnels aux masses et à leurs carrés ou produits de deux dimensions; que par conséquent leurs mouvemens

moyens ne sauroient contenir des inégalités croissantes comme les carrés des temps.

Mais quand on connoît le mouvement d'une planète autour du centre commun de gravité, il est facile d'avoir son mouvement rapporté au soleil. Car les coordonnées relatives à ce mouvement, ne sont que les différences de celles de la planète, et de celles du soleil. Ainsi x, y, z étant les coordonnées de la planète, et X, Y, Z, celles du soleil, on aura $x-X$, $y-Y$, $z-Z$ pour les coordonnées de la planète rapporté au soleil. Or les équations données ci-dessus (n°. 14) pour le centre de gravité, donnent

$$X = -mx - m'x' - m''x'' - \text{etc.}$$
$$Y = -my - m'y' - m''y'' - \text{etc.}$$
$$Z = -mz - m'z' - m''z'' - \text{etc.}$$

Ainsi les coordonnées autour du soleil sont données par celles qui se rapportent au centre de gravité.

De plus, comme tous ces mouvemens sont à peu près elliptiques soit autour du centre commun de gravité, soit autour du soleil, on peut aussi rapporter à des ellipses variables les nouvelles coordonnées $x-X$, $y-Y$, $z-Z$; et par la théorie des osculations que j'ai exposée ailleurs, on aura les valeurs des élémens variables correspondans, en substituant ces coordonnés à la place des coordonnés x, y, z dans l'expression de chaque élément en x, y, z et $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, relative au cas où l'on regarde les élémens comme constans.

Ainsi, comme on a en général (nº 8) pour le grand axe $2a$, l'expression

$$\frac{1}{2a} = \frac{1}{r} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2(1+m)dt^2}$$

on aura pareillement pour le grand axe 2α de la planète rapportée au centre commun de gravité,

$$\frac{1}{2\alpha} = \frac{1}{r} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2(1+M)dt^2}$$

où x, y, z et $r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$ sont censées avoir leur origine au centre commun de gravité; et cette valeur de $\frac{1}{2\alpha}$ deviendra celle de $\frac{1}{2a}$ pour la même planète rapportée au soleil, par la substitution de $x - X$, $y - Y$, $z - Z$ au lieu de x, y, z.

17. Comme les quantités X, Y, Z sont du premier ordre relativement aux masses, il suffira dans cette substitution d'avoir égard aux secondes dimensions de ces quantités. Ainsi

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}}$$

deviendra

$$\frac{1}{\sqrt{(r^2 - 2(xX + yY + zZ) + X^2 + Y^2 + Z^2)}} = \frac{1}{r} + \frac{xX + yY + zZ}{r^3} - \frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{2r^3} + \frac{(xX + yY + zZ)^2}{2r^5}$$

et la quantité $\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2(1+M)dt^2}$ deviendra

$$\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2(1+M)dt^2} + \frac{dxdX + dydY + dzdZ}{(1+M)dt^2} + \frac{dX^2 + dY^2 + dZ^2}{2(1+M)dt^2}$$

Par ces substitutions et en remettant $\frac{1}{2\alpha}$ à la place de sa valeur, on aura

$$\frac{1}{2a} = \frac{1}{2\alpha} + \frac{xX + yY + zZ}{r^3} - \frac{dxdX + dydY + dzdZ}{(1+M)\,dt^2}$$
$$+ \frac{(xX + yY + zZ)^2 - r^2\,(X^2 + Y^2 + Z^2)}{2\,r^5}$$
$$- \frac{dX^2 + dY^2 + dZ^2}{2\,(1+M)\,dt^2}$$

Mais les équations différentielles en x, y, z de l'orbite de m rapportée au centre commun de gravité, donnent (nº 14)

$$\frac{x}{r^3} = -\frac{d^2x}{(1+M)\,dt^2} + \frac{d\Omega}{(1+M)\,mdx}$$
$$\frac{y}{r^3} = -\frac{d^2y}{(1+M)\,dt^2} + \frac{d\Omega}{(1+M)\,mdy}$$
$$\frac{z}{r^3} = -\frac{d^2z}{(1+M)\,dt^2} + \frac{d\Omega}{(1+M)\,mdz}$$

Substituant ces quantités dans $\frac{xX + yY + zZ}{r^3}$, il vient

$$\frac{1}{2a} = \frac{1}{2\alpha} - \frac{d.\,(Xdx + Ydy + Zdz)}{(1+M)\,dt^2} + \Psi$$

en faisant, pour abréger,

$$\Psi = \frac{(xX+yY+zZ)^2 - r^2(X^2+Y^2+Z^2)}{r^5} - \frac{dX^2 + dY^2 + dZ^2}{2\,(1+M)\,dt^2}$$
$$+ \frac{1}{1+M}.\left(\frac{Xd\Omega}{mdx} + \frac{Yd\Omega}{mdy} + \frac{Zd\Omega}{mdz}\right)$$

Dans cette formule on a (nº cité)

$$X = - mx - m'x' - \text{etc.}$$
$$Y = - my - m'y' - \text{etc.}$$
$$Z = - mz - m'z' - \text{etc.}$$

de sorte que la fonction Ψ est du second ordre relativement aux masses m, m', etc., puisque les différences partielles $\frac{d\Omega}{mdx}$, $\frac{d\Omega}{mdy}$, $\frac{d\Omega}{mdz}$, sont déjà du premier, comme on l'a vu ci-dessus. Ainsi il suffit d'y substituer, pour x, y, z, x', y', z', etc., leurs valeurs elliptiques à élémens constans; d'où l'on voit que cette fonction ne peut contenir aucun terme proportionnel au temps.

A l'égard de la quantité $\frac{Xdx + Ydy + Zdz}{dt}$ qui n'est que du premier ordre, elle pourroit contenir de pareils termes par la variation des élémens dans les expressions de x, y, z, x', y', z', etc. Mais comme la valeur de $\frac{1}{2a}$ ne contient que la différentielle de cette quantité relativement au temps, il est clair que le temps disparoîtra par la différentiation. Enfin on a prouvé que le grand axe 2α de l'orbite rapportée au centre commun de gravité, ne renferme point de termes proportionnels au temps, en ayant égard aux quantités du premier et du second ordre des masses; donc le grand axe $2a$ de la même orbite rapportée au centre du soleil, n'en renfermera pas non plus; ce qu'on s'étoit proposé de démontrer. On voit que cette démonstration est directe et générale, et ne laisse rien à desirer.

Développement des formules générales relativement aux variations des élémens elliptiques (1).

18. Jusqu'a présent notre analyse a été indépendante des valeurs des coordonnées elliptiques x, y, z; mais elle seroit incomplette si elle n'offroit pas les formules des variations des élémens elliptiques, réduites à la forme la plus simple et la plus propre pour le calcul des perturbations des planètes. Or ces formules demandent le développement des fonctions que nous avons désignées par les symboles (a, b), (a, c), etc. (n° 6), en y substituant les valeurs de x, y, z exprimées en t et en a, b, c, etc.; ainsi nous commencerons par donner ces valeurs sous la forme la plus simple.

Sans chercher à les déduire de l'intégration des équations différentielles, ce qui seroit trop long, et ce qui est d'ailleurs assez connu, nous emploirons la considération de l'angle appelé par les astronomes anomalie excentrique, et que nous désignerons par u. Par le moyen de cet angle, on a tout de suite la formule

$$nt + c = u + b.\ \sin.\ u$$

dans laquelle $nt + c$ est l'anomalie moyenne, n étant $= \sqrt{\left(\frac{1+m}{a^3}\right)}$, et où a est le demi-grand axe, b l'excentricité, savoir le rapport de la distance des foyers au

(1) Ce qui suit n'a été lu que le 12 septembre.

grand axe $2a$ de l'ellipse, et c l'époque, savoir la valeur de l'anomalie moyenne qui répond à l'instant d'où l'on commence à compter le mouvement moyen nt. Ensuite on a, en prenant les abcisses x dans le grand axe, depuis le foyer, et les ordonnées y perpendiculaires au grand axe, dans le plan de l'ellipse,

$$x = a(b + \cos u);\quad y = a\sqrt{(1 - b^2)}.\sin u;\quad z = 0$$

En éliminant u on aura les valeurs de x et y en fonction de nt et des constantes a, b, c qui sont les élémens du mouvement elliptique. Les trois autres constantes f, g, h ne dépendent que de la position du grand axe et du plan de l'ellipse relativement au plan fixe.

19. Ne considérons d'abord que ces valeurs de x, y, z; elles donneront par les différentiations celles de $\frac{dx}{da}$, $\frac{d^2x}{dtda}$, $\frac{dx}{db}$, $\frac{d^2x}{dtdb}$, etc. qu'on substituera dans les expressions de (a, b), (a, c) etc. du n° 6, et comme ces expressions doivent être indépendantes de t, on pourra en rejeter les termes qui contiendront t hors des signes de sinus et cosinus, et faire $u = 0$ sous les sinus et cosinus.

On aura d'abord

$$\frac{du}{dt} = \frac{n}{1 + b.\cos u};\quad \frac{du}{da} = \frac{t}{1 + b.\cos u} \times \frac{dn}{da}$$

mais on a

$$\frac{dn}{n} = -\frac{3}{2}.\frac{da}{a}$$

d'où

$$\frac{dn}{da} = -\frac{3n}{2a}$$

et par conséquent

$$\frac{du}{da} = -\frac{3nt}{2a(1+b.\cos u)}$$

$$\frac{du}{db} = -\frac{\sin u}{1+b.\cos u}$$

$$\frac{du}{dc} = \frac{1}{1+b.\cos u}$$

De là on trouvera

$$\frac{dx}{da} = b + \cos u + \frac{3nt.\sin u}{2(1+b.\cos u)}$$

$$\frac{dy}{da} = \sqrt{(1-b^2)}.\sin u - \frac{3nt.\cos u}{2(1+b.\cos u)}\sqrt{(1-b^2)}$$

$$\frac{dx}{db} = a\left(\frac{\sin u^2}{1+b.\cos u}\right)$$

$$\frac{dy}{db} = -\frac{ab}{\sqrt{(1-b^2)}}\sin u - \frac{a.\sin u.\cos u}{1+b.\cos u}\sqrt{(1-b^2)}$$

$$\frac{dx}{dc} = -\frac{a.\sin u}{1+b.\cos u}$$

$$\frac{dy}{dc} = \frac{a.\cos u}{1+b.\cos u}\sqrt{(1-b^2)}$$

Différenciant encore ces valeurs en ne faisant varier que t et u, et substituant pour $\frac{du}{dt}$ sa valeur $\frac{n}{1+b.\cos u}$, on aura celles de $\frac{d^2x}{dtda}$; $\frac{d^2y}{dtda}$, etc.

En faisant ensuite dans les unes et dans les autres $t=0$, $u=0$, on aura celles-ci:

$$\frac{dx}{da} = 1 + b; \quad \frac{dy}{da} = 0$$
$$\frac{dx}{db} = a; \quad \frac{dy}{db} = 0$$
$$\frac{dx}{dc} = 0; \quad \frac{dy}{dc} = \frac{a\sqrt{(1-b^2)}}{1+b}$$
$$\frac{d^2x}{dtda} = 0; \quad \frac{d^2y}{dtda} = -\frac{n\sqrt{(1-b^2)}}{2(1+b)}$$
$$\frac{d^2x}{dtdb} = 0; \quad \frac{d^2y}{dtdb} = -\frac{na}{(1+b)\sqrt{1-b^2}}$$
$$\frac{d^2x}{dtdc} = -\frac{na}{(1+b)^2}; \quad \frac{d^2y}{dtdc} = 0$$

Ces valeurs substituées dans les expressions des symboles (a, b), (a, c), (b, c) du n° 6, en y faisant $z = 0$, donneront enfin

$$(a, b) = 0; \quad (a, c) = -\frac{na}{2}; \quad (o, c) = 0.$$

Ce sont les valeurs de ces quantités en supposant le grand axe et le plan de l'orbite, fixes.

20. Cela posé considérons maintenant les valeurs complettes de x, y, z rapportées à un plan fixe et indépendant de celui de l'orbite. Nommons X, Y, Z les valeurs employées ci-dessus, savoir

$$X = a(b + \cos u); \quad Y = a\sqrt{(1-b^2)}.\sin u; \quad Z = 0$$

Par la théorie connue du changement des coordonnées rectangulaires on a en général

$$x = \xi' X + \xi'' Y + \xi''' Z$$
$$y = \eta' X + \eta'' Y + \eta''' Z$$
$$z = \zeta' X + \zeta'' Y + \zeta'' Z$$

les neuf coefficiens ξ', ξ'', ξ''', η', η'', η''', ζ', ζ'', ζ''' devant satisfaire aux six équations de condition

$$\xi'^2+\eta'^2+\zeta'^2=1;\ \xi''^2+\eta''^2+\zeta''^2=1;\ \xi'''^2+\eta'''^2+\zeta'''^2=1$$

$$\xi'\xi''+\eta'\eta''+\zeta'\zeta''=0$$
$$\xi'\xi'''+\eta'\eta'''+\zeta'\zeta'''=0$$
$$\xi''\xi'''+\eta''\eta'''+\zeta''\zeta'''=0$$

qui résultent de ce que par la nature de la question on doit avoir identiquement $x^2+y^2+z^2=X^2+Y^2+Z^2$. Il ne reste ainsi que trois indéterminées qui tiendront lieu des trois constantes arbitraires ou élémens f, g, h.

J'adopte ici les lettres ξ', ξ'', ξ''', η', etc., pour représenter les coefficiens de X, Y, Z afin de me conformer aux formules que j'ai employées dans la sixième section de la seconde partie de la *Mécanique analytique*, et de pouvoir profiter des différentes réductions que j'ai données relativement à ces quantités.

Nous allons substituer ces valeurs de x, y, z dans les expressions générales des symboles (a, b), (a, c), etc. en observant que les constantes a, b, c, ainsi que le temps t, n'entrent que dans les valeurs des trois quantités X, Y, Z, et que les trois autres constantes f, g, h ne sont censées entrer que dans celles des coefficiens ξ', ξ'', ξ''', etc.

Ces substitutions qui paroissent devoir être très-compliquées, se simplifient d'une manière étonnante par le moyen des équations de condition données ci-dessus. En effet, on voit tout de suite que la quantité

$$\frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dbdt} + \frac{dy}{da} \times \frac{d^2y}{dtdb} + \frac{dz}{da} \times \frac{d^2z}{dtdb}$$

devient

$$\frac{dX}{da} \times \frac{d^2X}{dtdb} + \frac{dY}{da} \times \frac{d^2Y}{dtdb} + \frac{dZ}{da} \times \frac{d^2Z}{dtdb}.$$

De même la quantité

$$\frac{dx}{db} \times \frac{d^2x}{dtda} + \frac{dy}{db} \times \frac{d^2y}{dtda} + \frac{dz}{db} \times \frac{d^2z}{dtda}$$

se réduit à

$$\frac{dX}{db} \times \frac{d^2X}{dtda} + \frac{dY}{db} \times \frac{d^2Y}{dtda} + \frac{dZ}{db} \times \frac{d^2Z}{dtda}$$

D'où il suit que la quantité (a, b), qui est la différence de ces deux-ci, sera exprimée de la même manière par les coordonnées x, y, z que par les coordonnées primitives X, Y, Z. Il en sera de même, et par la même raison, des quantités (a, c) et (b, c). Ces trois quantités auront donc les mêmes valeurs que nous avons trouvées ci-dessus (n° 19), et par conséquent on aura, en général, quelle que soit la position de l'orbite elliptique par rapport au plan fixe,

$$(a, b) = 0; \quad (a, c) = -\frac{na}{2}; \quad (b, c) = 0$$

21. Passons aux quantités représentées par les symboles (a, f), (a, g), (a, h), (b, f), etc. Ici les quantités X, Y, Z, ne varient que par rapport à a, b, c, t dont elles sont fonctions, et les variations

relatives à f, g, h ne regardent que les coefficiens ξ', ξ'', ξ''', η', etc. D'après cette considération, si on fait les substitutions des valeurs de x, y, z et de leurs différences partielles dans la fonction

$$\frac{dx}{da} \times \frac{d^2x}{dtdf} + \frac{dy}{da} \times \frac{d^2y}{dtdf} + \frac{dz}{da} \times \frac{d^2z}{dtdf}$$

et qu'on observe que les trois premières équations de condition donnent

$$\xi' d\xi' + \eta' d\eta' + \zeta' d\zeta' = 0$$
$$\xi'' d\xi'' + \eta'' d\eta'' + \zeta'' d\zeta'' = 0$$
$$\xi''' d\xi''' + \eta''' d\eta''' + \zeta''' d\zeta''' = 0$$

on aura la transformée

$$\begin{aligned}
&\frac{\xi' d\xi'' + \eta' d\eta'' + \zeta' d\zeta''}{df} \times \frac{dX}{da} \times \frac{dY}{dt} \\
+ &\frac{\xi' d\xi''' + \eta' d\eta''' + \zeta' d\zeta'''}{df} \times \frac{dX}{da} \times \frac{dZ}{dt} \\
+ &\frac{\xi'' d\xi' + \eta'' d\eta' + \zeta'' d\zeta'}{df} \times \frac{dY}{da} \times \frac{dX}{dt} \\
+ &\frac{\xi'' d\xi''' + \eta'' d\eta''' + \zeta'' d\zeta'''}{df} \times \frac{dY}{da} \times \frac{dZ}{dt} \\
+ &\frac{\xi''' d\xi' + \eta''' d\eta' + \zeta''' d\zeta'}{df} \times \frac{dZ}{da} \times \frac{dX}{dt} \\
+ &\frac{\xi''' d\xi'' + \eta''' d\eta'' + \zeta''' d\zeta''}{df} \times \frac{dZ}{da} \times \frac{dY}{dt}
\end{aligned}$$

Mais les trois dernières équations de condition entre ξ', ξ'', etc. étant différenciées, donnent

$$\xi' d\xi'' + \eta' d\eta'' + \zeta' d\zeta'' = -\xi'' d\xi' - \eta'' d\eta' - \zeta'' d\zeta'$$
$$\xi' d\xi''' + \eta' d\eta''' + \zeta' d\zeta''' = -\xi''' d\xi' - \eta''' d\eta' - \zeta''' d\zeta'$$
$$\xi'' d\xi''' + \eta'' d\eta''' + \zeta'' d\zeta''' = -\xi''' d\xi'' - \eta''' d\eta'' - \zeta''' d\zeta''$$

Donc si l'on fait pour abréger, comme dans le n° 23 de la section citée de la *Mécanique analytique*,

$$dP = \xi'''d\xi'' + \eta'''d\eta'' + \zeta'''d\zeta''$$
$$dQ = \xi'd\xi''' + \eta'd\eta''' + \zeta'd\zeta'''$$
$$dR = \xi''d\xi' + \eta''d\eta' + \zeta''d\zeta'$$

la fonction dont il s'agit se réduira à cette forme simple :

$$\begin{aligned} &\frac{dR}{df}\cdot\left(\frac{dX}{dt}\times\frac{dY}{da} - \frac{dY}{dt}\times\frac{dX}{da}\right)\\ -&\frac{dQ}{df}\cdot\left(\frac{dX}{dt}\times\frac{dZ}{da} - \frac{dZ}{dt}\times\frac{dX}{da}\right)\\ +&\frac{dP}{df}\cdot\left(\frac{dY}{dt}\times\frac{dZ}{da} - \frac{dZ}{dt}\times\frac{dY}{da}\right)\end{aligned}$$

On trouvera de la même manière que la fonction

$$\frac{dx}{df}\times\frac{d^2x}{dtda} + \frac{dy}{df}\times\frac{d^2y}{dtda} + \frac{dz}{df}\times\frac{d^2z}{dtda}$$

se réduit à cette forme

$$\begin{aligned} &\frac{dR}{df}\cdot\left(X\frac{d^2Y}{dtda} - Y\frac{d^2X}{dtda}\right)\\ -&\frac{dQ}{df}\cdot\left(X\frac{d^2Z}{dtda} - Z\frac{d^2X}{dtda}\right)\\ +&\frac{dP}{df}\cdot\left(Y\frac{d^2Z}{dtda} - Z\frac{d^2Y}{dtda}\right)\end{aligned}$$

En retranchant cette dernière quantité de la précédente, on aura la valeur de (a, f), et il est visible qu'elle se réduira à cette forme :

$$(a, f) = \frac{dR}{df} \times \frac{d.\left(\frac{YdX - XdY}{dt}\right)}{da}$$

$$- \frac{dQ}{df} \times \frac{d.\left(\frac{ZdX - XdZ}{dt}\right)}{da}$$

$$+ \frac{dP}{df} \times \frac{d.\left(\frac{ZdY - YdZ}{dt}\right)}{da}$$

Or les valeurs de X et Y (nº 20) donnent

$$XdY - YdX = a^2 \sqrt{(1 - b^2)} . (1 + b. \cos u)\, du$$

et comme $\frac{du}{dt} = \frac{n}{1 + b. \cos u}$ (nº 19), on aura

$$\frac{XdY - YdX}{dt} = na^2 \sqrt{(1 - b^2)}$$

Donc, puisque $Z = 0$, on aura simplement

$$(a, f) = - \frac{dR}{df} \times \frac{d. [na^2 \sqrt{(1 - b^2)}]}{da}$$

En changeant successivement a en b, en c, et f en g, en h, on aura les valeurs des autres quantités représentées par (b, f), (c, f), (a, g), etc. J'aurois pu supposer tout de suite $Z = 0$, ce qui auroit simplifié le calcul; mais j'ai été bien aise de donner ces formules dans toute leur généralité, parce qu'elles pourront peut-être servir dans d'autres occasions.

22. Il ne reste plus qu'à chercher les valeurs des quantités représentées par (f, g), (f, h), (g, h).

En faisant les mêmes substitutions dans la fonction

$$(f,g) = \frac{dx}{df} \times \frac{d^2x}{dtdg} + \frac{dy}{df} \times \frac{d^2y}{dtdg} + \frac{dz}{df} \times \frac{d^2z}{dtdg}$$
$$- \frac{dx}{dg} \times \frac{d^2x}{dtdf} - \frac{dy}{dg} \times \frac{d^2y}{dtdf} - \frac{dz}{dg} \times \frac{d^2z}{dtdf}$$

et observant que le t ne varie que dans X, Y, Z, et que f, g ne varient que dans les coefficiens ξ', η', ζ', ξ'', etc, on aura tout de suite

$$(f, g) = F \frac{XdY - ZdX}{dt}$$
$$+ G \frac{XdZ - ZdX}{dt}$$
$$+ H \frac{Ydz - ZdY}{dt}$$

en supposant, pour abréger,

$$F = \frac{d\xi'}{df} \times \frac{d\xi''}{dg} + \frac{d\eta'}{df} \times \frac{d\eta''}{dg} + \frac{d\zeta'}{df} \times \frac{d\zeta''}{dg}$$
$$- \frac{d\xi'}{dg} \times \frac{d\xi''}{df} - \frac{d\eta'}{dg} \times \frac{d\eta''}{df} - \frac{d\zeta'}{dg} \times \frac{d\zeta''}{df}$$
$$G = \frac{d\xi'}{df} \times \frac{d\xi'''}{dg} + \frac{d\eta'}{df} \times \frac{d\eta'''}{dg} + \frac{d\zeta'}{df} \times \frac{d\zeta'''}{dg}$$
$$- \frac{d\xi'}{dg} \times \frac{d\xi'''}{df} - \frac{d\eta'}{dg} \times \frac{d\eta'''}{df} - \frac{d\zeta'}{dg} \times \frac{d\zeta'''}{df}$$
$$H = \frac{d\xi''}{df} \times \frac{d\xi'''}{dg} + \frac{d\eta''}{df} \times \frac{d\eta'''}{dg} + \frac{d\zeta''}{df} \times \frac{d\zeta'''}{dg}$$
$$- \frac{d\xi''}{dg} \times \frac{d\xi'''}{df} - \frac{d\eta''}{dg} \times \frac{d\eta'''}{df} - \frac{d\zeta''}{dg} \times \frac{d\zeta'''}{df}$$

Or, dans le nº 27 de la section déjà citée de la *Mécanique analytique*, j'ai trouvé ces réductions :

$$d\xi' = \xi''dR - \xi'''dQ$$
$$d\xi'' = \xi'''dP - \xi'dR$$
$$d\xi''' = \xi'dQ - \xi'dP$$

et de même, en changeant ξ en η et en ζ.

En faisant ces substitutions dans les expressions précédentes des F, G, H, et ayant égard aux équations de condition entre ξ', ξ'', ξ''', η', etc., on trouve facilement

$$F = \frac{dP}{df} \times \frac{dQ}{dg} - \frac{dP}{dg} \times \frac{dQ}{df}$$
$$G = \frac{dP}{df} \times \frac{dR}{dg} - \frac{dP}{dg} \times \frac{dR}{df}$$
$$H = \frac{dQ}{df} \times \frac{dR}{dg} - \frac{dR}{dg} \times \frac{dR}{df}$$

Or on a déjà trouvé

$$\frac{XdY - YdX}{dt} = na^2 \sqrt{(1 - b^2)}$$

donc, comme $Z = 0$, on aura

$$(f, g) = \left(\frac{dP}{df} \times \frac{dQ}{dg} - \frac{dP}{dg} \times \frac{dQ}{df}\right) \times na^2 \sqrt{(1 - b^2)}$$

et changeant g en h, on aura la valeur de (f, h), et changeant à la fois f en g, g en h, on aura celle de (g, h). Ainsi on connoîtra les valeurs de tous les coefficiens des variations da, db, etc. dans les formules du n° 6.

23. Particularisons maintenant les constantes f, g, h, qui sont encore indéterminées. Pour les adapter aux

usages astronomiques, nous supposerons que f soit l'angle que le grand axe de l'orbite fait avec la ligne des nœuds, c'est-à-dire, avec l'intersection de son plan avec le plan fixe des x et y; que g soit l'angle que la ligne des nœuds fait avec l'axe des x, et que h soit l'inclinaison du plan de l'orbite sur le même plan fixe. D'après ces suppositions on trouvera facilement les expressions de ξ', ξ'', etc. en sinus et cosinus des trois angles f, g, h; nous les avons données dans le n° 30 de la section citée de la *Mécanique analytique*, où les angles φ, ψ, ω répondent à f, g, h. Mais nous n'aurons pas même besoin de ces expressions; il nous suffira d'avoir celles de dP, dQ, dR, que nous avons données dans le n° 31 de la même section, et qui, en y changeant φ, ψ, ω en f, g, h, deviennent

$$dP = \sin f \sin h dg + \cos f dh$$
$$dQ = \cos f \sin h dg - \sin f dh$$
$$dR = df + \cos h dg$$

De là on aura tout de suite

$$\frac{dP}{df} = 0; \quad \frac{dQ}{df} = 0; \quad \frac{dR}{df} = 1$$
$$\frac{dP}{dg} = \sin f . \sin h; \quad \frac{dQ}{dg} = \cos f . \sin h; \quad \frac{dR}{dg} = \cos h$$
$$\frac{dP}{dh} = \cos . f; \quad \frac{dQ}{dh} = - \sin f; \quad \frac{dR}{dh} = 0$$

Substituant ces valeurs dans les formules du n° 19, et exécutant les différentiations partielles relatives à

a, b, c, on aura, à cause de $\frac{d.\,na^2}{da} = 2\,na + a^2\,\frac{dn}{da} = \frac{na}{2}$ (nº 19),

$$(a,f) = -\frac{na\sqrt{(1-b^2)}}{2};\quad (a,g) = -\frac{na\sqrt{(1-b^2)}}{2}.\cos h$$
$$(a,h) = 0$$
$$(b,f) = \frac{na^2 b}{\sqrt{(1-b^2)}};\quad (b,g) = \frac{na^2 b}{\sqrt{(1-b^2)}}.\cos h;\quad (b,h) = 0$$
$$(c,f) = 0;\quad (c,g) = 0;\quad (c,h) = 0$$

Ensuite les mêmes valeurs substituées dans les formules du nº 22 donneront

$$(f,g) = 0;\quad (f,h) = 0$$
$$(g,h) = -\,na^2\sqrt{(1-b^2)}.\sin h$$

En joignant à ces valeurs celles de (a, b), (a, c), (b, c) trouvées dans le nº 20, savoir $(a, b) = 0$, $(a, c) = -\frac{na}{2}$ et $(b, c) = 0$, on aura les valeurs des quinze symboles que nous avons employés.

24. Telles sont les valeurs qu'il faut substituer dans les formules du nº 6, lesquelles deviendront par là

$$\frac{d\Omega}{dd}\,dt = -\frac{na}{2}\,dc - \tfrac{1}{2}\,na\sqrt{(1-b^2)}\,df - \tfrac{1}{2}\,na\sqrt{(1-b^2)}.\cos h\,dg$$
$$\frac{d\Omega}{db}\,dt = \frac{na^2 b}{\sqrt{(1-b^2)}}\,df + \frac{na^2 b}{\sqrt{(1-b^2)}}.\cos h\,dg$$
$$\frac{d\Omega}{dc}\,dt = \frac{na}{2}\,da$$

$$\frac{d\Omega}{df}\,dt = \tfrac{1}{2}\,na\,\sqrt{(1-b^2)}\,da - \frac{na^2b}{\sqrt{(1-b^2)}}\,db$$

$$\frac{d\Omega}{dg}\,dt = \tfrac{1}{2}\,na\,\sqrt{(1-b^2)}.\cos h da$$
$$- \frac{na^2b}{\sqrt{(1-b^2)}}.\cos h da$$
$$- na^2\,\sqrt{(1-b^2)}.\sin h dh$$

$$\frac{d\Omega}{dh}\,dt = na^2\,\sqrt{(1-b^2)}.\sin h dg$$

d'où l'on tire facilement

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{dc}$$
$$\frac{db}{dt} = \frac{1-b^2}{na^2b} \times \frac{d\Omega}{dc} - \frac{\sqrt{(1-b^2)}}{na^2b} \times \frac{d\Omega}{df}$$
$$\frac{dc}{dt} = -\frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{da} - \frac{1-b^2}{na^2b} \times \frac{d\Omega}{db}$$
$$\frac{df}{dt} = \frac{\sqrt{(1-b^2)}}{na^2b} \times \frac{d\Omega}{db} - \frac{\cos h}{na^2\sqrt{(1-b^2)}.\sin h} \times \frac{d\Omega}{dh}$$
$$\frac{dg}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{(1-b^2)}.\sin h} \times \frac{d\Omega}{dh}$$
$$\frac{dh}{dt} = \frac{\cos h}{na^2\sqrt{(1-b^2)}.\sin h} \times \frac{d\Omega}{df} - \frac{1}{na^2\sqrt{(1-b^2)}.\sin h} \times \frac{d\Omega}{dg}$$

Voilà les formules des variations des six élémens elliptiques a, b, c, f, g, h, exprimées par les différences partielles de la même fonction Ω, relativement à ces mêmes élémens; ce qui est infiniment commode pour le calcul. Or, comme Ω est une fonction des coordonnées x, y, z, x' y' z', etc., en substituant pour ces coordonnées leurs valeurs, elle deviendra une fonction de u, de a, b, c, f, g, h, de u', de a', b', c', f', g', h', de u'', etc., et pourra toujours être réduite en série,

suivant les sinus et cosinus des angles u, u', etc. Alors le terme indépendant de u, u', etc. donnera les équations séculaires, et les autres termes donneront les équations périodiques. Et si on rapporte les orbites des planètes au centre commun de gravité du soleil et des planètes, on aura l'avantage de l'uniformité et de la simplicité du calcul pour toutes les planètes.

25. Avant de terminer ce mémoire, il est bon de faire remarquer que la valeur de $\frac{da}{dt}$ qu'on vient de trouver s'accorde avec celle qu'on a trouvée par une autre voie dans le n° 8. En effet, comme par l'équation

$$nt + c = u + b. \sin u$$

du n° 18, l'angle n devient une fonction de $nt + c$, il est visible que les différences partielles de Ω, relatives à nt et à c, seront la même chose; de sorte qu'on aura

$$\frac{d\Omega}{dc} = \frac{d\Omega}{ndt}$$

ainsi on aura

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{ndt}$$

mais $n^2 = \frac{1 + m}{a^3}$; donc

$$da = \frac{2\,a^2}{1 + m} \times \frac{d\Omega}{ndt}\, ndt$$

qui est la formule du n° 8; ce qui pourroit servir, s'il étoit nécessaire, à confirmer la bonté de nos calculs.

Une autre remarque essentielle, c'est que dans la différentiation partielle de la fonction Ω relativement à a, on peut se dispenser de faire varier la quantité n qui dépend de a; car puisque Ω est une fonction de $nt + c$, la portion de $\frac{d\Omega}{da}$ qui dépend de n, sera $\frac{d\Omega}{dc} \times t \frac{dn}{da}$; donc, comme la valeur de $\frac{dc}{dt}$ contient le terme $- \frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{da}$, elle contiendra, à raison de la variation de n, la partie $- \frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{dc} \times t \frac{dn}{da}$. Donc la variation de l'angle $nt + c$ sera, à raison de la variation de n,

$$\frac{tdn}{da} da - \frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{dc} \times t \frac{dn}{da} dt$$

mais $da = \frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{dc} dt$; donc la variation sera nulle. Mais comme n est une quantité essentiellement variable, la différentielle de nt est $ndt + tdn$; ainsi, en n'ayant point égard à la partie tdn, il faudra substituer $\int ndt$ à la place de nt dans la valeur de u, ce qui fera disparoître en même temps les termes qui se trouveroient multipliés par t : mais l'emploi de ces termes étoit nécessaire dans les formules des variations dues à la constante a, sans quoi on auroit trouvé pour la quantité (a, c) une valeur fausse.

26. Les formules du n° 24, quoique fort simples, sont encore susceptibles d'une simplification importante. Il est visible que la seconde équation est de cette forme,

$$\frac{d\Omega}{db} dt = \frac{na^2 b}{\sqrt{(1 - b^2)}} (df + \cos hdg)$$

Donc si on fait

$$df + \cos h dg = d\varphi$$

ce qui donne

$$f = \varphi - \int \cos h dg$$

et qu'on suppose que cette valeur soit substituée partout au lieu de f, on aura, au lieu de la formule qui donne la valeur de $\frac{df}{dt}$, celle-ci :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\sqrt{(1-b^2)}}{na^2 b} \times \frac{d\Omega}{db}$$

Ensuite, en regardant Ω d'abord comme fonction de f et g, et ensuite comme fonction de φ et g, on aura

$\frac{d\Omega}{df} df + \frac{d\Omega}{dg} dg = \frac{d\Omega}{d\varphi} d\varphi + \frac{d\Omega}{dg} dg =$ (en substituant la valeur de $d\varphi$) $\frac{d\Omega}{d\varphi} df + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi} . \cos h + \frac{d\Omega}{dg}\right) dg$

d'où l'on tire

$$\frac{d\Omega}{df} = \frac{d\Omega}{d\varphi}; \quad \frac{d\Omega}{dg} = \frac{d\Omega}{d\varphi} . \cos h + \frac{d\Omega}{dg}$$

On substituera donc ces valeurs à la place de $\frac{d\Omega}{df}$ et $\frac{d\Omega}{dg}$, et les valeurs de $\frac{db}{dt}$ et $\frac{dh}{dt}$ deviendront

$$\frac{db}{dt} = \frac{1-b^2}{na^2 b} \times \frac{d\Omega}{dc} - \frac{\sqrt{(1-b^2)}}{na^2 b} \times \frac{d\Omega}{d\varphi}$$

$$\frac{dh}{dt} = - \frac{1}{na^2 \sqrt{(1-b^2)} . \sin h} \times \frac{d\Omega}{dg}$$

Par ce moyen nos six formules seront

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{dc}$$

$$\frac{db}{dt} = \frac{1 - b^2)}{na^2 b} \times \frac{d\Omega}{dc} - \frac{\sqrt{(1 - b^2)}}{na^2 b} \times \frac{d\Omega}{d\varphi}$$

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{da} - \frac{1 - b^2}{na^2 b} \times \frac{d\Omega}{db}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\sqrt{(1 - b^2)}}{na^2 b} \times \frac{d\Omega}{db}$$

$$\frac{dg}{dt} = \frac{1}{na^2 \sqrt{(1 - b^2)} . \sin h} \times \frac{d\Omega}{dh}$$

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{1}{na^2 \sqrt{(1 - b^2)} . \sin h} \times \frac{d\Omega}{dg}$$

Nous remarquerons ici que l'angle $d\varphi$ exprime proprement le mouvement de l'aphélie sur le plan de l'orbite mobile; car cet angle est le même que celui que nous avons désigné par dR (n° 23), et qui, d'après ce qui a été démontré dans la section citée de la *Mécanique analytique* (n° 26), représente la rotation de l'axe des X, qui est le grand axe de l'ellipse, autour de l'axe des Z perpendiculaire au plan de l'orbite.

27. Maintenant je fais

$$b . \sin \varphi = \beta ; \quad b . \cos \varphi = \gamma$$
$$\sin h . \sin g = \epsilon ; \quad \sin h . \cos g = \lambda$$

j'ai en différenciant

$$d\beta = \sin \varphi db + b . \cos \varphi d\varphi$$
$$d\gamma = \cos \varphi db - b . \sin \varphi d\varphi$$
$$d\epsilon = \cos h . \sin g dh + \sin h . \cos g dh$$
$$d\lambda = \cos h . \cos g dh - \sin h . \sin g dg$$

Substituant les valeurs précédentes de db, $d\varphi$, dh, dg, on aura

$$\frac{d\beta}{dt} = -\frac{\sqrt{(1-b^2)}}{na^2}.\left(\frac{\sin\varphi}{b}\times\frac{d\Omega}{d\varphi} - \cos\varphi\times\frac{d\Omega}{db}\right)$$
$$+\frac{1-b^2}{na^2 b}.\sin\varphi\times\frac{d\Omega}{dc}$$
$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{\sqrt{(1-b^2)}}{na^2}.\left(\frac{\cos\varphi}{b}\times\frac{d\Omega}{d\varphi} + \sin\varphi\times\frac{d\Omega}{db}\right)$$
$$+\frac{1-b^2}{na^2 b}.\cos\varphi\times\frac{d\Omega}{dc}$$
$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{1}{na^2\sqrt{(1-b^2)}}.\left(\frac{\cos h.\sin g}{\sin h}\times\frac{d\Omega}{dg} - \cos g\times\frac{d\Omega}{dh}\right)$$
$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{1}{na^2\sqrt{(1-b^2)}}.\left(\frac{\cos h.\cos g}{\sin h}\times\frac{d\Omega}{dg} + \sin g\times\frac{d\Omega}{dh}\right)$$

Or, en regardant Ω comme fonction de b et de φ, ou de β et γ, on a l'équation identique

$$\frac{d\Omega}{db}\,db + \frac{d\Omega}{dc}\,d\varphi = \frac{d\Omega}{d\beta}\,d\beta + \frac{d\Omega}{d\gamma}\,d\gamma$$
$$= \left(\frac{d\Omega}{d\beta}.\sin\varphi + \frac{d\Omega}{d\gamma}.\cos\varphi\right)db$$
$$+ b\left(\frac{d\Omega}{d\beta}.\cos\varphi - \frac{d\Omega}{d\gamma}.\sin\varphi\right)d\varphi$$

Donc

$$\frac{d\Omega}{db} = \frac{d\Omega}{d\beta}.\sin\varphi + \frac{d\Omega}{d\gamma}.\cos\varphi$$
$$\frac{d\Omega}{d\varphi} = b\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\cos\varphi - \frac{d\Omega}{d\gamma}.\sin\varphi\right)$$

De même, en regardant Ω comme fonction g, h ou de ε, λ, on a

$$\frac{d\Omega}{dg}\,dg + \frac{d\Omega}{dh}\,dh = \frac{d\Omega}{d\epsilon}\,d\epsilon + \frac{d\Omega}{d\lambda}\,d\lambda$$

$$= \left(\frac{d\Omega}{d\epsilon}.\,\cos h.\,\sin g + \frac{d\Omega}{d\lambda}.\,\cos h.\,\cos g\right) dh$$

$$+ \left(\frac{d\Omega}{d\epsilon}.\,\sin h.\,\cos g - \frac{d\Omega}{d\lambda}.\,\sin h.\,\sin g\right) dg$$

donc

$$\frac{d\Omega}{dg} = \left(\frac{d\Omega}{d\epsilon}.\,\cos g - \frac{d\Omega}{d\lambda}.\,\sin g\right).\,\sin h$$

$$\frac{d\Omega}{dh} = \left(\frac{d\Omega}{d\epsilon}.\,\sin g + \frac{d\Omega}{d\lambda}.\,\cos g\right).\,\cos h$$

Substituant ces valeurs dans les formules précédentes, elles deviendront

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\sqrt{(1-b^2)}}{na^2} \times \frac{d\Omega}{d\gamma} + \frac{1-b^2}{na^2b^2}\,\beta \times \frac{d\Omega}{dc}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{\sqrt{(1-b^2)}}{na^2} \times \frac{d\Omega}{d\beta} + \frac{1-b^2}{na^2b^2}\,\gamma \times \frac{d\Omega}{dc}$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\cos h}{na^2\sqrt{(1-b^2)}} \times \frac{d\Omega}{d\lambda}$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\cos h}{na^2\sqrt{(1-b^2)}} \times \frac{d\Omega}{d\epsilon}$$

auxquelles on ajoutera ces deux

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{dc}$$

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{da} - \frac{1-b^2}{na^2b^2}.\left(\beta\,\frac{d\Omega}{d\beta} + \gamma\,\frac{d\Omega}{d\gamma}\right)$$

On voit que ces formules représentent les six variations sous une forme très-simple et en même temps symétrique. On y seroit parvenu directement si on avoit

donné d'abord aux quantités b, f, g, h la signification des lettres β, γ, ε, λ.

A l'égard de l'intégrale $\int \cos h dg$, qui entre dans la valeur de f par l'introduction de l'angle φ (nº 26), si on substitue pour $\cos. h$ la valeur équivalente $1 - \frac{\sin h^2}{1 + \cos h}$, elle deviendra

$$g - \int \frac{\sin h^2}{1 + \cos h} dg$$

Or

$$\sin h^2 = \varepsilon^2 + \lambda^2 ; \quad \operatorname{tang} g = \frac{\varepsilon}{\lambda}$$

donc

$$dg = \frac{\lambda d\varepsilon - \varepsilon d\lambda}{\varepsilon^2 + \lambda^2}$$

donc

$$\int \frac{\sin. h^2}{1 + \cos h} dg = \int \frac{\lambda d\varepsilon - \varepsilon d\lambda}{1 + \sqrt{(1 - \varepsilon^2 - \lambda^2)}}$$

et comme ε et λ ne sont exprimées qu'en sinus et cosinus d'angles, on pourra réduire en séries les sinus et cosinus de cette intégrale dans les valeurs de $\sin f$ et $\cos f$.

En désignant cette intégrale par Π, on aura

$$f = \varphi - g + \Pi ; \quad \text{donc } \varphi = f + g - \Pi$$

où l'on remarquera que $f + g$ est ce que les astronomes nomment la longitude de l'aphélie dans l'orbite.

Les formules précédentes sont surtout utiles lorsque les excentricités et les inclinaisons sont des quantités assez petites, comme cela a lieu dans notre système planétaire. En général, il est visible que les quantités β, γ, ε, λ seront dans tous les cas des fractions moindres que

l'unité, et que par conséquent la fonction Ω pourra toujours être développée en une série convergente relativement à ces quantités.

28. Pour appliquer ces équations aux variations séculaires, il n'y aura qu'à substituer, au lieu de Ω, la partie non périodique de cette équation. Soit A cette partie, c'est-à-dire le premier terme du développement de Ω en série de sinus et cosinus des anomalies moyennes $nt + c$, $n't + c'$, etc. des planètes m, m', etc.; car, comme Ω n'est fonction que de x, y, z, x', y', z', etc. et que ces coordonnées sont données par des sinus et cosinus des angles respectifs u, u', etc., lesquels dépendent des angles $nt + c$, $n't + c'$, etc. (n° 18), il est clair que le développement de Ω ne contiendra que les sinus et cosinus de ces derniers angles multipliés par des fonctions des élémens $a, b, f, g, h, a', b', f', g', h'$, etc. Ainsi A sera une pareille fonction, et l'on aura $\frac{dA}{dc} = 0$; de sorte que les quatre premières équations se réduiront à celles-ci, dans lesquelles j'ai substitué pour b et $\sin. h$ leurs valeurs en $\beta, \gamma, \varepsilon, \lambda$:

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\sqrt{(1 - \beta^2 - \gamma^2)}}{na^2} \times \frac{dA}{d\gamma}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = - \frac{\sqrt{(1 - \beta^2 - \gamma^2)}}{na^2} \times \frac{dA}{d\beta}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sqrt{(1 - \varepsilon^2 - \lambda^2)}}{na^2} \times \frac{dA}{d\lambda}$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = - \frac{\sqrt{(1 - \varepsilon^2 - \lambda^2)}}{na^2} \times \frac{dA}{d\varepsilon}$$

lesquelles serviront à déterminer les variations séculaires de l'excentricité, de l'aphélie, du nœud et de l'inclinaison.

Lorsqu'on regarde les excentricités et les inclinaisons des orbites comme très-petites, les variables β, γ, ϵ, λ deviennent très-petites, ainsi que leurs analogues β', γ', ϵ', λ', etc. On peut alors réduire la fonction A en une série ascendante, par rapport à ces quantités; et si l'on s'arrête aux secondes dimensions, ce qui suffit pour la première approximation, on aura des équations linéaires semblables à celles dont j'ai donné l'intégration et la résolution complète pour toutes les grandes planètes dans les *Mémoires de l'Académie des sciences* de 1774, et dans ceux de l'Académie de Berlin de 1782.

Enfin, comme $d\varphi$ est la variation instantanée du lieu de l'aphélie dans l'orbite, si on y ajoute la variation instantanée dc de l'époque de l'anomalie moyenne, on aura $dc + d\varphi$ pour la variation instantanée de l'époque de la longitude moyenne, que nous désignerons par $d\theta$. Ainsi on aura par les formules du nº 26, en observant que $1 - b^2 - \sqrt{(1 - b^2)} = -\frac{b^2\sqrt{(1-b^2)}}{1+\sqrt{(1-b^2)}}$,

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{2}{na} \times \frac{d\Omega}{da} + \frac{b\sqrt{(1-b^2)}}{na^2[1+\sqrt{(1-b^2)}]} \times \frac{d\Omega}{db}$$

L'angle θ donnera la variation du mouvement moyen, dépendante de la variation de l'époque, et l'on aura la partie séculaire de cette variation en substituant la fonction A à la place de Ω.

Cette variation séculaire est insensible dans Jupiter et dans Saturne, comme je l'ai fait voir dans le *Mémoire sur les variations séculaires des mouvemens moyens des planètes* (*Mém. de Berlin*, de 1783); mais elle devient sensible dans la Lune, et donne l'explication de l'équation séculaire de cette planète, comme M. Laplace l'a reconnu le premier. Voyez les *Mémoires de l'Académie des sciences* de 1786, et ceux *de l'Académie de Berlin* pour 1792 et 1793, où j'ai donné l'application de mes formules à la Lune.

TROISIÈME MÉMOIRE

SUR LA MESURE DES HAUTEURS

A L'AIDE DU BAROMÈTRE,

Par L. Ramond.

Lu les 5, 12 et 26 décembre 1808.

On desire depuis long-temps que l'observation du baromètre soit appliquée au nivellement des plaines, comme elle l'est à la mesure des montagnes; rien même ne semble plus facile, et l'on s'accorde généralement à croire que l'objet seroit parfaitement rempli par la simple comparaison de moyennes barométriques pareilles à celles qu'on est accoutumé de déduire de toutes les séries d'observations dont la durée a été suffisamment prolongée. Ces moyennes suffisent en effet s'il ne s'agit que d'évaluations approximatives; mais pour peu que l'on aspire à l'exactitude et que l'on veuille savoir ce que l'on fait, on ne tarde pas à s'apercevoir que les conditions de ce petit problème sont beaucoup plus compliquées qu'on ne pense.

Des baromètres disséminés sur la vaste étendue des plaines, ne se comportent point comme deux baromètres placés, l'un au pied, l'autre au sommet d'une montagne

isolée. Je me contente à cet égard de rappeler ce qui m'est arrivé lorsque j'ai essayé de déterminer l'élévation de Marly-la-Ville au-dessus de Paris, et l'on peut voir dans mon précédent mémoire combien les écarts journaliers de la mesure ont jeté d'incertitude sur le résultat définitif de l'opération. Il étoit aisé d'en accuser les caprices de l'air, l'infidélité des instrumens, l'insuffisance de la méthode, et de rejeter le procédé lui-même dans la classe de ceux qui ne sont point susceptibles d'une certaine précision. La plupart des physiciens s'en sont tenus là, et n'ont demandé au baromètre que des à peu près dont ils se sont contentés. J'en aurois peut-être fait de même s'il ne s'étoit offert une occasion favorable de soumettre la question à un nouvel examen, de la considérer sous toutes ses faces et de la poursuivre dans ses moindres détails. Je me suis attaché à déterminer la hauteur d'un point remarquable, et j'ai apporté d'autant plus de soin à cette opération qu'une circonstance heureuse mettoit à ma portée un moyen d'en vérifier la justesse. Appuyé ainsi sur une base solide, j'ai pu juger la valeur de tous les incidens qui troubloient l'exactitude de la mesure. Dans le cours de mon travail il s'est présenté de nouveaux objets de considération, des problèmes curieux à résoudre. Quelque idée que l'on ait de la nature, on ne sauroit se figurer d'avance l'étendue du champ de méditation que l'étude de ses moindres lois ouvre à une attention sérieuse. La recherche des conditions qu'exigent les observations pour être comparables entre elles, m'a conduit peu à peu à examiner de plus

près les phénomènes des variations du baromètre. Bientôt l'influence de ces variations sur la mesure des hauteurs m'a ouvert une route pour aller à la recherche de leurs causes, et l'idée que je me suis faite de celle-ci a éclairci pour moi le mystère de quelques-unes des principales modifications de l'atmosphère.

Ainsi, ce qui étoit l'objet primitif de mon travail, a fini par en devenir un simple accessoire, et l'histoire d'une hauteur déterminée avec soin n'est plus que le cadre qui embrasse un assez grand nombre de considérations sur les précautions qu'exigent les opérations destinées à faire connoître les moyennes pressions de l'air, sur les circonstances qui peuvent en déguiser l'expression, sur les courans atmosphériques, sur les variations soit horaires soit accidentelles du baromètre, sur les conditions enfin qui circonscrivent et limitent l'emploi de la formule des différences de niveau, et sur les modifications que son coefficient devroit éprouver pour répondre à la diversité des heures, des saisons, des climats et des vents.

Je vais tâcher de développer ces considérations assez multipliées dans l'ordre le plus propre à en faciliter l'exposition. Elles se rangeront naturellement sous un petit nombre de chefs. Je commencerai par rendre compte des moyens que j'ai employés pour déterminer exactement l'élévation absolue de la ville de Clermont, je traiterai ensuite de la variation diurne du baromètre, puis de ses variations accidentelles, et des erreurs que ces variations introduisent dans la mesure des hauteurs.

Ces divisions embrasseront la totalité des questions que je me propose d'examiner, et la même suite d'observations suffira pour les faire naître et pour les résoudre.

PREMIÈRE PARTIE.

Élévation absolue de la ville de Clermont-Ferrand.

La ville de Clermont-Ferrand est située à une distance à peu près pareille de l'Océan et de la Méditerranée, sur un terrain d'alluvion probablement fluviatile, dans une lacune du vaste plateau de granit qui constitue le sol d'une partie du département du Puy-de-Dôme et de plusieurs départemens limitrophes, au voisinage enfin d'un grand nombre de cimes volcaniques, de plateaux de basalte, de cratères, de laves de divers âges qui s'étendent fort loin au couchant et au midi, et forment le groupe de montagnes le plus élevé et le plus remarquable de l'intérieur de la France.

Ces montagnes sont les monumens d'un ordre de choses très-rapproché du nôtre. Une partie des forces qui agissoient alors agit encore sur différens points de notre globe, et les effets ont entre eux tant d'analogie qu'il seroit peut-être difficile de distinguer l'une de l'autre en deux époques consécutives, si celle des volcans anciens n'étoit pas caractérisée par une formation contemporaine de pierres calcaires et d'aggrégats que nos eaux actuelles n'ont plus le pouvoir de produire.

La proximité de la période de temps où les volcans maintenant éteints ont brûlé, donne à leur étude un

intérêt tout particulier. Ce ne sont plus ces montagnes primordiales ou pélagiennes, production mystérieuse d'âges trop reculés et d'événemens trop extraordinaires pour être ramenées à la mesure de notre expérience et se ranger dans le cercle de nos idées; monumens gigantesques et muets qui se présentent au naturaliste sous le même voile qui couvre aux yeux du scrutateur de l'antiquité l'origine des peuples, leurs migrations primitives et les faits de ces siècles fabuleux que sépare de nous le long silence de l'histoire.

Ici tout semble à notre portée. L'analogie nous conduit par la main; la similitude qui règne entre les faits observés et ce qui se passe sous nos yeux, donne de l'appui au raisonnement, de la prise aux conjectures, du corps aux théories. Dans ce qui nous reste de cet ancien monde tout est encore à sa place; les événemens postérieurs n'ont point changé les positions respectives : la pensée restitue presque sans effort les parties que ces événemens ont altérées. Sur un pareil terrain les hauteurs absolues et relatives sont d'une grande valeur aux yeux du géologue; il en tire des conclusions aussi directes et aussi solides qu'elles sont indirectes et vagues pour les montagnes d'ancienne origine où des bouleversemens épouvantables ont substitué partout des hauteurs accidentelles aux hauteurs primitives.

Il étoit donc naturel qu'on s'occupât beaucoup de l'élévation des montagnes de l'ancienne Auvergne; mais ce que l'on a fait à cet égard est si peu exact que le travail n'en reste pas moins à faire. M. Delambre a

prouvé combien les évaluations de Cassini étoient exagérées. Je me suis assuré de mon côté que les différentes mesures qu'on nous a données depuis Cassini ne sont guère moins défectueuses. Il m'a paru intéressant de les fixer avec plus de précision, et j'ai dû attacher beaucoup d'importance à connoître l'élévation absolue de ma station, puisqu'elle me fournissoit un point de départ fort commode pour mesurer les hauteurs qui l'environnent.

Je pouvois sans doute conclure toutes ces hauteurs de celle du Puy-de-Dôme dont M. Delambre nous a donné une mesure exacte; mais la confiance même que cette mesure devoit m'inspirer étoit une raison de plus d'essayer encore une fois le baromètre dans une des circonstances les moins favorables à son usage. J'avois un point de comparaison qui se rattachoit au nivellement de la méridienne : il étoit curieux de voir jusqu'à quel point les différences de niveau déduites d'observations barométriques faites en plaine et à des distances considérables, approcheroient de la justesse des mesures géométriques.

J'ai donc abordé franchement la difficulté, en choisissant pour baromètre correspondant celui de l'Observatoire de Paris, et M. Bouvard a eu la complaisance de m'en transmettre exactement les observations.

A quatre-vingts lieues en ligne droite du baromètre de Paris, je ne pouvois assurément pas me croire dans la même atmosphère. Sans parler des modifications locales dont les effets n'embrassent que de médiocres éten-

dues, l'action même des vents généraux se modifioit par les conséquences de l'éloignement. Pour peu qu'ils soufflassent dans une direction voisine de celle de la distance, ces vents n'agissoient que successivement sur les deux instrumens; les oscillations du mercure n'étoient alors ni simultanées ni proportionnelles; il n'y avoit aucun fonds à faire sur chacune des observations isolément considérée; leur continuité seule devoit amener les compensations qui en couvriroient les écarts : c'étoient donc des moyennes barométriques qu'il s'agissoit de recueillir et comparer, pour en déduire la différence de niveau des deux stations, et la question se réduisoit à savoir quelles étoient les conditions à remplir pour que ces moyennes exprimassent exactement le rapport des pressions atmosphériques.

On a fait depuis un siècle tant d'observations météorologiques que cette question et toutes les questions subsidiaires qu'elle renferme seroient plus que résolues si les circonstances de ces observations avoient toujours été bien choisies et si elles avoient été faites avec l'exactitude requise.

Mais d'abord peu d'instrumens sont bons, et, dans les meilleurs, peu sont comparables. La seule différence de structure apporte déjà des différences notables dans la hauteur de la colonne de mercure; la manière d'observer en introduit d'autres. Tel observateur néglige de corriger le niveau du bain de mercure; tel autre, sans égard aux effets de la capillarité, prend la hauteur de la colonne à la base de sa calotte; presque tous s'obstinent

à dédaigner la correction de la température du mercure. Dans le petit nombre de ceux qui l'admettent quelques-uns adoptent un facteur insuffisant, et plusieurs autres y satisfont grossièrement en employant à cette correction la température de l'air extérieur, qui n'est presque jamais celle du lieu où le baromètre est enfermé.

Et si le matériel des observations mérite souvent peu de confiance, leur système logique est ordinairement encore plus en défaut. Le choix arbitraire des heures où l'on consulte les instrumens, et l'habitude où l'on est de confondre des observations que la variation diurne distribue en diverses séries, achèvent d'introduire l'incertitude et la confusion, en nous fournissant des résultats composés d'élémens hétérogènes, combinés en proportion indéterminée; résultats qui ne sont réellement analogues à rien, si ce n'est à ceux qui, par aventure, auroient été obtenus de la même manière et avec beaucoup de circonstances pareilles.

Lorsque l'on pèse la valeur de toutes ces causes de confusion et de trouble, on n'est pas surpris qu'il y ait si peu de conséquences exactes à tirer de nos tables météorologiques, et qu'il n'y ait rien de bien établi touchant les faits fondamentaux; que le poids absolu de l'air au niveau de nos mers soit encore en question; qu'on ignore si ce poids décroît uniformément du pôle à l'équateur, si ce décroissement est réel ou seulement apparent, et si enfin la moyenne pression, déterminée par un nombre suffisant d'observations, est pour le même lieu constante ou variable. Or, avant de construire des théories sur les

résultats souvent contradictoires qui nous viennent des diverses parties de la terre, on attendra sans doute des observations telles qu'on ne puisse raisonnablement suspecter ni la bonté des instrumens ni la méthode de l'observateur.

Sous le rapport des instrumens il n'y a d'exactement comparables que ceux qui ont été exactement comparés. Le degré de pureté du mercure, le diamètre du tube, son poli intérieur, et peut-être même la nature du verre, sont autant de causes de différences entre des baromètres d'ailleurs pareils en structure et sortis de la main du même ouvrier.

Sous le rapport de la méthode d'observation, il n'y a que deux manières, l'une absolue et l'autre relative, de déterminer pour un lieu la pression moyenne de l'atmosphère.

S'il s'agit d'une détermination absolue, les variations horaires font la loi. Le mercure monte deux fois et baisse deux fois dans les vingt-quatre heures. Il faut donc faire quatre observations par jour : le matin, le soir, après midi et après minuit, aux heures précises où l'oscillation périodique ramène le *maximum* d'élévation et d'abaissement, lorsqu'elle n'est point troublée par les variations accidentelles du baromètre. On conçoit que ces conditions ne sont pas faciles à remplir dans nos climats où des changemens de temps aussi subits que fréquens déguisent continuellement l'étendue des marées barométriques et l'époque de leur retour. J'ajoute, et l'examen de la variation diurne en fournira la preuve, j'ajoute

que la moyenne pression ainsi déterminée ne nous apprend rien de positif sur la pesanteur réelle de la masse d'air soumise à l'expérience, parce qu'il s'en faut de beaucoup qu'elles soient toujours proportionnelles, et qu'ordinairement même elles diffèrent trop entre elles pour que l'une puisse être considérée comme la mesure de l'autre.

Mais on n'aura ni la pesanteur moyenne ni la moyenne pression, si l'on emploie le procédé non moins assujétissant et beaucoup plus défectueux qui consiste à noter chaque jour la plus grande et la moindre élévation du mercure, aux heures quelconques où le caprice du temps amène ces extrêmes. Au lieu d'un élément variable on en a deux, la part de l'heure et celle de l'accident. C'est se créer de propos délibéré une difficulté de plus, et prolonger indéfiniment la période de temps où les compensations doivent se consommer. D'ailleurs les moyennes barométriques déduites de pareilles observations ne pourront jamais servir à déterminer exactement les différences de niveau; car le coefficient de la formule n'est et ne peut être fixé que pour une certaine heure, à l'exclusion de toutes les autres, et l'influence des heures qui lui sont étrangères est beaucoup trop variée pour que l'on parvienne aisément à connoître la modification qu'il faudroit lui faire subir pour l'assortir à cette combinaison mixte d'heures diversement agissantes.

Fixer pour nos climats la moyenne absolue des hauteurs barométriques, est une entreprise de longue ha-

leine et qui est sans objet pour la mesure des hauteurs. Une méthode moins exacte, mais dont on connoît au juste le défaut, est préférable à des méthodes en apparence plus exactes, et qui exposent cependant à des erreurs dont on ne peut juger l'étendue. Il est donc plus raisonnable de se contenter d'une évaluation simplement relative et comparable de la pression moyenne de l'atmosphère, surtout si le but peut être atteint par un procédé facile, si en outre les résultats de ce procédé sont fort approchans de ceux que l'on obtiendroit du procédé rigoureux, et si à tous ces avantages il réunit celui de fournir une base solide à la détermination des différences de niveau.

On satisfait pleinement à ces conditions au moyen d'une suite d'observations faites exclusivement à midi. Alors il n'y a de variable que la part des modifications accidentelles de l'atmosphère ; la quantité qui appartient aux oscillations horaires devient une constante du calcul. Non seulement cette méthode est expéditive et commode, mais elle est encore la plus sûre ; non seulement elle fournit des résultats comparables entre eux, mais l'élévation du mercure, prise un grand nombre de fois au moment de la culmination du soleil, est à si peu de chose près moyenne entre les variations de la journée, que l'on peut, sans erreur sensible, en conclure la pression de l'atmosphère, et il ne reste plus rien à desirer pour faire entrer cette évaluation en comparaison avec toutes celles qu'on se seroit procurées en divers lieux, de la même manière, si l'on a eu l'attention d'y joindre

de part et d'autre la moyenne température, non de la journée, mais de l'heure même où le baromètre a été observé.

Je sais bien que plusieurs physiciens ont révoqué en doute la nécessité d'une correction pour la température de l'air, lorsqu'il s'agit de comparer des moyennes pressions conclues d'un nombre très-considérable d'observations, et que la plupart des autres ont cru y satisfaire en associant entre elles des moyennes du baromètre et du thermomètre qui ne s'appartiennent point par l'identité de l'heure où leurs élémens ont été recueillis; mais je ne saurois me persuader que le concert des opérations soit moins requis et la correction elle-même moins indispensable pour une longue suite d'observations que pour chacune de celles qui la composent. Si l'air est un fluide qui se comporte à la manière des autres fluides, si ses couches tendent à l'équilibre, si sa surface cherche le niveau, si ses colonnes s'égalisent entre elles à mesure que le froid le contracte ou que le chaud les prolonge, certes deux de ces colonnes prises, l'une au pôle et l'autre à l'équateur, différeront en poids comme elles diffèrent en température, et l'on ne sauroit se passer dans les comparaisons de la connoissance d'un fait qui approprie les observations du baromètre au climat, à la saison et à l'heure même qui les ont fournies.

Tels sont les principes qui ont dirigé mes opérations. J'ai dû les exposer, soit pour établir le degré de confiance qu'elles peuvent mériter, soit pour les soumettre à l'examen et à la critique des physiciens qui seroient

tentés de se livrer à un semblable travail. Ces considérations m'autorisent à entrer de même dans le détail de mes procédés.

Si j'avois eu pour objet la détermination de la pression absolue de l'atmosphère, le baromètre à siphon étoit celui dont je devois adopter l'usage. Il est le seul qui donne la hauteur réelle de la colonne de mercure, lorsque ses deux branches sont d'égal diamètre, et cet avantage résulte de ce que les effets de la capillarité se compensent aux deux extrémités de la colonne. Mais cet instrument a l'inconvénient d'être d'un entretien difficile et d'un transport hasardeux, nonobstant les diverses améliorations que Saussure y a faites. Je me suis donc contenté de bons baromètres à cuvette, exécutés par Fortin. La structure en est moins compliquée et le transport très-facile. Leur unique défaut est de tenir le mercure un peu au-dessous de sa véritable hauteur, parce que l'action capillaire qui abaisse le sommet de la colonne n'a point de compensation dans la cuvette, où elle devient insensible. Mais comme il s'agissoit seulement d'une détermination relative, l'erreur me devenoit indifférente.

Le baromètre qui a été jusqu'à présent consulté à l'Observatoire, et qui m'a servi de terme de comparaison, est de même à cuvette, et il a un défaut de plus, la rectification du niveau s'y opère par émersion. Dans les instrumens où de pareils artifices sont employés, la rapidité plus ou moins grande avec laquelle le mercure superflu s'échappe, décide de l'élévation du niveau.

En effet, les molécules de ce liquide s'attirent mutuellement. Si l'écoulement est lent, une partie de celles qui devroient demeurer dans le réservoir sont entraînées de proche en proche par celles qui en tombent. Est-il rapide? alors la célérité de la chute surmonte l'attraction des molécules, déchire la nappe de mercure et laisse en arrière la couche de liquide dont un écoulement mieux gradué auroit sollicité la descente. Au reste, comme la main de l'homme est toujours le plus fidèle des instrumens, les irrégularités que l'on remarque dans la marche d'un pareil baromètre, cèdent à l'habitude que l'on contracte à la longue de le traiter toujours de même. M. Bouvard consulte le sien plusieurs fois par jour. L'uniformité du maniement détermine celle des résultats, et le soin avec lequel nous avions comparé nos instrumens, les rendoit pour nous parfaitement comparables.

M. Bouvard m'a fait passer régulièrement ses observations de midi, et y a joint, à ma prière, celles d'un thermomètre intérieur destiné à corriger la température du baromètre.

J'ai de même observé à midi, et la distance où Clermont se trouve du méridien de l'Observatoire est assez petite pour que nos observations puissent être regardées comme simultanées. Mais je n'en aurois pas usé autrement quand j'aurois été éloigné de Paris en longitude autant que je l'étois en latitude; car, sous un ciel différent, l'exacte parité des circonstances ne se rencontre dans aucun instant de la journée, et cet heureux concours

de l'identité de l'heure et de la conformité des accidens, qui constitue l'avantage des observations faites à proximité, ne peut être remplacé, pour celles qui se font à de grandes distances, que par la similitude de la circonstance qui domine ou modifie toutes les autres, savoir, la position du soleil relativement à l'horizon du lieu.

Je n'ai point prolongé indéfiniment le cours de mes observations. L'expérience m'a appris que chaque mois, chaque saison, influe sur les instrumens à sa manière. Il étoit naturel de regarder la révolution des quatre saisons comme un cycle où la plupart des compensations devoit s'opérer, et je me suis convaincu qu'en effet la durée d'une année ne pouvoit être arbitrairement restreinte ou étendue sans faire prédominer dans le résultat le caractère distinctif des saisons qui l'auroient exclusivement fourni ou qui s'y trouveroient plus souvent représentées. Le seul moyen de pousser plus loin l'approximation et de corriger l'erreur de l'année, étoit donc de recourir à une période de même espèce et d'ajouter une seconde année d'observations à la première. C'est ce que j'ai fait, et la marche des opérations a confirmé la justesse de cette règle.

La première année a commencé le premier juillet 1806. Elle devoit finir le 30 juin 1807; mais les observations ayant souffert quelques interruptions durant la belle saison, il a fallu les continuer jusqu'au 21 août pour compléter la part de l'été. Ainsi, dans l'espace d'un peu plus de treize mois et demi, il a été fait trois cent cinquante-

six observations réparties entre les quatre saisons en nombre à peu près pareil.

La seconde année a commencé le 6 octobre 1807 et fini le 5 octobre 1808. Celle-ci est complète et m'a fourni trois cent soixante-six observations.

Les observations de Paris sont en même nombre et correspondent aux mêmes jours, en sorte que les pressions atmosphériques comparées sont comparables jusque dans les derniers élémens qui concourent à l'expression moyenne.

Je les ai toutes calculées une à une. Il est presque inutile de dire que les deux stations étant éloignées de trois degrés en latitude, c'est à la latitude intermédiaire que j'ai dû rapporter la correction pour la variation de la pesanteur dans le sens du méridien. Je l'ai donc corrigée pour le quarante-septième degré nonagésimal, qui s'éloigne fort peu du parallèle moyen entre Paris et Clermont. Quant à la diminution de la pesanteur dans le sens vertical, la correction est suffisamment comprise dans le coefficient qui convient à ce parallèle, en supposant celui du quarante-cinquième degré égal à 18393 mètres, et je n'ai point cru nécessaire de recourir à la méthode exacte pour le grand nombre de calculs que j'avois à faire, puisqu'à compter du niveau de la mer jusqu'à une élévation de trois à quatre mille mètres, l'erreur de la méthode expéditive que j'ai proposée demeure renfermée dans de petites fractions du mètre, c'est-à-dire au dessous des moindres erreurs de l'observation.

Voici le résultat des deux années, les hauteurs du baromètre étant réduites à la température 12°5 du thermomètre centigrade, et la température de l'air exprimée en degrés du même thermomètre :

	PARIS.		CLERMONT.		HAUTEUR déduite.
	BAROM.	THERM.	BAROM.	THERM.	
	Millim.	Degrés.	Millim.	Degrés.	Mètres.
1re année. 356 jours.	757.22	+ 14.3	727.80	+ 14.0	334.39
2e année. 366 jours.	758.07	+ 13.5	727.87	+ 13.1	341.95
Pour 722 jours.	757.651	+ 13.89	.27.835	+ 13.54	338.23

Je m'arrête à ce résultat. Il est fondé sur un nombre d'observations assez considérable pour que celles d'une troisième année ne puissent y apporter des changemens bien sensibles. Il ne s'agit plus que de s'assurer s'il exprime réellement l'élévation de ma station au-dessus des salles de l'Observatoire où les baromètres sont placés. Le moyen de vérification consiste à faire entrer cette quantité dans la hauteur absolue que M. Delambre attribue au Puy-de-Dôme.

Il faut d'abord fixer l'élévation des salles de l'Observatoire au-dessus des moyennes eaux de l'Océan. Nous avons diverses évaluations : celles de Picard et de Pitot, consignées dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1703 et 1730, sont regardées comme un peu trop fortes. Cette hauteur au reste se compose de deux parties, savoir,

celle de l'Observatoire au-dessus de la Seine et celle de la Seine au-dessus de la mer. La première est admise sans contestation, et la salle des baromètres passe depuis long-temps pour être élevée de 23 toises ou 44.83 mètres au-dessus des moyennes eaux de la Seine au pont de la Tournelle. Quant à la pente de la Seine, je la trouve établie d'une manière assez concordante par deux procédés très-différens. Elle est de 103 pieds 6 pouces ou 33.62 mètres, à compter du même pont de la Tournelle, suivant un nivellement exécuté par M. Capron, ingénieur du canal de Dieppe, et rapporté dans la *Connoissance des temps* pour l'an 11. Cette même pente seroit de 30.83 mètres, selon le calcul de Biot qui la déduit d'observations barométriques. (Voyez son *Astronomie*, tome Ier, page 145.) Ces deux évaluations ne diffèrent pas de 3 mètres. La première porteroit à 78.45 mètres et la seconde à 75.66 l'élévation de la salle des baromètres au-dessus des moyennes eaux de l'Océan. Mais les opérations de M. Delambre tendoient à diminuer cette hauteur. D'après ses calculs qui sont fondés sur une suite de distances au zénith, le parapet de l'Observatoire est à 44.37 toises au-dessus des moyennes eaux de la mer à Dunkerque, et le toit de l'escalier est à 44.41 au-dessus des mêmes eaux. Ces deux mesures ne sont pas parfaitement d'accord, mais la différence entre elles est fort petite. M. Bouvard, qui a mesuré avec un soin extrême l'élévation du parapet et du toit au-dessus du pavé de la grande salle de la méridienne, trouve l'une de 14.005 mètres ou 7.186 toises, et l'autre de

16.525 mètres ou 8.48 toises; d'où il suit que la première opération donne pour la hauteur absolue de la salle de la méridienne 37.184 toises, et la seconde 35.93 toises. La moyenne est 36.56 toises ou 71.257 mètres. Enfin M. Bouvard a mesuré avec le même soin l'élévation du pavé de la salle de la méridienne au-dessus de celui de la salle des baromètres : il l'a trouvée de 7.25 mètres. Elle se réduit à 6.43 mètres pour la cuvette du baromètre, qui est à 0.82 au-dessus du sol. Donc l'élévation absolue du baromètre de l'Observatoire, déduite des opérations de M. Delambre, seroit de 64.83 mètres seulement.

Je prends un milieu entre les trois évaluations.

	Mètres.	Toises.
Élévation absolue de la salle des baromètres, conclue du nivellement	78.45	40.25
La même, conclue des observations barométriques,	75.66	38.82
La même, déduite des distances au zénith	64.83	33.26
Milieu entre les trois évaluations	72.98	37.44
Élévation relative de ma station	338.23	173.54
Élévation absolue de ma station	411.21	210.98
D'un autre côté, huit observations barométriques fort concordantes m'ont donné pour la hauteur du Puy-de-Dôme au-dessus de ma station	1066.16	547.02
Élévation absolue du Puy-de-Dôme, déduite de mes calculs	1477.37	758.00

Confrontons actuellement cette mesure avec la hauteur que les opérations trigonométriques de M. Delambre assignent à cette même montagne. Je trouve dans les

notes qu'il a eu la bonté de me communiquer, qu'une première opération la portoit à 766 toises; mais il la rejette comme suspecte. Deux autres opérations qui sont parfaitement d'accord réduisent cette même hauteur à 755.8, 757.2, 758.6 toises, suivant qu'il suppose la réfraction égale à 0.075, 0.080, 0.085 de l'arc de distance terrestre. M. Delambre penche pour la seconde appréciation; un doute s'élève dans l'esprit de notre savant confrère : il a cru reconnoître une erreur de 46 toises sur la distance déterminée par les opérations de la méridienne vérifiée. L'erreur ou son apparence pourroit provenir de ce qu'à l'une ou l'autre époque des observations le signal n'auroit pas été placé exactement au point le plus élevé de la montagne. La configuration du sommet et la situation du signal actuel justifient cette conjecture et me porteroient même à penser que jamais ces signaux n'ont été placés au point le plus élevé. Or, dans le cas où l'erreur de distance seroit réelle, sa conséquence seroit d'abaisser d'environ 2 toises chacune des hauteurs calculées dans les trois hypothèses de réfraction. L'élévation absolue du Puy-de-Dôme admet donc encore une incertitude de 5 toises, sans compter l'erreur qu'un nivellement opéré à l'aide de distances au zénith pourroit avoir introduite dans la hauteur assignée à la base même de l'opération. Mon évaluation trouve sa place dans cette limite, et il en seroit encore de même dans toutes les suppositions que je pourrois former relativement à l'élévation absolue des salles de l'Observatoire, seul élément indécis de mes calculs. Si

je me réduis uniquement à l'évaluation de M. Delambre, la hauteur du Puy-de-Dôme est de 754.3 toises; elle seroit de 759.3 si je n'admettois que le calcul de Biot; enfin, quand même je ferois concourir les mesures de Picard et de Pitot, cette même hauteur ne s'élèveroit encore qu'à 760 toises. Mon élévation au-dessus de l'Observatoire paroît donc bien établie; je puis compter raisonnablement sur la hauteur absolue que j'attribue à ma station, et au milieu des petites incertitudes qui affectent également les deux procédés, il est clair que la mesure barométrique lutte sans désavantage avec la mesure géométrique.

Assuré maintenant de mon point de départ, j'ai déterminé la hauteur des principaux points de la ville de Clermont, en faisant faire le nivellement du monticule sur lequel cette ville est bâtie. Ce nivellement, exécuté par M. Cournon, ingénieur en chef du département, m'a fait connoître l'élévation du sommet au-dessus de mon cabinet, et de mon cabinet au-dessus du seuil de l'ancien couvent des Minimes, lieu remarquable par la fameuse expérience de Pascal et ensuite par les opérations de Cassini.

Un autre nivellement m'a donné l'élévation du seuil des Minimes au-dessus des basses eaux de l'Allier, prises au *Pont-du-Château*.

J'ai ensuite porté le baromètre sur les points les plus intéressans des environs de Clermont. On trouvera à la fin de ce mémoire le résultat de ces diverses opérations. Cette partie de mon travail, qui pourra s'étendre peu

à peu sur tout le département, méritera peut-être quelque attention par le soin que j'apporte à disposer l'indication des hauteurs dans l'ordre le plus propre à faire ressortir les principaux faits géologiques. Je ne puis répondre de toutes ces hauteurs à 2 ou 3 mètres près, attendu que plusieurs n'ont été mesurées qu'une fois et ne l'ont pas été dans les temps les plus favorables; mais je suis certain que l'erreur est toujours fort petite et bien au-dessous de celle des mesures qu'on nous a jusqu'à présent données.

Au reste, si les hauteurs de Cassini sont excessives, il ne seroit pas juste d'en accuser ses opérations géométriques; et, par exemple, il n'a guère exagéré celle du Puy-de-Dôme en la fixant à 560 toises au-dessus de la terrasse des Minimes. Ce n'est qu'environ 18 pieds de trop, à quoi l'on doit, il est vrai, ajouter encore 4 à 5 pieds, parce que la partie du sommet qui est visible de Clermont, paroît être inférieure de cette quantité au point le plus élevé de la montagne. Or cette erreur s'explique facilement par l'effet de la réfraction, dont on ne tenoit point compte au temps de cet illustre académicien; et d'ailleurs il ne paroît pas que ses instrumens fussent assez exacts pour répondre d'une minute dans la mesure des distances au zénith. Mais lorsqu'il assigne à cette même montagne une élévation de 818 à 820 toises, on seroit en peine de savoir à quoi attribuer une erreur en excès de 60 toises, si l'on ne connoissoit la marche qu'il a tenue pour déterminer la hauteur du sol même qui servoit de base à ses opérations. C'est sur cette

hauteur que porte en entier la méprise, et elle est encore une conséquence de la réfraction, qui, négligée à chaque station, n'a cessé d'agrandir progressivement l'erreur dont elle étoit l'origine. Cette erreur, il ne pouvoit l'éviter, et il n'a pu la reconnoître à cent lieues du point d'où il étoit parti. Elle l'a donc poursuivi partout, et elle explique de même l'excès de hauteur qu'il attribue au Mont-d'Or, au Puy-Violan et au Cantal.

Le baromètre, même superficiellement observé, feroit difficilement de pareilles fautes, et du moins il les redresseroit bien vite, puisqu'on ne sauroit se tromper long-temps de 4 ou 5 lignes sur l'élévation moyenne du mercure. Ce n'est pas un petit avantage de notre méthode que celui de déduire les écarts possibles des mesures à des limites qu'ils ne peuvent outrepasser. On vient de voir aussi que la précision ne lui est point étrangère, puisque le baromètre a suffi pour déterminer très-exactement une médiocre différence de niveau entre deux points éloignés de plus de quatre-vingts lieues. Ce résultat m'a paru d'autant plus propre à intéresser la classe, qu'il a la sanction d'opérations géométriques également imposantes pour leur objet et par l'autorité des savans qui y ont concouru; et comme, dans l'observation de baromètres correspondans, un grand éloignement est la plus défavorable des circonstances, l'exemple que je produis est aussi le plus concluant qu'il soit possible de proposer pour justifier l'espérance que l'on a conçue d'appliquer utilement les observations météorologiques au nivellement de nos plaines.

Il me reste maintenant à prouver qu'on espéreroit en vain atteindre au même degré d'exactitude en s'affranchissant des règles que je me suis prescrites, et qu'on n'obtiendroit que de grossières approximations en suivant l'ancienne routine des observations barométriques. Je mettrai cette vérité dans tout son jour en traitant successivement de la variation diurne et des variations accidentelles du baromètre, de l'influence que le climat, les heures et les saisons exercent sur l'élévation du mercure, de la nature des modifications de l'atmosphère qui troublent la marche des instrumens, des erreurs que ces circonstances introduisent dans la mesure des hauteurs, et des limites assignées à l'emploi légitime de nos formules par la supposition même sur laquelle elles sont construites.

SECONDE PARTIE.

Variation diurne du baromètre.

Si le résultat final de mes observations m'a donné exactement la différence de niveau qui étoit l'objet de mon travail, on doit croire que ce n'est pas sans avoir opéré la compensation d'un grand nombre d'erreurs, et que les observations journalières ont présenté de fréquentes et fortes divergences dans tous les sens.

La distance qui séparoit les deux baromètres a sans doute augmenté ces écarts; mais pour être ordinairement moins considérables dans les observations faites à proximité, ils n'en sont cependant ni moins nombreux ni

moins remarquables ; et en effet, quelque petite que soit la distance horizontale, et quelque attention que l'on apporte de part et d'autre aux détails de l'opération, on ne sauroit la répéter à diverses reprises et mesurer plusieurs fois la même hauteur sans trouver des différences qui excèdent de beaucoup celles que l'on pourroit imputer à l'imperfection des instrumens ou à l'erreur de l'observation.

Ces différences appartiennent aux modifications que la colonne d'air a secrètement subies; elles signalent des variations plus obscures et plus cachées qui échappent aux conditions de la formule, et cette manifestation d'un désordre inaperçu ne laisse pas de devenir fort intelligible du moment où l'on réfléchit sur la marche des instrumens qui ont concouru à la produire.

D'abord la cause générale des erreurs est facile à reconnoître. La mesure des différences de niveau repose sur la supposition que l'air est tranquille et que rien ne trouble le décroissement régulier de la pression et de la température : toute rupture d'équilibre met la mesure en défaut.

Si ensuite on s'applique à classer et comparer les divers écarts d'une même mesure, on s'aperçoit bientôt qu'ils se rapportent à certaines circonstances de temps, à certaines dispositions de l'atmosphère qui ne se reproduisent presque jamais sans ramener à peu près les mêmes erreurs. Ainsi les hauteurs déduites des observations sont généralement plus fortes vers le milieu de la journée que le matin et le soir, l'été que l'hiver, dans les jours chauds

et sereins que dans les jours froids et couverts, par tels vents que par tels autres, et durant les fortes ascensions du baromètre que durant ses grands abaissemens; en sorte qu'en dernière analyse il y a un rapport très-marqué entre la variation des mesures obtenues à l'aide du baromètre et les oscillations soit périodiques soit accidentelles du mercure.

Ce rapport ne seroit-il qu'aperçu, et n'est-il pas plus probable, au contraire, que les deux faits se tiennent par la relation qui existe entre les diverses manifestations d'une seule et même action générale? L'explication enfin de l'un de ces deux effets ne mettroit-il pas sur la voie de l'explication de l'autre? Voilà ce que je vais tâcher d'éclaircir en examinant les variations horaires et accidentelles du baromètre.

Je commence par les variations horaires, et j'exposerai d'abord l'idée que je me suis faite de ce phènomène, sauf à voir ensuite jusqu'à quel point les faits justifient cette idée.

Supposons l'air dans un parfait repos et ses couches rangées de bas en haut, dans l'ordre des densités que leur assigne le décroissement régulier de la pression et de la température : le baromètre seroit immobile; mais cet état ne pourroit subsister qu'un instant. La révolution diurne du soleil, en échauffant successivement diverses parties de la terre, suffiroit pour exciter dans l'atmosphère des dilatations et des contractions alternatives qui se feroient apercevoir dans les oscillations du mercure. La révolution annuelle de cet astre combineroit

ensuite son action avec celle qui détermine la variation journalière, et la diversité des climats modifieroit d'une manière propre à chacun les effets de ces causes générales.

Dès lors le mouvement est imprimé, il n'y a plus de terme aux agitations de l'Océan aérien; ses colonnes, diversement échauffées et refroidies, se repoussent, s'attirent, retombent les unes sur les autres; les vents naissent; le poids de l'air varie pour chaque lieu, à chaque instant, et la balance barométrique oscille dans tous les sens. Cependant chaque effet partiel survit à sa cause, chaque mouvement se prolonge au-delà du terme où cesse l'action du moteur. Le lendemain ne retrouve plus les combinaisons de la veille, et l'année qui commence ne saisit les phénomènes que modifiés par l'année qui finit. Ainsi les mêmes influences se renouvellent sur des élémens autrement disposés; les événemens se croisent, se compliquent, se multiplient. Les années se ressemblent peu; les saisons ne se ressemblent plus. Partout surviennent des variations soudaines que nous appelons accidentelles, parce qu'elles sont imprévues, irrégulières, parce que nous ne pouvons suivre l'enchaînement des circonstances qui les ont préparées; variations tout aussi bien coordonnées entre elles que les premières causes dont elles sont les conséquences éloignées, mais que l'inquiétude humaine s'efforce de soumettre à la vaine science des présages, parce que les cycles qui en amènent le retour embrassent des durées dont l'observation n'a pu mesurer l'étendue.

Cependant, quelles que puissent être ces variations et quelque distante que soit leur origine, l'heure, la saison, le climat, exercent toujours sur elles l'influence actuelle et dominante de l'instant et du lieu qui en étend ou resserre les limites. Tout anomales qu'elles paroissent elles n'en renferment pas moins la part de la variation diurne, de la variation annuelle, de la variation locale, comme les tempêtes de l'Océan renferment l'effet des marées; et quoiqu'au milieu du désordre qui accompagne les oscillations accidentelles du baromètre, on n'ait encore aperçu distinctement que la première de ces variations périodiques, je ne doute pas que les autres ne finissent par se manifester à l'observateur assez patient pour entreprendre la longue suite d'observations qu'exige le dégagement de ces inconnues.

L'opinion qui consiste à regarder la variation diurne comme comprise dans les variations accidentelles, est la base de toutes les recherches que l'on peut entreprendre dans nos climats pour en évaluer l'étendue. Cette idée au reste n'est pas rigoureusement juste, et nous verrons que les modifications irrégulières de notre atmosphère ne déguisent pas les oscillations horaires sans y apporter en même temps quelques modifications; mais il n'en faut pas moins partir de la supposition absolue pour recueillir les faits qui serviront ensuite à la restreindre.

J'ai essayé de déterminer exactement pour nos climats la variation diurne : j'ai obtenu des résultats en général fort analogues à ceux que M. de Humboldt a

rapportés de l'équateur. Durant les beaux temps et quand rien ne trouble l'équilibre de l'atmosphère, le baromètre est le matin à sa plus grande hauteur; il descend un peu dans la matinée et davantage dans le courant de l'après midi : il remonte le soir; mais n'atteint pas ordinairement à la hauteur du matin, et redescend bientôt pour remonter de nouveau après minuit, et regagner peu à peu le *maximum* de son élévation. La régularité de ce mouvement est souvent altérée par les variations accidentelles; mais il est plus rare qu'il en soit entièrement masqué, et on le reconnoît distinctement les trois quarts de l'année. Quand il se dérange, c'est plus ordinairement le matin que le soir. Ainsi l'ascension du soir est plus constante que l'abaissement de la journée, et l'abaissement de l'après midi plus constant que celui du matin; d'où il suit que, dans une longue série d'observations journalières la moyenne barométrique du soir égale souvent celle du matin et lui est quelquefois supérieure.

Les dérangemens que la variation diurne éprouve s'annoncent par la prolongation de la période, qui est dans le sens de la variation accidentelle. L'abaissement commence plus tôt et finit plus tard quand le baromètre tend à baisser, et l'ascension périodique devance son retour et recule son terme lorsque le baromètre tend à monter. Enfin la variation diurne disparoît quand l'extension que reçoit la période favorisée est telle qu'elle efface totalement les limites de la période intermédiaire. Ces perturbations sont le signe le plus certain des changemens de temps; mais, pour profiter du présage, il

faut être en état de discerner l'instant où la variation horaire commence à être en défaut; ce qui ne peut avoir lieu qu'autant que l'on connoît d'avance son étendue exacte et l'époque précise de ses retours.

Plusieurs observateurs se sont occupés du soin de déterminer les circonstances du phénomène. Ils diffèrent presque tous entre eux, et ils peuvent avoir de bonnes raisons pour n'être point d'accord. Je crois que cette diversité d'opinions tient beaucoup moins aux erreurs de l'observation qu'à l'essence même des marées barométriques.

M. Cotte, que l'on peut assurément citer avec confiance, pense que le *minimum* de l'élévation du mercure correspond à deux heures après midi (1). Cependant les observations très-nombreuses que j'ai faites, soit dans les Pyrénées, soit en Auvergne, me persuadent que ce moment est un peu plus éloigné de celui de la culmination du soleil.

M. de Lacondamine a fixé le *maximum* et le *minimum* à neuf heures du matin et à trois heures du soir. Cette détermination est bien plus conforme à celle qui résulte de ma propre expérience; mais au temps de cet illustre académicien les instrumens et les méthodes n'étoient pas assez perfectionnés pour que j'ose me prévaloir de son autorité.

M. de Humboldt a fait un grand nombre d'observations de ce genre dans la partie du monde où l'état habituel de l'atmosphère leur est le plus favorable. Il trouve

---

(1) Humboldt, *Géographie des plantes*, p. 94.

de même le *maximum* à neuf heures du matin; mais l'époque du *minimum* lui paroît répondre à quatre heures ou même quatre heures et demie après midi; le *maximum* du soir à onze heures et le *minimum* du matin à quatre heures et demie après minuit. Les époques de ces variations horaires sont les mêmes, dit-il, soit sur les côtes de la mer du sud, soit dans les plaines de la rivière des Amazones, soit dans des lieux élevés de 4000 mètres, et elles lui ont paru indépendantes des changemens de température et des saisons (1).

Quant à l'étendue de ces oscillations, il la fixe comme il suit, le terme moyen étant désigné par z et la variation exprimée en fractions de ligne : à neuf heures du matin, $z + 0.5$; à quatre heures après midi, $z - 0.4$; à onze heures du soir, $z + 0.10$; à quatre heures du matin, $z - 0.2$. Ce qui donne pour l'abaissement du jour 0.9, pour l'ascension du soir 0.5, pour l'abaissement de la nuit 0.3, pour l'ascension du matin 0.7; et dans l'exemple particulier que M. de Humboldt présente ensuite, on remarque une variation encore plus forte, car elle excède une ligne dans tous les sens.

De mon côté, je trouve que les heures de la variation diffèrent suivant les saisons; que, pour l'hiver, elles sont, à très-peu de chose près, neuf heures du matin, trois heures après midi et neuf heures du soir; qu'en été l'abaissement paroît commencer dès huit heures du matin, se prolonger jusqu'à quatre heures, et ne recommencer qu'à dix, et que, durant le printemps et l'au-

(1) Humboldt, *Géographie des plantes*, p. 91.

tomne, les heures tropiques sont intermédiaires et inclinent plus ou moins vers celles de l'hiver et de l'été, suivant la température de la saison et l'état du ciel; mais que, dans cette transition, l'influence de huit heures du matin est la première en défaut, et fait promptement place à celle de neuf heures; que celle de dix heures du soir se dément un peu plus tard, et qu'enfin celle de quatre heures après midi prévaut encore quelque temps sur celle de trois heures, lorsque les deux autres ont déjà perdu leur empire. Au reste il s'en faut bien que l'instant où le baromètre commence à baisser ou à monter soit aussi nettement tranché ici que sous la zone torride. Le mercure ne passe d'un mouvement à l'autre que par degrés insensibles, et il y a toujours une petite période d'immobilité aux approches de laquelle la part de la variation est si peu de chose qu'en adoptant uniformément pour le printemps et l'automne les heures exactement intermédiaires entre celles de l'hiver et de l'été, on ne risque pas de faire une erreur de sept ou huit centièmes de millimètre sur l'étendue réelle de la variation moyenne.

Comme j'observe seul, il m'a été impossible de déterminer la variation nocturne avec une exactitude satisfaisante; car, dans nos climats, des mois entiers d'observations assidues ne suffisent pas pour limiter des quantités qu'une seule nuit de l'équateur offre dans toute leur pureté. J'estime cependant que l'heure critique qui suit minuit est à douze heures de distance de celle qui suit midi, c'est-à-dire vers trois ou quatre heures du matin, suivant la saison.

Voici le résultat de mes observations pour Clermont. Je prends pour terme de comparaison l'heure de midi, où la hauteur du baromètre n'excède pas beaucoup un milieu pris entre le *maximum* du matin et le *minimum* du soir. J'exprime ce terme par *m*. Trois mille deux cent quatre-vingt-une observations me fournissent les quantités suivantes :

	MATIN.	Midi.	APRÈS MIDI.	SOIR.	Abaissement.	Ascension.
Première année, 1216 observations.						
	Millim.		Millim.	Millim.		
Printemps.....	*m* + 0.50	*m*	*m* — 1.04	*m* + 0.40	1.54	1.44
Eté	*m* + 0.37	*m*	*m* — 0.51	*m* + 0.40	0.88	0.91
Automne	*m* + 0.42	*m*	*m* — 0.92	*m* + 0.23	1.34	1.15
Hiver	*m* + 0.38	*m*	*m* — 0.85	*m* + 0.30	1.23	1.15
Première année .	*m* + 0.42	*m*	*m* — 0.80	*m* + 0.35	1.22	1.15
Seconde année, 2065 observations.						
Printemps	*m* + 0.39	*m*	*m* — 0.72	*m* + 0.33	1.11	1.05
Eté	*m* + 0.32	*m*	*m* — 0.56	*m* + 0.33	0.88	0.89
Automne	*m* + 0.33	*m*	*m* — 0.41	*m* + 0.47	0.74	0.88
Hiver	*m* + 0.37	*m*	*m* — 0.36	*m* + 0.36	0.73	0.72
Seconde année..	*m* + 0.36	*m*	*m* — 0.51	*m* + 0.37	0.87	0.88
Année moyenne, 3281 observations.						
Printemps	*m* + 0.45	*m*	*m* — 0.85	*m* + 0.36	1.30	1.21
Eté	*m* + 0.35	*m*	*m* — 0.54	*m* + 0.37	0.89	0.91
Automne	*m* + 0.37	*m*	*m* — 0.54	*m* + 0.36	0.91	0.90
Hiver	*m* + 0.38	*m*	*m* — 0.46	*m* + 0.33	0.84	0.79
Année moyenne.	*m* + 0.38	*m*	*m* — 0.60	*m* + 0.35	0.98	0.95

La première année ne mérite pas autant de confiance que la seconde, parce que les observations ont été moins nombreuses, surtout après midi, où elles ont quelquefois manqué de suite, et parce qu'il y a eu plus de tâtonnement dans le choix des heures. Malgré ces défauts, il est cependant remarquable qu'on y retrouve une marche fort analogue à celle de la seconde année ; ce qui prouve que les principales circonstances du phénomène sont très-saillantes, même dans nos climats tempérés, et qu'il n'est pas très-difficile de les démêler.

Les résultats de la seconde année ont été obtenus, au contraire, après un examen attentif de la valeur des heures douteuses, et par des observations si constamment suivies que, dans le cours de l'année entière, elles n'ont pas été négligées un seul jour.

Cependant, comme il n'y a entre les deux années d'autre différence essentielle que l'étendue de la variation, et comme cette différence peut tenir à leur constitution particulière, il m'a paru convenable de prendre un milieu entre les deux séries, et les moyennes que je présente sont rigoureusement calculées sur le nombre d'observations que chaque année, chaque saison et chaque partie du jour ont fourni à la comparaison.

La première remarque à laquelle ce tableau donne lieu est que, dans nos climats, l'abaissement de la journée se réduit à la moitié de celui qu'on observe à l'équateur. Si le phénomène est sous l'empire du soleil, cette différence n'a rien qui doive surprendre.

Je remarque ensuite que chez nous l'ascension du soir

est à peu près égale à l'abaissement qui l'a précédé, tandis que sous les tropiques ces quantités diffèrent du simple au double. Ceci se rapporteroit encore à la marche du soleil qui balance également pour nous les effets du chaud et du froid dont l'équateur et le pôle subissent les extrêmes.

Enfin, je trouve que l'étendue des oscillations et l'instant de leur retour varient avec les saisons de l'année. Sous l'équateur, M. de Humboldt n'a point aperçu cette variation, et c'est tout simple, puisque, de son aveu, l'influence des saisons y est nulle (1). Il seroit fort étonnant que dans nos climats où l'obliquité du soleil imprime aux diverses époques de l'année un caractère si distinctif, le phénomène des variations horaires demeurât étranger à des changemens dont la masse entière de l'atmosphère est si puissamment affectée.

A en juger cependant par analogie, ce seroit ou l'été ou l'hiver qui auroit dû m'offrir la plus forte variation, et au lieu de l'observer dans l'une ou l'autre de ces saisons extrêmes, c'est au printemps que je la trouve. Mais comme le printemps est précisément la saison où le baromètre et le thermomètre éprouvent les variations les plus fréquentes, les plus soudaines et les plus considérables, tout ce que l'on peut raisonnablement inférer de cette apparente contradiction est que les marées barométriques sont modifiées jusqu'à un certain point par les agitations accidentelles de l'atmosphère, et il se

---

(1) *Journal de physique*, juin 1808, p. 421.

pourroit fort bien que l'étendue de ces marées fût en raison composée de la chaleur moyenne du climat et de l'intervalle compris entre les extrêmes du poids de l'air et de sa température.

Mais deux années suffisent-elles pour compenser tous les accidens qui troublent chez nous la variation diurne, et faire ressortir sans ambiguité ses véritables caractères? Voilà un doute qui ne peut être résolu que par des observations ultérieures; je n'ai donc garde de proposer les miennes comme décisives. Tout ce que je puis affirmer, c'est qu'elles ont été matériellement bien faites, et qu'on tenteroit vainement de vérifier ou corriger ces premiers aperçus, sans apporter dans ce genre de recherches les soins minutieux que j'y ai mis. Les moindres négligences deviennent considérables quand il s'agit d'aussi petites quantités, et il seroit fort inutile, par exemple, de chercher les traits caractéristiques du phénomène dans ces observations où la hauteur du mercure est notée sans égard à sa température, puisqu'il ne faut souvent que la part de la correction pour déplacer l'heure des marées et couvrir la variation toute entière.

Or, en attendant que l'on fasse mieux, il ne me paroît pas raisonnable de croire que la cause quelconque d'un phénomène météorologique agisse avec une énergie uniforme dans les diverses saisons de l'année et sur les différens points de la terre. Celui-ci dépend tellement du soleil que, de l'aveu de tout le monde, ses périodes sont marquées pour chaque méridien par le temps vrai ou la position de cet astre. C'est avoir avec sa marche

trop de rapports pour n'en avoir point d'autres. Les dissentimens mêmes qui se sont élevés entre des observateurs dignes d'une confiance pareille, ajoutent à la probabilité de ma conjecture : on n'auroit pu différer autant dans la détermination des heures critiques et de l'étendue des oscillations horaires, si la saison et le lieu n'étoient les élémens variables des résultats obtenus; et puisqu'enfin mes propres observations marchent dans le sens de ces vraisemblances et viennent à l'appui d'une théorie plausible, puisqu'elles établissent que l'étendue des oscillations est habituellement en raison de la marche du thermomètre, de l'irradiation solaire, de l'état du ciel, de la réverbération de la terre, il m'est permis de conclure, jusqu'à la preuve du contraire, que les marées barométriques ne sont indifférentes ni à la diversité des climats, ni à la succession des saisons, que l'astre qui les annonce est aussi celui qui les enfante, et que dans sa révolution il règle leur étendue comme il amène leur retour.

Considéré sous ce point de vue, le phénomène me semble se prêter à une explication fort satisfaisante. Tandis que le soleil est à notre méridien, il échauffe la partie de la terre comprise entre le lieu de son lever et celui de son coucher apparent. Supposons que cet échauffement se rende sensible depuis le cercle de neuf heures du matin jusqu'à celui de trois heures après midi. L'air se dilate, et la surface de cette portion de l'atmosphère s'élevant au-dessus du niveau des couches voisines, se décharge sur elles de cet excédent. Le baromètre baisse;

mais en même temps il monte nécessairement dans l'intervalle compris, d'une part, entre les cercles de trois et neuf heures du soir, et, de l'autre, entre ceux de trois et neuf heures du matin ; car, dans ces deux intervalles, l'air est condensé par le froid du matin et du soir, la surface de l'atmosphère se déprime, et cette dépression se comble peu à peu par le déversement des couches excédentes des deux régions voisines. Ainsi le mouvement se propage de proche en proche et se communique à la partie de l'atmosphère qui est comprise entre les cercles nocturnes. Le baromètre baisse depuis neuf heures du soir jusqu'à trois heures du matin, parce que l'air a perdu de sa densité par la diminution du froid qui a lieu au milieu de la nuit, et de sa hauteur par le tribut que ses couches supérieures ont payé aux deux régions limitrophes.

Une légère attention suffit pour pousser l'explication jusqu'aux moindres circonstances du phénomène ; elle rend raison des petites différences que l'on observe entre les abaissemens du jour et de la nuit, entre les ascensions du matin et du soir ; elle satisfait aux différences plus grandes qui existent entre les observations faites à des latitudes ou dans des saisons diverses. Je ne vois donc pas pourquoi l'on invoqueroit le secours de l'attraction de la lune dont l'influence est si petite sur un fluide aussi rare, et qui d'ailleurs ne peut expliquer des oscillations périodiques dont les retours n'ont aucun rapport avec les positions de ce satellite. M. Mutis cependant croit que les conjonctions et les oppositions de

la lune agissent sur les marées barométriques. Nous ne pouvons juger ses observations sans les connoître ; mais M. de Humboldt n'a pu apercevoir cette action à l'équateur où les oscillations du baromètre se réduisent pour ainsi dire aux seules variations horaires (1). En vain chercherions-nous à les démêler dans nos climats où les variations horaires sont à peine aperçues au milieu des variations accidentelles qui en déguisent incessamment la marche. Si de pareilles influences sont réelles, on doit croire qu'elles ne jouent dans le phénomène que le rôle subalterne d'incident, et les petites modifications qui leur appartiennent seront toujours des dernières qu'il sera possible de reconnoître et d'évaluer.

Au reste, dans tout ce qui précède, nous ne nous sommes appuyés que du témoignage d'un seul baromètre placé au bas de la colonne d'air, et il n'est pas douteux qu'un second baromètre placé à une certaine élévation dans la même colonne, n'ait quelque chose de plus à nous apprendre sur la nature de la modification qu'elle éprouve. L'expérience en est faite, et ses résultats sont remarquables : une longue suite d'observations de ce genre m'a appris que les formules appropriées à la mesure des différences de niveau, ne s'appliquoient exactement qu'à une heure déterminée ; ensorte que le coefficient qui convient à l'heure de midi, donne toujours les hauteurs trop petites le matin et le soir, et trop fortes dans l'intervalle compris entre midi et trois heures. Ce

---

(1) *Géographie des plantes*, p. 93.

fait est doublement précieux. D'abord la constance de l'effet prouve la constance de la cause : je l'ai observé par tous les temps, dans toutes les constitutions de l'atmosphère; et s'il appartient au jeu de l'oscillation diurne, il est certain que les variations horaires ne sont jamais supprimées en entier par l'intervention des variations accidentelles; ensuite, si l'erreur que l'on commet dans l'estimation de la différence de niveau est précisément celle qui doit avoir lieu dans l'hypothèse où la variation diurne s'explique par la raréfaction et la condensation alternative de la colonne d'air, cette erreur de mesure ajoute à la probabilité de la supposition le surcroît d'une nouvelle preuve, et donne à la solution du problème le caractère de la démonstration rigoureuse.

Or voici comment je conçois ce dernier fait. Une colonne d'air ne peut s'échauffer, s'alonger et se répandre sur les colonnes voisines, sans s'alimenter à sa partie inférieure d'un courant latéral qui est attiré dans le sens de la moindre résistance; la colonne entière acquiert un mouvement ascendant uniforme. Mais la même quantité de mouvement imprimée à une suite de tranches graduellement plus rares, diminue leur pression en raison inverse de leurs densités : les tranches supérieures perdent proportionnellement une plus forte partie de leur poids que les inférieures, et le rapport des pressions est augmenté. Ce même rapport est diminué, au contraire, durant les heures où la colonne d'air se refroidit et se condense. Alors le mouvement devient descendant et ajoute au poids des tranches dans une proportion qui

décroît à mesure que leur densité augmente. Dans le premier cas donc le baromètre supérieur est trop bas, dans le second il est trop haut, eu égard à la pression qu'indique le baromètre inférieur et à la température qu'accusent les deux thermomètres correspondans.

Je me trompe fort, ou ces considérations présentent sous un nouveau point de vue les observations d'après lesquelles MM. Toaldo, Polini et Carlini ont cru pouvoir conclure que la pesanteur moyenne de l'atmosphère tend à décroître (1). Je suppose que les observations comparées soient parfaitement comparables, que les instrumens aient eu constamment une marche fidèle, qu'on les ait toujours observés avec le même soin, et que des observateurs différens n'aient pas eu des méthodes d'observation différentes; je suppose, en un mot, ce que personne peut-être n'est en état de certifier; il reste encore à savoir si les pays où ces observations ont été faites n'auroient pas subi, par des causes locales, quelque changement de température; si de nouvelles cultures, si des défrichemens, si la destruction des bois ou le desséchement des marais, n'auroient pas favorisé les effets de l'irradiation solaire et accru la vitesse des courans ascendans; car il suffiroit d'une de ces circonstances pour que le baromètre eût descendu de sa hauteur sans que l'atmosphère eût perdu la moindre parcelle de sa substance et la plus petite portion de son poids.

---

(1) Humboldt, *Ansichten der natur.* Tome 1, p. 243.

Nous avons un grand et bel exemple de cette action à l'équateur, où M. de Humboldt a trouvé le baromètre d'une ligne plus bas qu'il ne paroît être au niveau de nos mers d'Europe. L'excès de chaleur de l'atmosphère des tropiques ne rendroit raison que d'un trente-cinquième environ de cette différence; point de doute que le reste n'appartienne aux courans ascendans qu'exige l'échauffement extrême de cette partie de la terre. C'est aussi l'avis de M. de Humboldt, qui s'exprime à ce sujet fort nettement dans son *Essai sur les réfractions astronomiques* (1). L'énergie de ces courans me paroît d'ailleurs démontrée par l'étendue des oscillations diurnes et par la petitesse de l'ascension du soir, comparativement à l'abaissement de la journée. Il y a même beaucoup de raison de croire que, dans ces climats brûlans, l'ascension du soir et du matin est produite sans l'intervention des courans ascendans, qui sont probablement étrangers à cette contrée, et seulement par la suspension passagère ou par le simple ralentissement du mouvement ascendant habituel.

Cette disposition de l'atmosphère équatoriale ne pouvoit échapper à la sagacité de l'illustre voyageur que nous venons de citer. Il en parle en termes encore plus formels dans le nouvel ouvrage dont il vient de publier le premier volume (2). Il attribue au courant ascendant l'élévation que les nuages affectent en passant au-dessus

---

(1) *Journal de physique*, juin 1808, p. 421.

(2) *Ansichten der natur.* liv. I, p. 172, 205 et 232.

des plaines de sable fortement échauffées par l'ardeur du soleil. Ce courant les soulève et les empêche de se résoudre en pluie; ils se groupent, au contraire, et se résolvent sur les montagnes herbeuses, parce que l'échauffement y est moindre et le courant vertical moins sensible. Enfin c'est encore, à son avis, le même courant vertical qui transporte certains corps légers jusque sur les plus hautes cimes, et il cite les papillons que Saussure et moi nous avons rencontrés parmi les glaces éternelles du Mont-Blanc et du Mont-Perdu.

Les nuages ne se comportent pas autrement chez nous, et ils éprouvent un balancement qui répond aux variations horaires du baromètre. On les voit ordinairement s'élever et se diviser vers le milieu du jour, se réunir et s'abaisser aux approches de la nuit. Quand même ce balancement ne seroit pas occasionné par les courans verticaux, au moins il reconnoîtroit une pareille origine et représenteroit visiblement ce mouvement oscillatoire de l'atmosphère. Mais comme la vitesse qui suffit aux effets que ces courans produisent est trop petite pour tomber sous les sens, il auroit été difficile d'en démontrer rigoureusement l'existence sans le secours des erreurs qu'ils introduisent dans la mesure des hauteurs, et ces erreurs serviront encore à déterminer la quantité de mouvement dont ils sont animés, quand nous aurons assez d'observations de ce genre pour connoître précisément les limites dans lesquelles leur action se renferme.

J'ai été curieux de voir ce que m'apprendroient à ce sujet cinq ou six cents observations du matin et du soir

que j'ai eu occasion de faire dans les Pyrénées. L'évaluation qu'elles m'ont fournie n'est qu'une approximation fort grossière, parce qu'elles ont été faites au sein d'une grande chaîne de montagnes où tous les vents prennent une direction oblique et deviennent eux-mêmes ascendans ou descendans, suivant l'aspect des pentes et le point du ciel d'où ils soufflent. Dans les lieux de cette espèce l'effet des vents horizontaux déviés de leur plan, se confond sans cesse avec celui des courans verticaux qui déterminent les oscillations horaires, et il n'est pas aisé de se mettre à l'abri de cette cause d'erreur; car il n'y a guère que les montagnes où l'on puisse faire en grand les observations destinées à corriger le coefficient de l'influence des heures.

Quoi qu'il en soit, j'ai trouvé qu'abstraction faite des perturbations accidentelles qu'il m'a été possible d'apprécier, les erreurs qui dépendent de la variation diurne ne s'étendent pas à moins d'un quarante-huitième de la hauteur mesurée. Si donc le coefficient de la formule avoit été approprié aux instans du jour où cet effet est nul, il ne faudroit que l'augmenter ou le diminuer d'un quatre-vingt-seizième pour en étendre l'usage aux heures où les courans verticaux sont au *maximum* de leur puissance; mais notre coefficient appartient à l'heure de midi, et cette heure fait partie de la période où le vent est ascendant : il a subi à notre insu la correction que cette circonstance exige. Essayons d'évaluer cette correction. A midi le baromètre n'a encore atteint que le tiers à peu près de son abaissement diurne : on peut

supposer que le courant ascendant n'a que le tiers de sa vitesse, et la quantité dont le coefficient est affoibli, eu égard à cette circonstance, seroit le tiers d'un quatre-vingt-seizième ou un deux cent quatre-vingt-huitième; les deux autres tiers formant un cent quarante-quatrième, continueront la diminution que le même coefficient doit subir pour être approprié aux heures qui suivent la culmination du soleil; mais il faudra l'augmenter d'un quatre-vingt-seizième plus un deux cent quatre-vingt-huitième ou d'un soixante-douzième, pour satisfaire à l'influence des heures du matin et du soir où le courant descendant est au *maximum* de sa force. Cette distribution de l'erreur totale entre les diverses parties du jour est jusqu'à présent d'accord avec mon expérience. Je me suis assuré que notre coefficient ne donne les hauteurs qu'un peu trop fortes entre midi et trois heures, tandis qu'il les donne considérablement trop foibles le matin, vers huit ou neuf heures, et le soir à neuf ou dix, et il m'a paru que la correction proposée faisoit assez bien cadrer entre elles les mesures prises à ces différentes heures. Cette correction, au reste, est nécessairement variable comme les lieux et les saisons, et il n'est pas bien certain qu'elle soit la même pour les grandes et les petites hauteurs. Peut-être faudroit-il l'augmenter pour ces dernières; j'ai cru le reconnoître, et cela porteroit à penser que la vitesse des courans verticaux, au lieu d'être uniforme, comme je l'ai supposé, se rallentit ou s'accélère un peu à mesure qu'ils s'éloignent ou se rapprochent de la terre.

Une première conséquence à tirer de ces faits, est que la pression et le poids réel d'une colonne d'air sont deux choses fort distinctes, et que le baromètre indique l'une sans que de cette indication on puisse tirer des inductions certaines sur l'autre; que la pression est inférieure au poids dans les régions, les saisons et les heures où dominent les courans ascendans, qu'elle l'excède au contraire dans les temps et les lieux où les courans descendans sont plus habituellement régnans, et que si ces deux valeurs parviennent quelque part à se confondre dans la même expression, c'est vraisemblablement dans les régions tempérées où le cours des saisons finit peut-être par compenser les actions opposées des vents ascendans ou descendans. Voilà une base logique pour comparer entre elles les moyennes hauteurs barométriques déterminées au niveau de la mer dans des climats différens, et cette comparaison pourra donner le rapport de la pression à la pesanteur, dans la supposition probable de l'égalité de hauteur des colonnes atmosphériques.

Une seconde conséquence à tirer de l'action des courans verticaux, est que le coefficient adopté pour nos contrées doit exagérer sensiblement les hauteurs que l'on mesure dans les lieux où les courans ascendans ont plus de vitesse, et qu'il faut lui faire subir une diminution quelconque pour l'approprier à la mesure des hauteurs comprises entre les tropiques. Il faudra, au contraire, l'augmenter de quelque chose pour l'employer vers les contrées polaires; car on ne sauroit douter que

les courans descendans n'y soient aussi prédominans que les courans opposés le sont au voisinage de l'équateur. Si la valeur de ces corrections étoit empiriquement établie par des suites d'observations exactes et faites dans des circonstances judicieusement choisies, elle fourniroit encore un élément précieux au calcul de la vitesse relative des courans verticaux et à la détermination du poids absolu de l'atmosphère.

Mais il y a plus : on ne sauroit espérer que, dans nos propres climats le même coefficient convienne également aux diverses saisons de l'année. Il a été déterminé pour l'été ; il est par conséquent un peu trop foible pour l'hiver, et cette insuffisance est au nombre des causes qui tendent, durant cette saison, à diminuer les différences de niveau que l'on déduit des observations barométriques. Et ce n'est pas tout : dans la saison même à laquelle il se rapporte plus particulièrement, il ne peut se comporter de même durant les jours sereins et chauds où la réverbération de la terre accélère le mouvement des courans ascendans et les jours où la chaleur rayonnante est diminuée par un temps pluvieux et un ciel couvert. Ceci explique une partie des variations journalières qu'éprouve successivement la mesure d'une seule et même hauteur.

Enfin il est évident que les moyennes hauteurs du baromètre et du thermomètre n'expriment immédiatement la différence de niveau entre deux lieux fort distans qu'autant que les climats ne sont pas eux-mêmes très-différens. Dans le cas contraire, le baromètre du pays le plus chaud sera toujours trop bas, eu égard à

celui du pays le plus froid, et l'on ne pourra calculer exactement les élévations respectives sans avoir fait subir ou aux hauteurs barométriques ou au coefficient de la formule une correction suffisante pour obvier à l'inégalité des pressions.

Voilà donc un nouvel élément reconnu dans ce coefficient déjà si complexe, et voilà quelques données qui pourront servir un jour à en apprécier plus exactement la valeur. C'est un objet très-intéressant de recherches, car le jeu des courans verticaux est certainement une des modifications de l'atmosphère qui a le plus d'influence sur les phénomènes météorologiques; mais on n'obtiendra quelque chose de précis qu'à force de recueillir et de comparer des observations faites dans cette vue. Il faudroit en avoir de toutes les parties de la terre; et pour peu que l'on ait présente à la pensée la multitude de circonstances qui influent sur une observation, pour peu que l'on songe à la complication des effets du climat, des saisons, des modifications anomales de l'atmosphère, de la réaction de la terre, de la nature des lieux, de la forme du sol et de la situation des instrumens, on conviendra qu'une suite d'opérations où il faut démêler, apprécier, écarter tant de causes de trouble et d'incertitude, est un travail qu'il est plus aisé de proposer que d'exécuter, et qui ne requiert pas moins de sagacité que de patience. Je vais aborder une de ses principales difficultés en traitant de l'influence des vents horizontaux sur les variations du baromètre et sur la mesure des hauteurs.

TROISIÈME PARTIE.

Variations accidentelles du baromètre.

On sait que le mélange de la vapeur diminue la pesanteur de l'air; mais on connoît aussi les limites dans lesquelles cette action se renferme et si on l'admet au nombre des causes qui déterminent les variations du baromètre, on n'ignore pas qu'elle est bien loin de satisfaire à leur étendue. Quand même l'air atmosphérique seroit susceptible de passer naturellement à l'état de sécheresse où nous l'amenons artificiellement, le retour de cet état à celui de saturation ne diminueroit l'élévation de la colonne de mercure que d'un soixantième à un cinquantième, selon la température du mélange. Mais l'expérience prouve que jamais l'air n'approche de la sécheresse absolue, et qu'il conserve toujours une forte dose d'humidité, ensorte que les variations habituelles de celle-ci expliqueroient à peine une variation d'un cent vingtième ou d'un centième; or les oscillations de la colonne de mercure parcourent chez nous une étendue égale à un dix-huitième au moins de sa hauteur totale, et le baromètre monte et descend souvent à contresens des augmentations et des diminutions d'humidité. Concluons donc que les effets de celle-ci sont contrariés par ceux d'une cause tellement prépondérante qu'après avoir compensé l'action de l'humidité, elle la couvre encore de l'excès de sa propre influence.

Une seule cause connue remplit cette condition : c'est la chaleur. Elle suffit parfaitement à toutes les varia-

tions du baromètre; car, dans nos climats où la température varie elle-même de cinquante degrés, il n'en faut pas la moitié pour expliquer tous les changemens qui surviennent dans le poids de la colonne d'air, pourvu que l'on suppose en même temps que la surface de l'atmosphère tend imperturbablement au niveau, et que ses colonnes s'égalisent entre elles à mesure que le froid contracte les unes ou prolonge les autres; supposition conforme à tout ce que nous savons de l'équilibre du fluide, et commandée, en quelque sorte, par un grand nombre de phénomènes météorologiques auxquels on ne sauroit donner une autre explication.

Cette supposition, je l'ai déjà employée plus d'une fois, et il est temps d'écarter la plusforte objection dont elle soit susceptible. Si la surface de l'atmosphère garde le niveau, si ses colonnes demeurent respectivement égales en élévation, comment se fait-il que les hauteurs moyenne du baromètre soient souvent aussi fortes en été qu'en hiver, et ne soient jamais différentes d'une quantité proportionnelle à la différence de température des deux saisons? La solution de cette difficulté se trouve, si je ne me trompe, dans une considération fort simple : la hauteur moyenne du baromètre n'est que la somme des variations divisée par leur nombre. Si donc il est dans la nature de l'été que la majeure partie des accidens tende à élever le mercure, et s'il est de la nature de l'hiver que les accidens les plus nombreux et les plus puissans tendent à l'abaisser, on concevra sans peine que les hauteurs moyennes approcheront de l'égalité, quoique dans

ces deux saisons une colonne d'air de même élévation ait successivement des densités fort différentes. Or cette disposition des saisons est non seulement possible, elle est necéssaire. Les variations que la densité de l'air éprouve sont renfermées pour chaque climat dans des limites déterminées : la moyenne densité, qui correspond à chaque saison, occupe un degré de l'échelle; plus elle approche des extrêmes, moins il y a de chances en sa faveur, et plus il y a d'accidens disposés à l'altérer en sens inverse de la modification habituelle. Je ne terminerai point ce chapitre sans fournir des preuves à l'appui de ce raisonnement.

La température d'abord et ensuite l'humidité, voilà les deux causes qui expliquent les variations du baromètre dans toute leur étendue et jusque dans leurs moindres détails, mais avec cette différence que la première est à tel point prépondérante qu'elle rend raison à elle seule de toutes les variations majeures, et qu'il n'y a besoin de recourir à la seconde que pour les modifications subalternes du phénomène principal.

Ce principe une fois posé, on se rend facilement raison du rapport qui existe entre les variations du baromètre et la direction des vents.

En effet, tout changement de température occasionne le déplacement d'une portion de l'atmosphère, et, quelle que soit son origine, la conséquence de ce déplacement est de transporter d'un lieu dans un autre la température de celui d'où le courant d'air est parti. Mais comme de toutes les circonstances qui font varier la chaleur,

celles qui dépendent des aspects solaires sont les plus puissantes et les plus générales, la diversité des climats est la seule cause des vents, et le point d'où ils soufflent décide de la température qu'ils amènent; toutes les fois qu'ils passent à notre portée nous reconnoissons que les vents du nord sont froids, que ceux du sud sont chauds, et que les vents du levant et du couchant ont une chaleur intermédiaire. C'est par le ministère de ces grands courans d'air que se propagent sur de vastes étendues les variations de température qui modifient le caractère propre des saisons. Quand cet ordre est interverti par l'effet de quelque production locale de froid et de chaud, quand le froid procède du sud au nord, ou le chaud du nord au sud, c'est un accident ordinairement circonscrit dans de médiocres espaces et borné à une courte durée.

D'un autre côté la marche du baromètre a un rapport si marqué avec la direction des vents, qu'il indique leur densité précisément comme s'il n'avoit à déposer que de leur température. Ceux du nord le soutiennent à la plus grande élévation; ceux du midi occasionnent les plus grands abaissemens, les vents du couchant le font moins descendre que ceux du sud, et les vents d'est s'élèvent moins que ceux de la région boréale. Cette règle paroît quelquefois en défaut, parce que les changemens de vent ne s'opèrent pas toujours dans la région qui est à notre portée. Si le baromètre descend beaucoup tandis que le vent paroît au nord, ou monte visiblement durant un vent du sud, c'est que le vent qui survient commence à déplacer les couches supérieures avant d'en-

tamer celles qui sont au-dessous. Celui que le baromètre indique par son abaissement ou son ascension, règne déjà dans les hautes régions et modifie à sa manière le poids total de la colonne d'air. En hiver, par exemple, il neige par un vent nord-ouest : ce vent saute tout à coup au nord-est; le froid augmente, et cependant le baromètre baisse. Il est clair que le nord-est n'est qu'un remout occasionné par l'invasion d'un vent directement opposé, par le sud-ouest, qui s'est déjà emparé des régions supérieures, et qui s'approchera peu à peu de la terre. Il arrive et repousse ou dissout les nuages que les vents boréaux avoient amassés. Le baromètre continue à baisser, le temps s'adoucit et il fait beau. Bientôt il remonte sans que la température paroisse changer : c'est le vent d'ouest qui envahit la moyenne région, la refroidit, décide la précipitation de l'humidité et amène les nuages et la pluie. Ainsi la succession perpétuelle de vents de température et d'humidité différentes, dont la plupart s'entrecroisent à notre insu au-dessus de nos têtes, explique à la fois les oscillations du mercure, la génération et l'absorption des nuages, la formation de la pluie, de la grêle et des orages; et la liaison que l'identité de la cause déterminante établit entre la production des météores et les variations du baromètre, est la base des pronostics que l'on tire de l'observation de cet instrument.

On ne m'objectera pas l'opposition qui règne souvent entre la marche du baromètre et celle du thermomètre. Le thermomètre ne fournit que des indications incom-

plètes, parce qu'il est rarement dans la région même où s'opèrent les principaux changemens de température ; et quand même les vents qui les occasionnent viennent à se rapprocher de nous, cet instrument ne répond encore que de ce qui le touche immédiatement. La terre, dont il ne peut s'éloigner, lui communique une température dont les variations sont toujours en retard sur celles qu'éprouve la température de l'atmosphère, et n'ont pas toujours la même origine. Tantôt ce sont des productions ou des absorptions locales de chaleur, tantôt des courans réfléchis, des lames d'air que les vents supérieurs repoussent ou appellent tour à tour, et de régions voisines et de contrées fort éloignées. On ne peut donc opposer les rapports de cet instrument au témoignage de celui qui indique imperturbablement la densité moyenne de la colonne d'air, et comme la chaleur est la plus puissante des causes qui font varier la densité, on peut dire qu'à cet égard le baromètre est plus thermomètre que le thermomètre même.

On n'objecteroit pas avec plus de fondement à la règle générale le désordre que les accidens jettent dans la marche des instrumens, lorsque, par de gros temps, des vents très-violens influent sur le baromètre d'une manière contraire à leur température. Il est aisé de se convaincre alors, par les oscillations du mercure, que la tempête a fait perdre à ces vents leur direction horizontale, qu'ils agissent comme ascendans ou descendans, et que le poids de la colonne d'air est augmenté ou diminué de la quantité dont ils la refoulent ou la soulèvent.

Je n'hésite donc point à regarder les vents comme la principale cause des variations accidentelles du baromètre. Elles sont très-considérables dans nos climats, parce que cette région, placée à une égale distance de l'équateur et du pôle, est le lieu où les deux températures combattent avec des forces pareilles. Elles sont moindres en été que dans les autres saisons, parce que c'est en été que ces deux températures opposées sont le moins différentes. Les variations sont presque nulles entre les tropiques, parce que, comme l'observe très-bien M. de Humboldt, les vents alisés y amènent constamment des couches d'une égale température (1), et ce qui prouve combien son explication est solide, c'est que vers les limites des tropiques les vents du nord qui soufflent impétueusement dans le golfe du Mexique, font monter le baromètre de cinq à sept lignes, phénomène extraordinaire dans ces régions, et que M. de Humboldt attribue, avec non moins de raison, à la couche d'air froid qui s'introduit dans cette chaude atmosphère (2).

Au reste, l'élévation à laquelle chaque vent soutient la colonne de mercure, subit elle-même des variations assez étendues, selon la température actuelle du vent, l'épaisseur du courant et la direction des vents qui soufflent au-dessus. Ainsi le baromètre pourra être assez bas par un vent du nord, s'il ne constitue qu'une couche mince et surmontée par des couches d'air plus tempé-

---

(1) *Géographie physique*, p. 90.
(2) *Ibid.* p. 93.

rées; et si des vents froids occupent la haute région, une couche peu épaisse de vents méridionaux n'occasionnera qu'une baisse médiocre. D'un autre côté, comme l'action des vents sur le baromètre dépend de leur densité, les différences d'humidité, lorsqu'elles seront extrêmes, pourront se rendre assez sensibles dans les vents d'une température modérée pour faire marcher le baromètre en sens contraire de leur chaleur spécifique. Enfin une absorption considérable d'humidité, occasionnée par l'action des rayons solaires, l'expression subite de cette humidité par une pluie abondante et soudaine, augmenteront ou diminueront quelquefois le poids de la colonne d'air, sans que le vent ait paru changer; mais ces accidens ne tiennent dans le phénomène général qu'un rang secondaire, et se rattachent même plus souvent au changement inaperçu des vents supérieurs, qu'ils ne forment exception aux règles de leur action ordinaire.

On prend la nature sur le fait dans les observations qui ont pour objet la mesure des hauteurs, et ces diverses combinaisons sont la source et la mesure des erreurs que les vents différens occasionnent.

L'expérience de plusieurs années m'avoit appris que les différences de niveau se trouvoient trop fortes ou trop foibles, selon que le vent souffloit du nord ou du midi : c'est précisément ce qui devoit arriver chaque fois que la même modification n'embrassoit pas la totalité de la colonne d'air.

En effet, supposons qu'un vent froid et dense vienne

déplacer les couches inférieures d'une atmosphère tempérée : le baromètre placé au bas de ces couches condensées montera ; celui qui sera placé plus haut montera moins, et ne montera pas du tout s'il est tout-à-fait au-dessus de ces mêmes couches. Les pressions indiquées par les deux baromètres cesseront d'être proportionnelles à l'élévation des colonnes comparées ; il y aura excès dans le rapport et excès dans la hauteur déduite. Si c'est, au contraire, un vent chaud et rare qui vient à raser la terre, le baromètre supérieur descendra moins que le baromètre inférieur, et ne descendra pas du tout s'il est au-dessus du courant : la différence des hauteurs barométriques sera très-petite, et la mesure de la différence de niveau péchera dans le même sens. Mais ce n'est pas tout, et il me paroît très-vraisemblable que la température des vents influe sur le parallélisme de leur plan avec la surface de la terre. Les plus légers paroissent disposés à monter, et les plus denses à descendre, sous des angles que leur vitesse détermine. La manière dont les vents du nord et ceux du sud portent les nuages, la marche de ceux-ci, le sens qu'affectent les oscillations du mercure, lorsque les uns et les autres soufflent avec impétuosité, tout ajoute à la probabilité de ma conjecture, et, si elle est fondée, l'influence que ces vents exercent sur l'élévation du baromètre et sur la mesure des hauteurs, est augmentée par l'effet d'une inclinaison qui s'ajoute à celui de la température.

La cause de l'erreur étant connue, on aperçoit d'un coup d'œil toutes les diversités que leur action peut

présenter. L'épaisseur de la couche de vent et la position des deux baromètres à son égard, déterminent d'abord ce que cette erreur peut avoir d'étendue, selon la direction et la nature du vent qui trouble l'observation. Elle sera d'autant plus considérable que le baromètre supérieur sera placé moins au-dessous ou plus au-dessus de la surface du courant; elle diminuera progressivement à mesure que la couche de vent sera plus épaisse et dominera davantage les deux observateurs; elle pourra devenir nulle dans le petit nombre de cas où le vent sera assez dominant pour atteindre jusqu'aux couches supérieures de l'atmosphère, circonstance fort rare, surtout pour les vents du nord qui tendent toujours à s'approcher de la terre, mais que j'ai observée plus d'une fois dans ceux du midi qui sont disposés à s'emparer des régions élevées.

Quant à la température des vents considérée, soit en elle-même, soit dans son rapport avec la température locale, on concevra aisément que les erreurs les plus fortes doivent être occasionnées par les vents du nord et du sud, parce qu'ils apportent dans nos climats les températures extrêmes, et par les vents les plus impétueux, parce qu'ils doivent à leur vitesse la propriété de perdre dans le trajet une moindre portion de leur température originelle; que, dans chaque saison, le vent dont la température est contraire à celle de la saison, sera aussi celui qui troublera le plus la mesure des hauteurs, et que l'hiver étant l'époque de l'année où il y a le plus d'opposition entre les températures des vents,

est aussi celle où les résultats présenteront le plus de divergence.

Il n'y a rien de changé à toutes ces combinaisons pour les observations faites à de grandes distances et dans le cas même où les deux atmosphères sont tout autrement modifiées. Sans doute si les colonnes d'air ne sont point analogues, si les vents qui soufflent aux deux stations se trouvent entièrement étrangers l'un à l'autre, et n'ont point entre eux le rapport de la superposition, la mesure de la hauteur sera exagérée ou affoiblie dans une proportion beaucoup plus forte qu'elle ne le seroit par les effets de la superposition; mais elle pêchera toujours dans le même sens, et il ne faut pas s'effrayer des écarts prodigieux que fait alors la mesure, car une suite d'observations suffisamment prolongée compensera tous ces écarts comme elle compenseroit ceux des observations faites à proximité, à moins que la différence des climats ne soit assez grande pour que la dissemblance des oscillations de l'atmosphère ajoute à ce désordre une cause constante et irréductible d'erreur.

Enfin les élémens de l'erreur seront sans nombre et sans mesure si l'atmosphère a plusieurs de ses couches en mouvement, si des vents différens s'entrecroisent, si plusieurs courans diversement dirigés glissent au-dessus des courans inférieurs, s'il y a des vents réfléchis dont la rencontre et les combats dépriment ou soulèvent la colonne d'air, circonstances inséparables du trouble de l'atmosphère, et qu'il suffit d'indiquer pour démon-

trer l'impossibilité de réduire à aucune règle le désordre des observations faites sous leur empire.

J'ai exposé l'effet ordinaire des vents horizontaux sur l'élévation du mercure et sur la mesure des hauteurs; il me reste à présenter des exemples, et je choisirai pour cela la série même des observations qui ont servi à déterminer la hauteur de Clermont. Il y a quelque chose d'agréable et je pourrois dire de piquant à trouver mes preuves dans une suite d'opérations où la grandeur de la distance et la petitesse de la différence de niveau sembleroient devoir jeter tant de confusion qu'on se croiroit plus que justifié par ces deux circonstances, si les résultats de l'expérience étoient en contradiction avec les inductions de la théorie.

Entre les deux années d'observations que j'ai faites le choix est indifférent, car les résultats sont identiques. Je me borne donc à présenter ceux de la première.

Je pouvois transcrire textuellement les trois cent cinquante-six observations qui la composent; mais comme l'évaluation des probabilités résultantes de la répétition des cas particuliers ne laisseroit pas d'être assez compliquée pour tout autre que celui qui a fait ces observations jour par jour et les a méditées une à une, j'ai dû me charger de la tâche de réduire les cas analogues à leur expression commune, et les observations au rang que les circonstances prédominantes leur assignent.

Cet objet est rempli par trois tableaux.

Le premier offre sous le même point de vue les

moyennes élévations du baromètre et du thermomètre aux deux stations, et les moyennes différences de niveau, calculées pour chaque mois, et dans chaque mois pour chacune des quatre divisions cardinales des vents.

Dans le second tableau la même opération est faite sur les quatre saisons.

Le troisième tableau enfin est consacré aux résultats généraux de l'année, et présente pour cette période la moyenne valeur des vents.

Ces tableaux sont fort clairs et fort concluans; cependant, pour être bien entendus, ils exigent encore quelques explications préliminaires.

On voit bien que l'influence des vents en est l'objet et son exposition la base; mais ils n'ont pas toujours été semblables aux deux stations. Quelques-unes des différences ont pu sans doute être la conséquence de l'éloignement; cependant il ne faut pas donner à cette circonstance plus de valeur qu'elle n'en a en effet. Un pareil éloignement est bien peu de chose pour les vents, et quelques mètres dans le sens vertical y apportent souvent plus de diversités que quatre-vingts lieues de distance. Je suis persuadé que la plupart de ces différences dérivent réellement de celle du niveau; et quand il en seroit autrement on n'en pourroit encore rien conclure contre les corollaires que je tire de ma supposition, puisque le rapport des pressions est troublé de la même manière et la mesure des hauteurs altérée dans le même sens, soit par la juxtaposition, soit par la

superposition des courans atmosphériques. Or, d'après les principes que j'ai établis, le vent qui influe principalement sur l'observation est celui de la station inférieure. L'indication des vents se rapporte donc exclusivement à ceux qui ont soufflé à Paris. Je ne les ai point spécifiés chacun en particulier; c'eût été fournir trop de chances à des erreurs qu'il est souvent malaisé d'éviter. Tout le monde inscrit avec confiance le vent sur l'autorité d'une girouette et sans se douter que de toutes les observations météorologiques celle-ci est la plus délicate et la plus difficile. Nulle indication fidèle à cet égard, si ce n'est la marche des nuages. Quelque attentif que M. Bouvard ait été, il ne sauroit répondre toujours d'un quart de vent; encore moins répondroit-il de n'avoir jamais confondu un vent direct et un vent réfléchi. J'ai cru pousser l'exactitude assez loin en les réduisant tous aux quatre divisions cardinales, et je me contente de les distinguer en boréaux, méridionaux, orientaux et occidentaux. Cette réduction d'ailleurs étoit d'autant plus convenable qu'on ne sauroit toujours assigner des influences bien différentes aux vents qui appartiennent à la même division, et qu'il n'est pas certain que le même air de vent ait constamment la même valeur dans les diverses saisons de l'année.

Mais on sait que pour nos climats le pôle du froid ne coïncide pas avec le pôle de notre hémisphère; il décline sensiblement à l'orient. Je me conforme à cette disposition en distribuant les vents comme il suit:

Boréaux	NNO....	N....	NNE....	NE
Orientaux	ENE....	E....	ESE	SE
Occidentaux . . .	OSO	O....	ONO....	NO
Méridionaux . . .	SSE....	S	SSO.....	SO

Quant à ce qui concerne les saisons, j'avertis que la variation de la température étant pour moi le phénomène capital dont tous les autres dérivent, j'ai formé mon calendrier comme j'avois composé la rose des vents, pour le climat où j'ai observé. Je place donc au premier mars le commencement du printemps, au premier juin celui de l'été, et ainsi de suite. Cette disposition au reste m'étoit plus commode et n'a pas d'ailleurs une grande importance.

Mes tableaux expliqués, il est facile d'y trouver la confirmation des règles que j'ai précédemment établies.

Et d'abord, en ce qui concerne les variations de la hauteur conclue des observations, rien n'est plus évident que l'influence des vents. Dans les moyennes, il n'y a pas une seule exception notable. Les vents boréaux ont donné les hauteurs les plus fortes; les méridionaux, les plus foibles. L'action des vents orientaux s'est rapprochée de celle des premiers, et les occidentaux ont toujours moins affoibli la mesure que ne l'ont fait les vents de la région méridionale. Quelque nombreuses qu'aient dû être, dans le cours de l'année, les causes de désordre dépendantes de la distance et les méprises qui n'ont pu manquer de se glisser dans la désignation des vents, l'influence de ceux-ci a encore dominé tellement la part de l'erreur, qu'il reste pour la sienne cinquante mètres

dans l'échelle des variations de la hauteur mesurée; car les vents boréaux ont porté cette hauteur à 363 mètres et les vents orientaux à 351; tandis que les vents occidentaux l'ont réduite à 331 mètres et les méridionaux à 313.

Si, de ce résultat général contenu dans le troisième tableau, ou remonte aux modifications particulières que les saisons y ont apportées, l'inspection du second tableau démontre que l'hiver est la saison où les vents méridionaux ont le plus affoibli la mesure, parce que c'est alors qu'il y a le plus d'opposition entre leur température propre et la température locale, et c'est à l'hiver aussi que correspondent les plus fortes mesures qui soient dues à l'action des vents boréaux, parce qu'à cette époque de l'année le refroidissement de la terre a secondé la condensation des couches inférieures de l'atmosphère. On voit aussi que l'hiver et le printemps sont les saisons où il y a le plus de divergence entre les résultats, et que l'été et l'automne sont celles où il y en a le moins, par la raison que dans les saisons froides les températures des vents sont au *maximum* d'opposition, tandis qu'à l'époque où la terre est généralement échauffée, ces mêmes températures tendent au contraire à s'égaliser. Enfin, en parcourant les moyennes générales qui correspondent, dans le second tableau, à chaque saison, et, dans le premier, à chaque mois, on reconnoît que la force ou la foiblesse de la mesure est en raison composée de l'action plus ou moins repétée des vents qui ont dominé et de la modification que la constitution particulière

de la saison ou du mois apporte à leur influence habituelle.

Ces diverses combinaisons de l'action que les saisons exercent sur les vents, et les vents sur la mesure des hauteurs, quoique assez nombreuses et assez compliquées, sont néanmoins si saillantes qu'elles se manifestent non seulement dans les résultats généraux d'une longue suite d'observations, mais presque toujours dans chacune de celles qui la composent. Les variations journalières qu'éprouve la détermination d'une seule et même hauteur, sont l'expression simple et nette d'un fait qui n'a rien de vague ni d'ambigu : elles indiquent les altérations que subit le rapport de la pression totale de l'air à la pression de la colonne interceptée. Cette colonne est saisie sur deux points; les causes de la perturbation agissent sous les yeux de l'observateur, et il est de la nature de l'opération de donner un signe très apparent à des quantités presque imperceptibles. L'observation simultanée de deux baromètres placés à différentes hauteurs est, pour la météorologie, une espèce de microscope composé qui amplifie énormément des dimensions que leur petitesse auroit dérobées à nos recherches.

Nous n'avons pas les mêmes ressources pour constater l'influence des vents sur l'élévation d'un seul baromètre : la pression totale de la colonne d'air, voilà tout ce qu'il indique. Quels que soient les élémens dont cette pression se compose, il n'a rien de plus à nous dire, et nous ne pouvons raisonner que conjecturalement sur ce qui se passe hors de notre portée. Cependant les modifica-

tions qu'éprouvent les couches supérieures de l'atmosphère ont leur part dans la hauteur où se soutient le mercure; mais cachées pour nous sous l'apparence du vent inférieur, elles agrandissent le cercle des variations qui lui sont imputées et confondent les limites posées à l'influence intrinsèque et réelle que chaque vent peut séparément exercer.

La marche du baromètre a donc ses obscurités. Dans les observations isolées, l'action sphérique des vents paroît souvent se démentir, et l'on ne sera pas surpris que dans les résultats mêmes d'une longue suite d'observations la valeur d'une cause aussi puissante se réduise à une foible expression; mais pour y être amoindrie elle n'en est pas moins tranchante, et l'on concluera seulement que cette cause a en effet bien de l'énergie, puisque le petit nombre de cas où elle se manifeste sans ambiguité couvre tous ceux où elle se déguise. Mes tableaux en administrent la preuve. Dans celui des mois on voit déjà les plus grandes élévations du baromètre du côté des vents boréaux et orientaux, les moindres du côté des vents occidentaux et méridionaux. Sur quarante-huit moyennes à peine sept ou huit sont en défaut, et ces anomalies achèvent de disparoître dans le dernier tableau où l'on voit que pour l'année entière les vents boréaux ont soutenu le mercure à 760.87 millimètres, les vents occidentaux à 758.75, que les vents occidentaux l'ont fait descendre à 757.56 et les méridionaux à 753.85. Je ne parle que du baromètre de Paris, parce que c'est à lui seul que se rapporte l'indication des vents.

Les hauteurs du baromètre de Clermont ne présentent pas des coupes analogues, parce que dans le même espace de temps il étoit soumis à l'influence de vents souvent très-différens.

Cet ordre des hauteurs barométriques est précisément celui de la température des vents qui leur correspondent; mais pour reconnoître ce même ordre de température dans les indications du thermomètre, il faut examiner de plus près les circonstances qui ont réglé la marche de cet instrument.

En effet, nous voyons bien dans le dernier tableau que les vents orientaux ont été plus chauds que les boréaux, et les vents méridionaux plus chauds que les occidentaux; mais nous y voyons aussi que les vents orientaux ont eu une température plus haute que les occidentaux et les méridionaux eux-mêmes; et non seulement cette singularité se représente dans les moyennes que renferme le tableau des mois; mais on y voit en mai, juillet et août les vents septentrionaux excéder en chaleur ceux de la région méridionale. C'est là ce qu'il s'agit d'expliquer et ce qui s'explique, ce me semble, d'une manière fort naturelle.

Les vents du nord et du levant ont soufflé deux fois plus souvent en été qu'en hiver; ceux du midi, deux fois plus souvent en hiver qu'en été. Les premiers ont régné avec le beau temps, les autres ont presque toujours été accompagnés de nuages et de pluie : donc les températures moyennes qui correspondent à l'indication de ces vents sont complexes et ne sont point comparables entre

elles. Celles des vents boréaux et orientaux doivent être considérées comme trop fortes, parce qu'elles appartiennent en majeure partie aux circonstances où la terre communique le plus de chaleur aux couches d'air qui sont en contact avec elle, et la température des vents occidentaux et méridionaux est comparativement trop foible, parce que son expression moyenne résulte d'observations faites pour la plupart dans les circonstances contraires.

Un coup d'œil sur le second tableau met une partie de ces combinaisons en évidence; on y voit qu'en été et en automne la chaleur de la terre tend à ramener les vents différens à une même température. Ils perdent quelque chose de leur caractère distinctif: c'est ce qui diminue alors l'étendue des oscillations barométriques et les écarts de la mesure des hauteurs. En hiver et au printemps des circonstances opposées ont des effets contraires: les variations du baromètre augmentent, et les quantités qui expriment la différence de niveau sont au *maximum* de divergence. Enfin, si l'on consulte le premier tableau, on reconnoît qu'à la fin de l'automne, en hiver et au commencement du printemps, les vents dépouillent leur déguisement pour reparoître dans l'ordre de leurs températures naturelles, parce que cette époque de l'année est celle où la température de la terre est le plus indifférente aux alternatives du beau et du mauvais temps.

La prédominance des vents méridionaux et occidentaux durant l'hiver, et la fréquence des vents opposés

dans la belle saison, donnent lieu à une dernière réflexion qu'il ne faut pas négliger, puisqu'elle justifie l'une de mes suppositions fondamentales. Il est bien clair à présent que les causes qui font baisser le baromètre ont agi plus souvent et plus fortement en hiver qu'en été, et qu'au contraire celles qui déterminent l'ascension du mercure ont agi en été plus fréquemment qu'en hiver. Si donc les moyennes hauteurs du baromètre sont pareilles dans les deux saisons, cette égalité apparente prouve jusqu'à l'évidence l'inégalité intrinsèque et réelle du poids absolu de l'air, et cette inégalité prouve à son tour l'égalité de hauteur à laquelle tendent ses colonnes à mesure que les variations de la température en changent les dimensions.

Enfin j'ai considéré la période annuelle comme opérant la plupart des compensations; mais la nature même des causes qui concourent à amener le résultat final, prouve qu'elle ne les opère pas toutes. Dans une année autrement constituée, dans une année, par exemple, où les vents méridionaux seroient moins dominans, et où les vents boréaux le seroient davantage, la moyenne du baromètre seroit plus élevée en hiver qu'en été, et la moyenne hauteur déduite des observations seroit plus forte. Or c'est précisément ce qui est arrivé dans la seconde année d'observations que j'ai faites : la moyenne barométrique de l'hiver a excédé de 0.78 millimètres celle de l'été, et la hauteur déduite a surpassé de 8 mètres celle que les observations de la première année avoient donnée; excès qui est dû à ce que durant l'hiver de cette seconde année les vents boréaux et orientaux

ont été plus fréquens dans le rapport de 26 à 16, les méridionaux et occidentaux moins fréquens dans le rapport de 65 à 74.

Au reste je suis persuadé qu'en essayant de fixer invariablement la hauteur de Clermont au-dessus de l'Observatoire de Paris, au moyen d'observations continuées pendant une longue suite d'années, je finirois par obtenir un résultat trop fort de quelques mètres. Mon opinion est fondée sur la position respective des deux lieux. Comme ils sont placés, l'un à l'égard de l'autre, dans le sens du méridien, les vents du midi arrivent un peu plus tôt à Clermont, et les vents du nord y arrivent un peu plus tard; d'où il suit que le baromètre doit y monter un peu plus tard et y descendre un peu plus tôt qu'il ne fait à Paris. Dans le nombre des erreurs que les vents horizontaux occasionnent, celle-ci est la seule dont aucun laps de temps ne puisse amener la compensation. Je crois donc pouvoir établir d'avance en règle générale que lorsque les deux baromètres correspondans seront fort éloignés l'un de l'autre, mais cependant observés dans des climats semblables, on trouvera les différences de niveau un peu trop fortes si la station la plus élevée est au midi ou au couchant, et un peu trop foible si la station la plus élevée est au levant ou au nord. Quand les climats, au lieu d'être semblables, sont différens, l'erreur aura lieu dans le même sens; mais elle sera considérablement agrandie par la diversité de condition des deux atmosphères, eu égard à la vitesse des courans verticaux.

CONCLUSION.

L'USAGE du baromètre, pour la mesure des hauteurs, a inspiré tour à tour trop et trop peu de confiance.

D'abord on ne soupçonnoit pas les erreurs qui pouvoient s'introduire dans les résultats obtenus par les observations les plus exactes et les plus régulières; ensuite on n'a plus vu de bornes à celles que pouvoit occasionner le caprice des variations de l'atmosphère.

Démêler ces erreurs, les qualifier et les circonscrire, telle est la tâche que je me suis imposée.

Il étoit impossible de mesurer un grand nombre de hauteurs sans s'apercevoir que la disposition des lieux et la situation des instrumens étoient pour quelque chose dans la justesse des mesures. Il étoit impossible de mesurer un grand nombre de fois la même hauteur, sans reconnoître de plus l'influence des diverses parties du jour et de certaines modifications de l'atmosphère. Enfin je ne pouvois essayer de comparer les erreurs aux circonstances de l'observation, sans me douter qu'elles se rapportoient à un petit nombre de causes principales auxquelles se rattachoient toutes les autres.

Rarement on consulte la nature avec un peu de persévérance, sans y trouver plus qu'on ne cherche. J'ai vu bientôt que si l'étude des modifications de l'atmosphère perfectionnoit l'art de mesurer les hauteurs, celui-ci ne rendroit pas de moindres services à la connoissance des modifications de l'atmosphère.

Quand on a douté qu'il fût possible d'assigner une valeur positive à certaines agitations de l'air et au désordre qu'elles jettent dans la marche des instrumens, on n'avoit pas bien songé aux ressources que fournissent les témoignages comparés de deux baromètres consultés à la fois sur deux points de la même colonne d'air. Mais pour entendre leur langage il falloit surtout réfléchir sur cette partie de l'observation qui consiste dans le choix des circonstances ; il falloit soumettre la logique des moyennes à un examen sévère, purger celle-ci des élémens discordans que l'inattention est accoutumée à y introduire, et restreindre à des propositions bien distinctes et nettement circonscrites l'emploi de ces formules de probabilité qui demeurent sans objet si les compensations qu'on leur demande ne s'appliquent exclusivement à des quantités du même ordre.

Des résultats aussi satisfaisans qu'inattendus ont été la récompense de mes précautions. J'ai vu un concert admirable s'établir entre les variations de l'atmosphère et des erreurs qui auparavant me paraissoient anomales ; je vis les unes servir d'indice et quelquefois de mesure aux autres, et toutes se réduire à un petit nombre d'effets généraux qui remontent eux-mêmes à une cause commune.

Maintenant une théorie fort simple et fort homogène lie pour moi tous les phénomènes entre eux.

La surface de l'atmosphère tend incessamment au niveau, et le poids de ses colonnes varie au gré des changemens qui surviennent dans la densité de ses couches.

Les variations de la température sont la principale cause de ces changemens.

Tout changement de température occasionne un vent ou dérive d'un vent qui transporte d'un lieu à un autre la température et la densité que lui a communiquée celui de son origine.

Or ces courans ne peuvent avoir que trois directions eu égard à la surface de la terre : ils sont verticaux, inclinés ou horizontaux.

Lorsqu'ils affectent la dernière direction, ils agissent par la différence qui se trouve entre leur densité et celles des couches qu'ils remplacent.

Lorsqu'ils affectent l'une des deux premières, l'effet de la vitesse ascendante ou descendante se combine avec celui de la densité.

Je trouve, dans ce petit nombre de données, de quoi expliquer d'une manière plausible, non seulement les erreurs que les lieux, les heures, les saisons, les climats et les vents introduisent dans la mesure des hauteurs, mais encore toutes les variations horaires, accidentelles et locales du baromètre, et la relation qui existe entre ces diverses circonstances est si bien établie, que de l'erreur qu'on a commise on peut conclure l'état de l'atmosphère, comme de l'état de l'atmosphère on peut conclure l'erreur que l'on va commettre.

Voilà, ce me semble, quelques obscurités éclaircies : il y en a bien d'autres à éclaircir; mais dans l'état où je laisse la partie de la science météorologique qui est du ressort du baromètre, il y a déjà quelque chose de

gagné, soit pour la mesure des hauteurs, soit pour la connoissance des variations de l'atmosphère. Celui qui mettra mon expérience à profit et mes conseils en pratique, consultera ses instrumens avec plus d'assurance et plus de fruit. Si la mesure d'une hauteur indéterminée repose sur une seule observation, il en aura noté exactement les circonstances, et connoîtra au juste le degré de confiance qu'il peut lui accorder. S'il essaie le baromètre sur une hauteur connue, les écarts de la mesure lui dévoileront les moindres altérations survenues dans l'équilibre des airs. Pour peu que de pareilles observations soient poursuivies avec constance et employées avec discernement, elles enrichiront la météorologie de nouveaux faits, plusieurs phénomènes seront mieux appréciés, diverses perturbations recevront une valeur déterminée, et beaucoup d'accidens qui troublent aujourd'hui le calcul rentreront dans son domaine.

Heureux si j'ai pu ajouter quelque chose à la science dans le lieu même où elle est née, au pied de cette montagne justement célèbre où le tube de Toricelli, interrogé par le génie de Pascal, a déposé pour la première fois du décroissement graduel des pressions atmosphériques ! De là l'ingénieux artifice qui place le point de départ de nos mesures sur une limite inconnue dont le lieu se perd dans l'immensité de l'espace ; qui saisit le plus indocile des élémens par la propriété la plus saillante de la matière, soumet son poids à la balance, transforme le poids en dimensions, et marque des sondes au fond de l'invisible Océan où nous vivons. La science a

ses lieux saints, elle a ses patriarches. Honneur au théâtre des expériences de Pascal! honneur à cette forte tête qui, imprimant à ses conceptions et à ses écrits l'imposant caractère des idées nettes et vigoureuses, nous a laissé à la fois et des sujets inépuisables de méditation et d'admirables modèles dans ce bel art d'écrire qui n'est si difficile que parce qu'il est inséparable du grand art de penser.

PREMIER TABLEAU.

MOIS.

NOMBRE DES OBSERVATIONS.	PARIS.		CLERMONT.		HAUTEUR déduite.
	BAROM. à 12°5.	THERMOM. centigrade.	BAROM. à 12°5.	THERMOM. centigrade.	
	Millim.		Millim.		
Mars. 31 observations.	757.03	+ 5.8	725.00	+ 5.0	352.7
Avril. 30 observ. . . .	757.01	+ 13.0	726.65	+ 12.7	343.7
Mai. 31 observ. . . .	757.16	+ 19.9	726.29	+ 22.0	337.4
Juin. 26 observ. . . .	760.33	+ 20.8	730.24	+ 20.4	349.1
Juillet 1806. 27 obs. . Juillet 1807. 10 obs. . 37 obs. .	756.45	+ 23.2	727.53	+ 21.5	339.2
Août 1806. 18 obs. . Août 1807. 10 obs. . 28 obs. .	756.58	+ 23.5	727.30	+ 22.0	343.9

PREMIER TABLEAU.

MOIS.

VENTS.		PARIS.		CLERMONT.		HAUTEUR déduite.
		BAROM.	THERMOM.	BAROM.	THERMOM.	
		Millim.		Millim.		Millim.
Boréaux . . .	24	758.00	+ 5.2	724.91	+ 4.6	363.5
Orientaux . .	1	754.06	8.8	724.05	9.8	336.4
Occidentaux .	4	752.77	5.7	724.01	3.0	316.5
Méridionaux .	2	755.48	10.8	728.57	10.8	302.2
Boréaux . . .	12	758.86	+ 11.0	727.44	+ 11.3	352.8
Orientaux . .	5	761.66	16.6	730.84	15.7	351.2
Occidentaux .	8	756.04	11.7	726.22	11.4	336.2
Méridionaux .	5	749.45	16.2	721.21	14.8	325.8
Boréaux . . .	5	762.54	+ 21.1	730.37	+ 26.0	376.7
Orientaux . .	5	756.97	23.6	726.04	25.2	365.7
Occidentaux .	4	757.24	17.0	726.85	21.3	352.2
Méridionaux .	17	752.00	19.1	725.00	19.9	314.8
Boréaux . . .	9	762.02	+ 19.3	730.15	+ 19.8	367.9
Orientaux . .	3	758.32	22.4	728.59	21.7	347.6
Occidentaux .	7	760.19	20.2	730.69	20.2	341.6
Méridionaux .	7	759.13	22.7	730.62	20.7	332.3
Boréaux . . .	6	758.09	+ 23.9	727.37	+ 23.9	362.0
Orientaux . .	4	758.12	26.5	727.93	23.5	357.0
Occidentaux .	18	756.92	22.1	728.36	20.4	333.3
Méridionaux .	9	753.72	23.4	725.77	21.2	328.7
Boréaux . . .	6	759.34	+ 26.0	728.86	+ 24.2	360.0
Orientaux . .	4	757.51	26.1	727.53	24.3	355.0
Occidentaux .	12	757.53	21.1	728.30	20.5	340.4
Méridionaux .	6	751.35	24.0	723.53	21.5	328.7

MOIS.

NOMBRE DES OBSERVATIONS.	PARIS.		CLERMONT.		HAUTEUR déduite.
	BAROM. à 12°5.	THERMOM. centigrade.	BAROM. à 12°5.	THERMOM. centigrade.	
	Millim.		Millim.		Millim.
Septemb. 26 observ. . .	759.34	+ 19.9	730.21	+ 18.4	336.3.
Octobre. 27 observ. . .	755.97	+ 13.9	726.42	+ 15.6	357.2
Novembre. 30 observ. .	756.81	+ 11.2	728.39	+ 10.8	319.1
Décembre. 31 observ. .	753.85	+ 10.0	727.21	+ 10.0	298.8
Janvier. 31 observ. . .	761.75	+ 3.8	730.53	+ 2.4	338.4
Février. 28 observ. . .	756.97	+ 7.5	728.57	+ 7.3	314.4

MOIS.

VENTS.		PARIS.		CLERMONT.		Hauteur déduite.
		Barom.	Thermom.	Barom.	Thermom.	
		Millim.		Millim.		Millim.
Boréaux . . .	6	764.34	+ 18.5	733.39	+ 16.3	353.1
Orientaux . .	2	759.49	20.3	730.35	18.8	336.9
Occidentaux .	9	757.73	17.2	729.24	17.1	327.1
Méridionaux .	9	757.60	23.5	729.06	20.9	333.9
Boréaux . . .	2	751.49	+ 12.7	721.08	+ 14.6	347.9
Orientaux . .	8	753.92	13.2	723.22	16.1	351.5
Occidentaux .	5	759.09	14.3	729.20	14.7	339.4
Méridionaux .	12	756.81	14.4	728.32	15.7	324.9
Boréaux . . .	1	771.65	+ 8.6	738.38	+ 6.5	362.6
Orientaux . .	4	763.60	6.5	731.86	8.5	349.2
Occidentaux .	11	755.73	11.5	726.99	10.6	323.3
Méridionaux .	14	754.64	12.6	727.78	11.9	303.6
Boréaux . . .	0					
Orientaux . .	0					
Occidentaux .	4	762.47	+ 11.2	733.87	+ 9.3	317.9
Méridionaux .	27	752.59	9.8	726.22	10.1	296.2
Boréaux . . .	9	771.07	+ 2.0	736.10	+ 0.6	372.6
Orientaux . .	5	763.92	1.4	732.47	4.1	339.5
Occidentaux .	11	761.75	5.4	731.32	3.4	331.3
Méridionaux .	6	745.91	5.4	719.09	3.8	297.8
Boréaux . . .	2	758.19	+ 3.0	724.17	+ 2.5	370.7
Orientaux . .	0					
Occidentaux .	15	756.99	7.7	728.30	6.8	317.5
Méridionaux .	11	756.70	7.9	729.72	9.0	299.8

SAISONS.

NOMBRE DES OBSERVATIONS.	PARIS.		CLERMONT.		Hauteur déduite.
	Barom. à 12°5.	Thermom. centigrade.	Barom. à 12°5.	Thermom. centigrade.	
	Millim.		Millim.		Millim.
Printemps. 92 obs. . .	756·40	+ 12·9	725·97	+ 13·2	345·1
Été. 91 obs.	757·60	+ 22·8	728·23	+ 21·3	343·6
Automne. 83 obs. . .	757·35	+ 14·8	728·32	+ 14·7	330·6
Hiver. 90 obs.	757·53	+ 7·0	728·77	+ 7·3	318·0

ANNÉE.

Année. 356 obs. . . .	757·22	+ 14·3	727·80	+ 14·0	334·4

N. B. Les hauteurs barométriques sont toutes réduites à la température 12°5 du thermomètre centigrade. Ces hauteurs, pour Paris, sont celles du baromètre à cuvette et à émersion qui étoit alors employé à l'Observatoire, et auquel le baromètre de Clermont avoit été comparé. Ces deux instrumens ne soutenoient point le mercure à l'élévation où on l'observe au baromètre à siphon appelé baromètre de Borda,

SAISONS.

VENTS.		PARIS. Barom.	PARIS. Thermom.	CLERMONT. Barom.	CLERMONT. Thermom.	Hauteur déduite.
		Millim.		Millim.		Millim.
Boréaux . . .	41	758.82	+ 8.8	726.31	+ 9.2	362.3
Orientaux . .	11	758.84	19.1	728.05	19.5	356.3
Occidentaux .	16	755.52	11.5	725.81	11.8	335.3
Méridionaux .	24	751.76	17.8	724.51	18.1	316.0
Boréaux . . .	21	760.12	+ 22.5	728.97	+ 22.2	364.1
Orientaux . .	11	757.96	25.2	727.96	23.3	353.8
Occidentaux .	37	757.73	21.4	728.79	20.4	337.0
Méridionaux .	22	754.80	23.3	726.69	21.1	330.0
Boréaux . . .	9	762.36	+ 16.1	731.21	+ 14.8	353.8
Orientaux . .	14	757.49	12.3	726.69	14.3	349.2
Occidentaux .	25	757.13	14.1	728.25	13.8	327.9
Méridionaux .	35	756.15	16.0	728.30	15.5	318.6
Boréaux . . .	11	768.72	+ 2.2	733.94	+ 0.9	372.1
Orientaux . .	5	763.92	1.4	732.47	4.1	339.5
Occidentaux .	30	758.93	7.4	729.76	5.8	321.3
Méridionaux .	44	752.70	8.7	726.13	9.0	297.2

ANNÉE.

Boréaux . . .	82	760.87	+ 12.2	728.57	+ 12.0	363.2
Orientaux . .	41	758.75	16.3	728.11	16.8	351.0
Occidentaux .	108	757.76	14.3	728.59	13.4	330.9
Méridionaux .	125	753.85	15.1	726.51	14.7	312.6

et qui est placé dans la salle du nord. Pour ramener nos hauteurs à celles de cet instrument, il faut les augmenter de 0,44 millimètres.

Les petites inexactitudes de calcul que l'on pourroit remarquer dans les moyennes résultent de l'élimination progressive des secondes et troisièmes décimales dans les quantités qui ont servi à la former.

Hauteurs mesurées aux environs de la ville de Clermont-Ferrand, dans un cercle d'un myriamètre et demi de rayon.

I. *Plaine actuelle de la Limagne.*

Le sol de cette plaine est une terre végétale livrée à une culture également riche et variée; elle est mêlée de fragmens de calcaire marneux et de débris volcaniques. On n'observe le sol naturel que dans le lit des ruisseaux et dans le flanc des éminences qui couronnent cette plaine au midi, au couchant et au levant.

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
1. *Cours de l'Allier* au *Pont-du-Château*	313·13	160·66
Cette hauteur est prise au niveau des basses eaux de la rivière; elle est déduite d'un nivellement qui rattache ce point à la station de mon baromètre. Le pont est élevé de 10 mètres au-dessus des basses eaux. Ici, le sol naturel est à découvert, ce sont de grands bancs de sables volcaniques agglutinés en une sorte de grès et remplis de pissasphalte qui en découle incessamment. On y trouve aussi de superbe calcédoine; ces bancs alternent avec des couches plus minces de calcaire marneux contenant de grosses coquilles fluviatiles.		
2. Ruisseau qui traverse la grande route du Pont-du-Château à Clermont, vis-à-vis *Lempde* . . .	337·35	173·09
3. Ruisseau du pont de *Lempde*, sur la même route . .	334·77	171·76
4. Ruisseau du pont d'*Albert*, sur la même route . . .	340·80	174·86
5. Ruisseau qui coule au pied du *Puy de Crouel*, du côté de l'orient, près de la même route . .	339·51	174·19
6. Cours d'eau du moulin, au-dessous des Ursulines de Mont-Ferrand	343·22	176·20
Les hauteurs n°s. 2, 3, 4, sont déterminées par le nivellement; les deux dernières par le baromètre; elles se confirment mutuellement.		

II. *Restes épars des couches qui couvroient le sol actuel et faisoient partie d'une ancienne plaine beaucoup plus élevée.*

Calcaires marneuses; sables tantôt granitiques, tantôt volcaniques, libres ou réunis par la pression, ou agglutinés par le pissasphalte; quelques bancs d'argille. Ces dépôts, quelle que soit leur nature, appartiennent à la même formation, car on les trouve ordinairement dispersés en couches alternatives. L'époque de leur naissance est celle où les débris des montagnes basaltiques et granitiques ont commencé à être chariés dans les eaux qui déposoient les bancs calcaires. Dans l'énumération des monticules qui appartiennent à cet ordre ne sont point mentionnés ceux que recouvrent des laves subsistantes. Il en sera question dans le quatrième paragraphe. Ceux-là ont principalement le calcaire marneux pour base, et il n'est pas certain que les grès volcaniques qui les environnent fassent partie de leurs couches. S'il venoit à se vérifier que ces grès leur fussent étrangers, ce fait bien constaté fixeroit nettement l'époque des premières éruptions des laves trapéennes, et la placeroit au milieu de la période où les terrains secondaires ont été formés.

	Élévation absolue	
	En mètres.	En toises.
7. *Puy de la Pège* ou de la poix	351.84	180.52
Petite éminence dont l'élévation n'excède pas douze mètres; elle est formée de brèche à fragmens volcaniques, où s'intercalent des couches de calcaire marneux; ces bancs ne sont point dans leur assiète originaire; ils paroissent renversés; il en découle spontanément une grande quantité de pissasphalte.		
8. *Puy de Crouel*	435.95	223.67
Brèche à fragmens volcaniques, mêlée de pissasphalte; calcédoine, bois fossile, un peu de calcaire marneux; les couches sont renversées et presque verticales; l'élévation de ce monticule au-dessus du ruisseau indiqué ci-dessus n°. 5, est de 96.44 mètres ou 49.48 toises.		
9. Clermont. Sommet du monticule, au seuil de la maison *Saint-Florent*	417.61	214.27

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
Hôtel de la préfecture, au premier étage. Station de mon baromètre	411.21	210.98
Cour du même hôtel et salles du rez de chaussée où MM. Biot et Mathieu ont mesuré la longueur du pendule	404.64	207.61
Place de Jaude. Seuil du couvent des Minimes, lieu de l'expérience de Pascal et des opérations de Cassini	391.87	201.06
Au bas de la ville, hors la barrière des Jacobins, à l'embranchement des deux routes de Riom et Billom	366.75	188.17

Terrain de transport; mélange de sables granitiques et volcaniques fortement tassés, un peu liés par les infiltrations et disposés en couches horisontales; parcelles d'asphalte solide; fragmens de bois fossile; quelques bancs calcaires du côté du nord; quoique le monticule n'ait qu'environ 51 mètres ou 26 toises d'élévation totale, il donne naissance à plusieurs sources abondantes, les unes d'eau pure, les autres fortement chargés d'acide carbonique, de chaux et de fer, et qui jouissent de la faculté incrustante à un degré tout à fait remarquable.

10. *Grès à couches bitumineuses*, au-dessus de *Chamalières*	467.83	240.03

Sables granitiques tantôt réunis par le tassement et l'infiltration, tantôt agglutinés par le pissasphalte, formant de grandes couches déposées sur le granit et un peu inclinées au levant; elles constituent un monticule peu apparent; on exploite les couches pissasphaltiques pour faire un ciment destiné à revêtir les terrasses.

11. Mont-Ferrand, *Mons ferreus*, du moyen âge. Ville ancienne réunie à Clermont	362.50	185.99

Cette hauteur est prise à la partie la plus élevée de la ville, derrière l'église, sur le sol de l'ancienne prison; le monticule est élevé de 19.28 mètres ou 9.79 toises au-dessus de sa base, prise du côté de

l'est, au cours d'eau indiqué ci-dessus n°. 6. Il paroît entièrement formé de couches calcaires marneuses.

	ÉLÉVATION ABSOLUE En mètres.	En toises.
12. *Mont-Juzet*, *Mons Jovis* des Romains. Côteau de vignobles voisin de Clermont	493.56	253.23
13. *Mont-Chagny*. Monticule qui fait suite au précédent, du côté de l'ouest	571.68	293.31

Mont-Juzet et Mont-Chagny sont des parties d'un seul et même dépôt, formé alternativement de couches calcaires, de banc de sable, de couches assez épaisses d'argile platique, et de bancs presqu'uniquement composés d'un fossile très-singulier; ce fossile a la forme tubulaire conique et représente les induses d'une larve semblable à celle des friganes. On voit souvent enveloppées dans ces induses une multitude de très-petites hélices et dont nous ne connoissons pas bien l'analogue. Tout porte à penser que ce sont les structures d'insectes et de vers vivans dans des eaux douces. Elles ont passé à l'état calcaire et forment des grouppes quelquefois rayonnans, d'un volume très-considérable. Le sommet de Mont-Chagny en est entièrement composé.

14. *Opme*. Village situé sur le terrain d'alluvion, entre Gergovia et le Puy-Girou	673.86	345.74

C'est l'un des lieux les plus élevés où le sol de l'ancienne plaine soit à découvert; couches calcaires, pechsteins remarquables et en grande abondance. Ce terrain fait partie de celui que recouvroient les basaltes. Il est fort douteux qu'il renferme des débris volcaniques, et il paroît appartenir aux plus anciens sédimens de l'époque dont les couches mêlées de sables et d'asphalte sont les derniers monumens.

III. *Sol granitique.*

Il forme un vaste plateau dont la superficie est très-inégale. La pente orientale est abrupte et s'élève brusquement à l'ouest de la Limagne, présentant un long rideau de montagnes creusées de courtes et profondes vallées. De là il s'abaisse insensiblement, constitue le sol des départemens occidentaux et se rapproche peu à peu du niveau de l'Océan. Ses couches paroissent culbutées

du côté de la Limagne. Il y a beaucoup de granits décomposés, des kaolins souillés de fer, des granits veinés, quelques cornéennes, beaucoup de filons qui renferment ordinairement de la baryte sulfatée et souvent de la galène. Les vallons qu'on y remarque paroissent avoir été creusés après la formation du terrain d'alluvion et de transport; car on n'y rencontre aucune trace de ces sédimens, quoique les amas qui en sont formés soient beaucoup plus élevés que ne l'est l'embouchure de ces mêmes vallées.

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
15. *Ceyrat.* Village au sud de Clermont	573.64	294.32
Ce point est choisi comme l'un des moins élevés où le granit soit à découvert.		
16. *Le Puy Châteix.* Ainsi nommé d'un château qu'y avoient les dauphins d'Auvergne	608.33	312.12
Cette petite montagne est en entier une portion de filon que coupe le vallon de Royat. On le retrouve à l'opposite, c'est-à-dire au sud du village de Royat où il se soutient à une hauteur fort approchante, savoir celle de	578.71	296.92
Ce même filon se prolonge au sud dans une direction qui paroît le porter vers Gravenère, volcan moderne dont il est question ci-après, n°. 36. Les substances qui les composent ont une grande analogie avec celle des laves des volcans voisins. La cornéenne y tient une grande place et le fer y est très-abondant. On y trouve, en outre, une quantité notable de feldspath et beaucoup de baryte sulfatée.		
Un éboulement du Puy-Châteix, au-dessus de Royat, est semé de graines de seigle, de froment, de pois, etc., légèrement carbonisés. C'est ce que le peuple appelle les *Greniers de César.* On attribue, avec beaucoup de vraisemblance, l'origine de ces grains à l'incendie des greniers du château qui couronnoit la cime du Puy.		
17. *Orcines.* Village	846.64	434.39
Ce village est dominé à l'ouest par une éminence; mais le lieu où il est placé, peut être considéré comme l'élévation moyenne du plateau de granit.		
18. *Charade.* Village	852.11	437.19
Il est situé sur le granit, et au pied de la mon-		

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
tagne volcanique de même nom, qui le domine d'environ 68 mètres. Voyez ci-dessus, n°. 35.		
19. *Manson*. Village situé au pied de l'éminence mentionnée ci-après	892·42	457·88
20. *Puy de Manson*. L'un des points les plus élevés du plateau de granit	1008·97	517·68
21. *Fontana*. Village. Point le plus élevé du village . .	788·07	404·33
Moulins sur le ruisseau pris vers le milieu de sa pente	766·48	393·26
Sommet du monticule auquel le village est adossé	820·13	420·79
C'est au ruisseau de Fontana que les anciens prenoient les eaux qui ont autrefois abreuvé Clermont. On retrouve de grandes portions de leur aquéduc, depuis le village jusqu'au milieu de la vallée de Villars.		
22. *Le Cheix*. Hameau composé de quelques maisons.	772·59	396·39
Ce hameau est situé sur la pente d'une éminence granitique, au point où le granit se recouvre d'immenses dépôts de pozzolane qui comblent en partie un vaste bassin compris entre Fontana et Villars. Ce bassin est fermé au nord par le courant de la lave de Pariou, et dans le reste de son pourtour par les saillies du granit. La hauteur du hameau est prise au-dessous du domaine supérieur dont les bâtimens sont en partie abandonnés.		

IV. *Basaltes et vieilles laves denses, déposés, soit sur le sol granitique, soit sur le terrain d'alluvion.*

Les couches et dépôts de cet ordre qui subsistent actuellement ne sont que les lambeaux d'anciens terrains que des accidens ont détruits en partie avec le sol même qui les supportoit. A quelque point cependant que ces dépôts soient morcelés, on devine sans peine la contiguité originaire de plusieurs d'entre eux, et en consultant leur disposition générale, on les voit naître sur le sol granitique, s'étendre de là sur le sol secondaire, et s'abaisser à mesure qu'ils s'éloignent du lieu de leur origine, comme le feroient des courans lentement entraînés sur un sol d'inclinaison médiocre. Mais s'il est aisé de

concevoir dans ce sens la continuité des dépôts basaltiques que l'on trouve actuellement épars, on ne sauroit les réunir de même dans le sens latéral et en faire par la pensée une immense nappe dont les couches auroient été déposées à la manière des couches aquiformes qui leur servent de base. Ces dernières, quoique maintenant séparées par l'excavation des vallées, se retrouvent partout à des élévations pareilles; celles-là au contraire sont placées à des hauteurs trop différentes pour avoir jamais fait partie d'un seul et même dépôt. Il est évident que les basaltes ont coulé dans les bas-fonds d'une ancienne plaine fort élevée : ils occupent actuellement les hauteurs, parce que les intervalles sont étroits. Ils l'ont été par une grande catastrophe; car on s'assure aisément que c'est à un seul et même événement qu'il faut attribuer le morcellement des couches basaltiques, la séparation qui existe maintenant entre le terrain primitif et le terrain secondaire, la réduction de leurs débris en sable et l'excavation des vallées qui sillonnent aujourd'hui les deux terrains. Cet événement est antérieur à l'éruption des volcans modernes à cratères subsistans; car les laves de ceux-ci sont continues, recouvrent souvent les basaltes et n'en sont jamais recouvertes.

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
23. *Cap de Prudelles.* Au-dessus de la route de Clermont à Pontgibaud	698.51	358.39
Crête basaltique dressée sur un promontoire de granit fort saillant; basaltes prismatiques qui deviennent fort réguliers dans la partie qui est au niveau de la route de Pontgibaud. Là ils sont bientôt recouverts et cachés par la lave du Puy de Pariou. Ce basalte est remarquable par l'abondance, la grosseur et la beauté des nœuds de péridot qu'il renferme.		
24. *Montrodeix.* Cône basaltique couronné des masures d'un château	927.35	475.80
Basaltes régulièrement prismatiques. Le château a été construit de prismes couchés l'un sur l'autre, comme tous ceux qui se trouvent dans une situation pareille. Ces basaltes reposent immédiatement sur le granit.		
25. *La Font-de-l'Arbre.* Village sur un dépôt isolé de vieille lave lithoïde	805.44	413.25
La hauteur est prise dans le village, près du		

ruisseau qui le traverse. Le dépôt de laves sur lequel il est bâti forme au nord une légère éminence. Le granit qui lui sert de support en est à peine recouvert, et ne l'est que sur une petite étendue.

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
26. *Saint-Genès-Champanelle.* Hameau. Bergerie impériale de mérinos	886·35	454·76

Vieille lave imparfaitement prismatique. Elle est déposée immédiatement sur le granit qui tour à tour la domine de ses éminences ou en est dominé.

	En mètres.	En toises.
27. *La Serre de Fonfrède*, Tête de la Serre ou *Puy de Nadailhat*	1054·56	541·07
Extrémité orientale de la Serre au-dessus du village de *Crest*	646·28	331·59
Le Crest. Village. Place de l'ancien château . .	623·25	319·77

La Serre est une des coulées basaltiques les plus étendues, et c'est aussi l'une des plus remarquables, parce qu'elle se suit sans interruption depuis le plateau de granit jusqu'à une grande distance dans le terrain d'alluvion. Sa longueur excède un myriamètre, et sa largeur est très-considérable. Elle forme trois étages, au gré de la pente des terrains sur lesquels elle s'est épanchée. Le plus élevé constitue le Puy de *Nadailhat* qui a le granit pour support. A compter de ce point le granit s'abaisse rapidement et la couche basaltique s'abaisse de même, puis s'étale en un plateau assez court et d'une inclinaison plus modérée. C'est là le second étage; il correspond au lieu où les couches secondaires s'appuient contre les flancs du granit. De là cette couche s'abaisse encore d'un degré; mais celui-là est peu élevé, et elle se prolonge presque horizontalement l'espace d'un demi-myriamètre au moins : c'est le plateau inférieur. Il est uni, sans aspérité et se conforme évidemment à la disposition des couches aquiformes qu'il recouvre. Cette succession d'étages moulés sur les degrés du sol qui les supporte, caractérise si bien un courant qu'il est difficile de donner accès à aucune autre idée touchant l'origine d'une pareil dépôt. Le monticule du *Crest* n'est séparé du plateau inférieur que par une coupure étroite et accidentelle. Il lui appartient et en constitue la véritable extrémité. Le basalte de cette longue cou-

lée est généralement informe et présente vers le haut des parties poreuses; mais on commence à apercevoir des divisions prismatiques vers le plateau intermédiaire; elles sont encore plus manifestes au Crest dont le basalte a en outre une division tubulaire.

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
28. *Le Puy Girou*. Sommet basaltique élevé sur le terrain d'alluvion	850.65	436.45
29. *Gergovia*. Extrémité occidentale au point le plus élevé	761.41	390.66
Extrémité orientale au point le plus élevé de cette extrémité	751.88	385.77
Dépression intermédiaire, sur le chemin de la *Roche-Blanche*	726.00	372.49

Le Puy Girou et Gergovia sont manifestement deux lambeaux d'un seul et unique plateau basaltique détruit du côté du sol granitique et divisé au point où le village d'Opme (n° 14) est situé. Le basalte n'a ici aucune configuration bien déterminée. On y remarque seulement des fissures dans le sens vertical. Le terrain d'alluvion a éprouvé des bouleversemens contemporains avec les interruptions des basaltes, qui paroissent s'être renouvellés à deux ou trois reprises. Il est principalement formé de calcaire marneux et contient une grande quantité de pechsteins et de l'arragonite.

Le plateau de Gergovia présente les débris d'une immense quantité d'amphores, des médailles romaines, des haches gauloises. On croit généralement que c'est le Gergovia de César. Il n'est pas clair que des conjectures suggérées par la lecture des commentaires n'aient pas pris ici la place de la tradition.

30. *Mont-Rognon*. *Mons regnans* suivant les uns; *mons rugosus* selon d'autres	713.35	366.00

Cône basaltique fort aiguisé, placé sur le terrain d'alluvion; basaltes prismatiques de petit diamètre. Le cône est couronné par les masures d'un vieux château construit de prismes couchés, comme *Mont-Rodeix* (n°. 24), comme *Mont-Redon*, château voisin de la Serre de Fonfrède, comme le château de *Mont-Celet* que l'on trouve dans l'arrondissement

	Élévation absolue	
	En mètres.	En toises.
d'Issoire, comme le château de *Stolpen*, décrit par les minéralogistes allemands.		
31. *Les côtes de Clermont.* Plateau basaltique sur le terrain d'alluvion	636.66	326.63
32. *Champturgues de Clermont. Campus orgyus* des Romains. Même structure	565.47	290.13
Champturgues et les côtes ont été originairement contigus, comme Gergovia et le Puy-Girou. Le basalte affecte dans le plateau des côtes une disposition en table qui est plus obscure dans Champturgues. Le calcaire marneux qui sert de base à la coulée, est intercalé de couches assez épaisses d'argile.		
33. *Puy de Cornon.* Chapeau basaltique sur le sommet occidental d'une large montagne secondaire .	537.97	276.02
Cette montagne est formée principalement de couches calcaires. On rencontre sur sa face occidentale des grès bitumineux, comme ceux du n°. 10, sans qu'on puisse s'assurer si ces grès pénètrent dans le corps de la montagne. L'élévation que j'assigne ici à son sommet, correspond à celui que l'on voit de Clermont. Un autre sommet plus oriental, est de quelque chose plus élevé. Celui-là présente aussi un lambeau de vieille lave. Au reste cette hauteur est prise par un fort mauvais temps, et n'est pas bien sûre.		
34. *Montaudon.* Monticule au sud-ouest de Clermont .	599.39	307.53
Ce monticule est entièrement formé de lave basaltique, qui paroît étrangère à toutes les laves qui l'environnent. La nature de la sienne et la disposition de ses couches qui ont trébuché du côté du sud, semblent indiquer une existence antérieure aux circonstances dans lesquelles les laves modernes ont coulé. D'ailleurs, il est plus ancien que *Charade* (n°. 35), qui est lui-même très-ancien. Son antériorité est évidente puisqu'il a fait obstacle à l'écoulement des laves de celui-ci et en a divisé le courant.		

V. *Volcans modernes.*

Cônes plus ou moins réguliers; cratères plus ou moins apparens; scories, laves poreuses et et boursoufflées formant la masse des montagnes; courans de lave partant de leur base; pozzolane et rapillo répandus au loin et constituant des couches très-épaisses et très-étendues sous lesquelles on trouve quelquefois de la terre végétale et des fragmens de bois demi-brûlé.

Ces volcans appartiennent à la dernière époque des révolutions dont cette partie de la terre a été le théâtre. Leurs laves se sont jetées dans les vallées de dernière formation. Le dessin du sol sur lequel ces laves ont coulé n'a point subi de changemens considérables durant leurs éruptions, et n'en a plus subi aucun depuis que les foyers brûlans se sont éteints.

Toutes ces montagnes s'élèvent sur le sol granitique, et sont disposées dans un alignement qui se dirige du nord au sud. Elles ne correspondent généralement point à la partie la plus haute du plateau, et sont placées sur sa pente occidentale; circonstance qui a naturellement porté de ce côté toutes les laves qui n'ont pas rencontré des vallées ouvertes au levant. Ces laves sont de nature trapéenne et paroissent avoir tiré leur origine de filons de cette espèce dont le plateau granitique étoit ici traversé.

Le Puy Châteix ci-dessus mentionné (n° 16) est l'exemple subsistant de ces filons.

	Élévation absolue En mètres.	En toises.
35. *Le Puy de Charade*	919·95	472·00

Point de cratère; lave lithoïde, contenant de gros nœuds de pyroxène et des péridots semblables en couleur et en volume à ceux du basalte de Prudelles (n°. 23). On rangeroit cette cime dans l'ordre des montagnes basaltiques, si l'on n'y reconnoissoit un courant de lave évident, courant qui suit les pentes tracées par les dernières révolutions, et se divise pour embrasser le Puy de Montaudon dont la lave appartient à une époque antérieure (voyez n°. 34), au reste, *Charade* est lui-même très-ancien, et sa lave est recouverte à son tour par celle de *Gravenère*; mais l'identité de cette lave avec les basaltes les mieux caractérisées est un des faits qui favorisent le plus l'opinion de la volcanicité de ceux-ci.

Le sommet de Charade n'est élevé que de 68 mètres au-dessus du granit qui le supporte (voyez ci-dessus, n°. 18.)

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
36. *Gravenère,* c'est-à-dire *gravier noir*	829.84	425.77

Point de cratère, mais les signes les moins équivoques de volcanicité. C'est le premier volcan qui ait attiré ici les regards des naturalistes. Amas de laves poreuses, de laves cordées et en larmes, de pozzolanes dans toute leur fraîcheur. Deux courans de lave dont l'un s'est étendu jusqu'à une grande distance.

Courant méridional, au-dessus du village de *Boisséghoux*	594.10	304.82
A *Boisséghoux*, au niveau des maisons supérieures du village	583.82	299.49
A *Beaumont*, au pied de l'église de ce village .	456.43	234.18
A l'*Oradou*, sur la terrasse antérieure de la maison, près de l'extrémité de ce courant . .	371.50	190.61
Courant septentrional, à *Royat*, sur la place de l'église. Surface supérieure de la lave	518.43	265.99
A *Royat*, dans la grotte des sources. Surface inférieure de la même partie de la lave . . .	497.91	255.46
A *Montjoly*, au bas de la terrasse. Extrémité du courant	420.50	215.74

La lave de ces deux courans, que l'on voit sortir du sein des scories et qui en est partout accompagnée, prend l'aspect lithoïde et la texture basaltique, dans les points où la force de la pression et la lenteur du refroidissement ont favorisé le rapprochement régulier des molécules. A la grotte du Royat on reconnoît même une division en gros prismes. Ici, le courant a une épaisseur de vingt à vingt et un mètres. De cette grotte jaillissent les sources qu'un aquéduc conduit à Clermont. Vers l'extrémité de ce même courant, dans l'enclos de Mont Joly, on remarque une cave méphitique, c'est-à-dire, dont l'air est vicié par une émission continuelle de gaz acide carbonique.

37. *Le Puy de la Vache*, au sommet	1187.09	609.07

Un vaste et profond cratère, encore revêtu de ses

murailles ; son bord est entièrement emporté du côté occidental. Cette brèche a donné issue à sa lave qui court à l'ouest et couvre une vaste étendue de pays. Ces déserts hérissés de laves, sont distingués par le nom de *Cheïre* ou *Serre* ; c'est le *Sierra* des Espagnols, le *Sarrat* des habitans des Pyrénées qui nomment ainsi tous les amas de rochers découpés en dents de scie.

La profondeur totale du cratère est de 153.32 mètres ou 78.67 toises.

	ÉLÉVATION ABSOLUE En mètres.	ÉLÉVATION ABSOLUE En toises.
38. *Le petit Puy-de-Dôme*, adossé au grand Puy du côté du nord ; au sommet	1277.44	655.42

Un beau cratère très-entier et très-régulier, nommé vulgairement le *nid de la Poule*. Il est environné d'un double rang de déjections, où l'on recueille du fer oligiste.

Profondeur du cratère, prise du bord méridional, 34.68 mètres ou 17.79 toises ; prise du sommet principal, 89.06 mètres ou 45.69 toises.

La lave du petit Puy-de-Dôme est recouverte par celle de *Pariou* ou bien se confond immédiatement avec elle.

	En mètres.	En toises.
39. *Puy de Pariou.* Sommet principal	1222.62	627.29
Oreille orientale du cratère	1201.21	616.31
Base orientale du Puy, prise sur la route de Limoges, au passage des *Goules*	1008.28	517.37
Sa base méridionale, prise sur la nappe de lave entre Pariou et le petit Puy-de-Dôme	998.34	512.22

Vaste et superbe cratère, tout à fait complet. Son pourtour excède 930 mètres, et sa profondeur, prise du sommet principal est de 92.70 mètres ou 47.56 toises.

La nappe de lave se divise en deux courans qui suivent deux vallons granitiques.

	En mètres.	En toises.
Courant méridional, à *la Barraque*, embranchement des routes d'Aurillac et de Limoges . .	791.31	406.00
A *Villar*, au milieu du village	714.94	366.82
A *Fontmore*, près Clermont, à l'entrée de la grotte où ce courant se termine	429.01	220.11

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
Courant septentrional, à *Durtol*, au niveau des maisons supérieures du village	542.22	278.20
A *Nohannent*. Village où ce courant se termine; sur le bord du ruisseau	441.39	226.46
40. *Puy des Goules*, nommé *Mont-Goulide* dans les cartes de M. Desmarets	1159.14	594.72

Un cratère fort vaste, mais peu profond. La hauteur est prise sur le bord oriental, par un assez mauvais temps. Elle pourroit être un peu fautive.

Elévation de la montagne au-dessus du passage des Goules ou défilé qui sépare cette montagne du Puy-de Pariou, 150.86 mètres ou 77.35 toises.

Ce passage des Goules, qui fait partie de la route de Clermont à Limoges, est fort dangereux l'hiver, à cause de son élévation absolue et de la quantité de neige que les vents d'ouest y amassent. Il est tracé en général sur le granit, mais relevé ici par un courant de lave issue de Pariou.

VI. *Puys feldspathiques.*

Parmi les puys volcaniques dont les déjections sont de nature trapéenne, s'élèvent quatre montagnes: le *Puy-de-Dôme*, le *grand Sarcouy*, le *grand* et le *petit Clierson*, dont la roche a le feldspath pour base et des parcelles de pyroxène pour accessoire ordinaire, roche à laquelle on ne trouve d'analogues que dans des contrées volcaniques fort éloignées de celle-ci, et qui se fait remarquer entre ces analogues par des caractères assez distinctifs pour que les minéralogistes allemands aient cru devoir la signaler particulièrement par la dénomination de *domite*. Elle est unique, au moins dans le système des montagnes de l'ancienne Auvergne, et semble encore plus étrangère au granit qui leur sert de base, que ne l'est la cornée nue ou le trapp auxquels les laves bien caractérisées doivent leur origine. Hors des quatre montagnes qui viennent d'être nommées on ne retrouve plus la *domite*, si ce n'est dans quelques protubérances superficielles qui se montrent au voisinage et dans le *Puy-Chopine*, montagne peu éloignée où on la voit associée au granit, au *Grunstein*, à des portions de lave trapéenne, à des roches diversement altérées par le feu; assemblage bizarre dont la singularité exerce depuis longtemps la sagacité des naturalistes.

Cette pierre n'est point sous sa forme primitive, car elle a enveloppé ça

et là des fragmens de granit. Elle a souffert l'action du feu, car on en reconnoît les traces, tantôt dans ces fragmens, tantôt dans sa propre contexture. Au moins a-t-elle été altérée par les agens volcaniques, car certaines parties sont imprégnées d'acide nitrique. Les uns regardent les montagnes qui en sont construites comme chauffées en place, d'autres les font sortir toutes formées des entrailles de la terre par un effort prodigieux de gaz dilatés; plusieurs sont tentés de les considérer comme des restes de la salbande qui accompagnoit le filon de cornéenne où les volcans voisins ont puisé la matière de leurs déjections. Tous, en un mot, lient leur existence à celle des volcans, et ceux qui savent que toutes les pierres liquéfiées par le feu sont susceptibles de recouvrer la texture lithoïde par un refroidissement lent et accompagné d'une pression suffisante, ne répugnent même nullement à supposer ici l'action du feu dans toute son énergie, si toutefois l'ensemble des phénomènes vient à rendre cette supposition nécessaire.

Pour expliquer ces montagnes il ne nous manque peut-être autre chose que ce qui leur manque à elles-mêmes, savoir ce que les accidens postérieurs ont soustrait à leur masse ou dispersé de leurs accessoires. Isolées, en petit nombre, sans connexion bien apparente avec les montagnes qui les environnent, dernier reste enfin du plus ancien terrain que les convulsions de l'époque volcanique aient produit ou modifié, elles demeureront une énigme peut-être insoluble, si le bizarre mélange qui constitue le *Puy-Chopine* ne l'explique pas. Pour déterminer le jugement il faut des rapports. Il falloit voir les basaltes de France avec l'appareil volcanique qui les accompagne, pour rendre au domaine du feu les basaltes de l'Irlande et de l'Allemagne; et sans la connoissance que nous avons acquise de l'immense système des volcans du Pérou, nous nous demanderions probablement encore s'il est possible que les porphyres et les phonolithes du Mont-d'Or aient coulé.

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
41. *Le grand Sarcoui*	1156.10	593.12

La montagne des sarcophages ou des cercueils. Delà et de *Clierson*, les anciens tiroient des tombes que la porosité de la pierre rendoit propres à dévorer les chairs. On en voit encore des ébauches sur place, dans les cavernes nombreuses que cette extraction a creusées.

La hauteur que j'assigne à cette montagne est probablement susceptible de correction. Elle a été prise par un très-mauvais temps.

	ÉLÉVATION ABSOLUE	
	En mètres.	En toises.
Le *petit Sarcoui* n'a nul rapport de composition avec celui-ci.		
42. *Le Puy-de-Dôme*, *Podium dumense* des anciens . .	1477.37	758.00

Le groupe entier des montagnes dont celle-ci fait partie, étoit autrefois réuni sous une dénomination commune. C'étoit ce qu'on appeloit les *Monts-Domes* comme on appeloit *Monts-Dores* le groupe dont le *Puy-de-Sancy* est le centre. C'est donc par abus que l'on dit *Puy-de-Dôme* au lieu de *Puy-Dôme*, et qu'on écrit *Mont* d'or comme si l'on entendoit par là *Mons aureus*. Le vrai nom de ce dernier est conservé dans celui de la *Dore* qui y prend sa source ainsi que la *Dogne;* et la réunion de ces deux petites rivières forme la Dordogne dont le nom exprime cette réunion.

Le Puy-de-Dôme est un véritable colosse, eu égard aux montagnes qui l'entourent. Il s'élève de plus de sept cents mètres au-dessus de la base commune. Son volume répond à son élévation. Le Puy de *Sarcoui* a aussi une masse très-considérable si on le compare aux Puys volcaniques qui l'avoisinent. Quelque soit l'opinion que l'on adopte sur l'origine des montagnes de Domite, il faut nécessairement prendre cette hauteur et ce volume en grande considération.

Nota. Dans les courses que j'ai faites pour tracer cet essai topographique, j'ai été constamment accompagné et aidé par l'homme du pays qui, après M. Mossier père, le connoît le mieux et l'a observé avec le meilleur esprit; par M. Cocq, inspecteur des poudres, qui succède au patriarche des minéralogistes d'Auvergne dans l'usage aussi modeste que généreux qu'il fait de ses connoissances et le rare désintéressement avec lequel il les communique à ceux qui visitent cette intéressante contrée. Je compte beaucoup sur lui pour continuer le travail que j'ai ébauché. Ce travail peut acquérir un haut degré d'intérêt du moment où l'on y fera entrer le grand système porphyrique du Mont-d'Or et les immenses dépôts de matières ponceuses qui en font partie.

OBSERVATIONS

SUR LA DISTILLATION DES VINS,

Par M. Chaptal.

Lu le 9 janvier 1809.

La distillation des vins est une des sources les plus fécondes de la prospérité de la France, et c'est peut-être la ressource la plus précieuse que l'agriculture et l'industrie présentent à notre commerce avec les pays étrangers. Ainsi, tout ce qui intéresse l'art de la distillation, tout ce qui tend à en perfectionner les procédés, mérite une attention particulière de la part des personnes qui, par état ou par goût, s'intéressent aux progrès des arts, et de la part du gouvernement dont les soins doivent tendre à les favoriser et à les protéger.

De nos jours, les procédés de la distillation des vins ont reçu de tels degrés d'amélioration, qu'on ne peut plus les comparer à ceux qu'on a suivis pendant un siècle. Divers établissemens de ce genre ont été formés dans le midi de la France; leurs auteurs ont pris successivement des *brevets d'invention* pour s'assurer la jouissance exclusive de leurs découvertes : mais bientôt

les inventeurs se sont accusés entre eux de plagiat; leurs discussions ont été portées devant les tribunaux; ceux-ci ont nommé des commissaires pour éclairer et motiver leurs jugemens, et M. Etienne Bérard, l'un de ces derniers, a cru l'objet qui lui étoit soumis d'une assez grande importance pour constater, par des expériences comparatives faites dans les divers ateliers, la différence qu'il y avoit dans les procédés, en même temps qu'il a recherché avec soin tout ce que les anciens avoient écrit et pratiqué sur cette matière.

Le rapport de M. Bérard présente donc un ensemble de faits qui prouvent incontestablement, 1°. que les nouveaux procédés sont différens entre eux; 2°. que les principes qui ont dirigé les auteurs ont été pris dans les écrits du seizième et du dix-septième siècle; 3°. que presque tous les écrivains qui ont écrit sur la distillation des vins, dans des temps postérieurs, ont trop négligé le principe fondamental de la distillation de ce liquide, la séparation de la partie aqueuse d'avec la partie spiritueuse.

Vu l'importance de la question, on me permettra de retracer, en peu de mots, tout ce qui a été fait sur la distillation des vins, d'apprécier les divers appareils qui ont été successivement proposés, et de présenter les nouveaux avec les avantages qui appartiennent à chacun, et les différences qui les caractérisent.

Les anciens Grecs n'avoient que des idées très-imparfaites de la distillation : Raymond Lulle, Jérôme Rubée et Jean-Baptiste Porta, ne laissent pas de doute à ce

sujet. Les anciens connoissoient sans contredit l'art d'élever l'eau en vapeur, d'extraire le principe odorant des plantes, etc.; mais leurs procédés ne méritent pas le nom d'*appareil*. Dioscoride nous dit que pour distiller la poix, il faut en recevoir les parties volatiles dans des linges qu'on place au-dessus du vase distillatoire; et les premiers navigateurs des îles de l'Archipel se procuroient de l'eau douce en recevant la vapeur de l'eau salée, dans des éponges qu'on disposoit sur les vaisseaux dans lesquels on la faisoit bouillir (*Voyez* Porta, *de distillatione*, cap. 1).

Le mot *distillation* n'avoit même pas, chez les anciens, une valeur analogue à celle qu'on lui a assignée depuis quelques siècles : ils confondoient, sous ce nom générique, la *filtration*, les *fluxions*, la *sublimation* et autres opérations qui ont reçu, de nos jours, des valeurs différentes, et qui exigent des appareils particuliers (Jérôme Rubée, *De distillatione*).

Les Romains, sous les rois et du temps de la république, ne paroissent pas avoir connu l'eau-de-vie. Pline, qui écrivoit dans le premier siècle de l'ère chrétienne, ne la connoissoit pas encore; il nous a laissé un très-bon livre sur la vigne et le vin, et il ne parle point de l'eau-de-vie, quoiqu'il considère le vin sous tous ses rapports. Galien, qui vivoit un siècle après lui, ne parle de la distillation que dans le sens que nous venons de rapporter.

Tout porte à croire que l'art de la distillation a pris naissance chez les Arabes, qui, de tout temps, se sont

occupés d'extraire les aromates, et qui ont successivement porté leurs procédés en Italie, en Espagne et dans le midi de la France.

Il paroît même que c'est dans leurs écrits qu'on trouve, pour la première fois, le mot *alembic* qui dérive de leur propre langue, et qu'ils le connoissoient avant le dixième siècle; car Avicène, qui vivoit à cette époque, s'en est servi pour expliquer le *catarrhe* qu'il compare à une distillation dont l'estomac est la cucurbite, la tête le chapiteau, et le nez le bec par où l'humeur s'écoule.

Rasès et Albucase ont décrit des procédés particuliers pour extraire les principes aromatiques des plantes. Il paroît qu'on en recevoit généralement les vapeurs dans des chapiteaux qu'on rafraîchissoit avec des linges mouillés.

Il est démontré que Raymond Lulle, qui vivoit dans le treizième siècle, connoissoit l'eau-de-vie et l'alcool; car, dans son ouvrage intitulé *Testamentum novissimum*, il dit, p. 2, édit. de Strasbourg, 1571 : *Recipe nigrum nigrius nigro* (vin rouge) *et distilla totam aquam ardentem in balneo; et illam rectificabis*, *quousque sine phlegmate sit*. Il déclare qu'on emploie jusqu'à sept rectifications, mais que trois suffisent pour que l'alcool soit entièrement inflammable et ne laisse pas de résidu aqueux.

Le même auteur nous apprend ailleurs à s'emparer de l'eau de l'eau-de-vie, par le moyen de l'alcali fixe desséché. (*V.* Bergman, *Opuscula physica et chimica*, édit. de Leipsick, de 1781, vol. in-4°., p. 7.) Vers la

fin du quatorzième siècle, Basile Valentin proposa la chaux vive pour le même objet.

R. Lulle parle, dans tous ses ouvrages, d'une préparation d'eau-de-vie qu'il appelle *quinta essentia*, d'où dérive le mot français *quintessence*. Il l'obtenoit par des cohobations faites à une douce chaleur de fumier, pendant plusieurs jours, et par la rédistillation du produit. R. Lulle et ses successeurs ont attribué de grandes vertus à cette quintessence dont ils faisoient la base de leurs travaux alchimiques.

Arnauld de Ville-Neuve, contemporain de Lulle, parle beaucoup de l'eau-de-vie, mais c'est à tort qu'on l'a regardé comme l'inventeur du procédé par lequel on l'obtient : on ne peut pas néanmoins lui refuser la gloire d'avoir fait les plus heureuses applications des propriétés de l'eau-de-vie, et surtout du vin naturel ou composé, soit à la médecine, soit aux préparations pharmaceutiques (*Arnaldi villanovani praxis. In tractatu de vino*, *et cap. de potibus*, etc., édit. Lugduni, ann. 1586).

Michel Savonarole, qui vivoit au commencement du quinzième siècle, nous a laissé un traité (*De conficiendâ aquâ vitæ*) dans lequel on trouve des choses très-remarquables sur la distillation : il observe d'abord que ceux qui l'ont précédé ne connoissoient généralement que le procédé suivant pour la distillation. Ce procédé consiste à mettre le vin dans une chaudière de métal, à recevoir la vapeur dans un tuyau placé dans un bain d'eau froide; la vapeur condensée coule dans un récipient.

Savonarole observe que les distillateurs plaçoient toujours leurs établissemens près d'un courant d'eau, pour avoir constamment de l'eau fraîche à leur disposition. Les anciens appeloient le tuyau contourné *vitis*, par rapport à ses sinuosités. (*V.* Jér. Rubée). Ils employoient, pour lutter les jointures de l'appareil, le lut de chaux et de blanc d'œuf, ou celui de colle de farine et de papier.

Savonarole ajoute que, de son temps, on a introduit l'usage des cucurbites de verre pour obtenir une eau-de-vie plus parfaite, et qu'on coiffoit les cucurbites d'un chapiteau qu'on rafraîchissoit avec des linges mouillés.

Il conseille (cap. V.) d'employer de grands chapiteaux pour multiplier les surfaces; il dit que quelques-uns rendoient le col qui réunit la chaudière au chapiteau le plus long possible, pour obtenir de l'eau-de-vie parfaite en un seul coup. Il ajoute qu'un de ses amis avoit placé la chaudière au rez-de-chaussée, et le chapiteau au faîte de sa maison.

Dans le nombre des moyens qu'il donne pour juger des degrés de spirituosité de l'eau-de-vie, il indique les suivans comme étant pratiqués de son temps. 1°. On imprègne des linges ou du papier avec l'eau-de-vie; on y met le feu : l'eau-de-vie est réputée de bonne qualité, lorsque la flamme de l'eau-de-vie détermine la combustion du linge; 2°. on mêle l'eau-de-vie avec l'huile, pour s'assurer si elle surnage.

Savonarole traite au long des vertus de l'eau-de-vie, et donne des procédés pour la combiner avec l'arome

des plantes et autres principes, soit par macération, soit par distillation, et former par là ce qu'il appelle *aqua ardens composita*.

Jérôme Rubée, qui a fait beaucoup de recherches sur la distillation, décrit deux procédés assez curieux qu'il a trouvés, à la vérité, dans des ouvrages anciens : ces deux procédés consistent, l'un à recevoir les vapeurs dans des tubes longs et tortueux plongés dans de l'eau froide, l'autre à placer un chapeau de verre à bec sur la cucurbite. Le passage de Jérôme Rubée est remarquable en ce qu'il préfère les tubes longs et contournés qui, selon lui, permettent d'obtenir, par une seule distillation, un esprit de vin très-pur, qu'on n'obtient, dit-il, que par des distillations répétées, dans d'autres appareils. (*De distillatione*, S. II, cap. 2, édition de Basle de 1586).

Jean-Baptiste Porta, Napolitain qui vivoit vers la fin du seizième siècle, a imprimé un traité, *De distillationibus*, dans lequel il envisage cette opération sous tous ses rapports, en l'appliquant à toutes les substances qui en sont susceptibles, et décrit plusieurs appareils d'après lesquels, par une seule chauffe, on peut obtenir à volonté tous les degrés de spirituosité de l'alcool. Le premier de ces appareils consiste dans un tube contourné ou serpent qu'il adapte au-dessus de la chaudière; le second est composé de chapiteaux placés les uns sur les autres et percés chacun latéralement d'une ouverture dans laquelle est adapté un bec qui aboutit au récipient.

Il observe qu'on peut obtenir par ce moyen, et à volonté, tous les degrés de spirituosité, attendu que les parties aqueuses se condensent dans le bas, et que les plus spiritueuses s'élèvent plus haut.

Ces procédés diffèrent bien peu de ceux qui, selon Rubée, étoient en usage chez les anciens.

Nicolas Lefèbre, qui vivoit vers le milieu du dix-septième siècle, a publié, en 1651, la description d'un appareil par lequel il obtient, d'une seule opération, l'alcool le plus déphlegmé. Cet appareil est composé d'un long tuyau formé de plusieurs pièces qui s'emboîtent en zig zag les unes dans les autres; une des extrémités est adaptée à la chaudière, tandis que l'autre aboutit à un chapiteau; le bec du chapiteau transmet la vapeur dans une alonge qui traverse un tonneau rempli d'eau froide; là les vapeurs se condensent et coulent dans un récipient.

Le docteur Arnaud de Lyon, dans son *Introduction à la chimie ou à la vraie physique*, imprimé en 1655, chez Cl. Prost, à Lyon, nous donne des principes excellens sur la composition des fourneaux, la fabrication des luts, la manière de conduire le feu, la calcination et la distillation qu'il appelle une *sublimation humide.* Il conseille l'usage des chaudières basses, comme facilitant l'évaporation; il parle de la conversion de l'eau-de-vie en esprit de vin, par des distillations répétées, ou par une distillation au bain-marie; il décrit le *bain-marie* tel que nous l'employons aujourd'hui pour distiller des substances dont la partie spiritueuse s'élève à

une chaleur inférieure à celle de l'eau bouillante. Il parle aussi du bain de vapeur ou de rosée.

Jean-Rodolphe Glauber, dans son traité intitulé *Descriptio artis distillatoriæ novæ*, imprimé à Amsterdam, en 1658, chez Jean Jansson, nous fait connoître des appareils dans lesquels on trouve le germe de plusieurs procédés qui ont été perfectionnés de nos jours. L'un consiste à transmettre les vapeurs, qui s'échappent par la distillation, dans un vase entouré d'eau froide; de ce premier vase il fait passer celles qui ne sont pas condensées dans un second, communiquant au premier par un tube recourbé; de ce second, il fait passer à un troisième, et ainsi de suite jusqu'à ce que la condensation soit parfaite. On voit évidemment qu'à l'aide de cet appareil, qu'on peut appliquer à la distillation, on obtient divers degrés de spirituosité, selon que la condensation se fait dans le premier, le second ou le troisième de ces vases plongés dans l'eau froide.

Dans un second appareil, Glauber place une cornue de cuivre dans un fourneau; il en fait aboutir le bec dans un tonneau rempli du liquide qu'il veut distiller; de la partie supérieure de ce tonneau, part un tube qui va s'adapter à un serpentin disposé dans un autre tonneau rempli d'eau. On voit, d'après cette disposition, que le liquide contenu dans le premier tonneau remplit sans cesse la cornue, et qu'en chauffant cette dernière, on imprime bientôt à tout le liquide du tonneau un degré de chaleur suffisant pour en opérer la distillation; de sorte qu'avec un petit fourneau, et à peu de frais,

on chauffe un volume considérable de liquide. Glauber se sert avec avantage de cet appareil ingénieux pour chauffer des bains.

Philippe-Jacques Sachs, dans un ouvrage imprimé à Leipsick, en 1661, sous le titre de *Vitis viniferae ejusque partium consideratio*, etc., nous a donné un traité complet et très-précieux sur la culture de la vigne; la nature des terrains, des climats et des expositions qui lui conviennent; la manière de faire le vin; la richesse des diverses nations dans ce genre; la différence et comparaison des méthodes usitées chez chacune d'elles; la distillation des vins, etc. On voit surtout, dans le dernier chapitre qui seul nous occupe en ce moment, que les anciens avoient plusieurs méthodes d'extraire l'esprit de vin; lesquelles consistoient ou à élever l'alcool par une douce chaleur, ou à s'emparer de l'eau du vin par de l'alun calciné, ou à placer des linges épais sur la cucurbite, ou à frapper de glace le chapeau de l'alembic, pour ne laisser passer que les vapeurs les plus subtiles, ou à terminer la chaudière par un col extrêmement long.

Le même auteur parle aussi de l'alcool ou de la quintessence, *Quinta essentia*, et donne les divers moyens de l'extraire. *Ut verò spiritûs vini alcool exaltetur, variis modis tentârunt chimici; quidam, multis repetitis cohobationibus; aliqui, instrumentorum altitudine; alii, spongiâ alembici rostrum obturante, ut, aquâ retentâ, soli spiritus transirent; non multi, flammâ lampadis, ut ad summum gradum depurationis exaltaretur.*

Moïse Charas, dans sa *Pharmacopée*, imprimée en 1676, a décrit l'appareil de Nicolas Lefèbre, et y a ajouté quelques perfectionnemens; il a adapté un réfrigérent au chapiteau.

On peut voir encore dans les *Elémens de chimie* de Barchusen, imprimés en 1718; et dans ceux de Boerhave, qui parurent à Paris en 1733, plusieurs procédés d'après lesquels on peut obtenir de l'alcool très-pur par une seule chauffe, mais tous ces procédés ont cela de commun, qu'on fait parcourir à la vapeur de très-longs tuyaux pour condenser les vapeurs aqueuses et ne recevoir, en dernier résultat, que l'esprit de vin le plus pur et le plus léger.

M. Bérard a répété et varié ces expériences, en employant quelques-uns des appareils décrits ci-dessus, et il a obtenu, par une seule opération, une rectification immédiate, ou de l'alcool pur.

Depuis un siècle, l'appareil qui a été le plus généralement employé dans les établissemens des *brûleries*, étoit composé comme il suit :

Une chaudière ronde, aussi large que haute, réduite à son orifice au tiers de son diamètre;

Un chapiteau ou tuyau assez élevé, adapté à la chaudière, et terminé par le haut en pomme d'arrosoir;

Un serpentin formant sur lui-même six à sept tours en spirale, et recevant les vapeurs qui s'élèvent au haut du chapiteau, à l'aide du bec de ce dernier qui s'adapte à l'orifice supérieur du serpentin.

Avec cet appareil, on retiroit, par la distillation du vin, l'eau-de-vie *commune* ou *preuve de Hollande.*

Lorsqu'on vouloit avoir de l'alcool, on redistilloit l'eau-de-vie au bain-marie ou à feu nu, à une douce chaleur, en observant de n'en extraire qu'une partie plus ou moins considérable, selon le degré de spirituosité qu'on desiroit.

Tel étoit l'état de nos connoissances et de la pratique dans nos ateliers, lorsque, vers le milieu du dernier siècle, et successivement jusqu'au commencement de celui-ci, on a appliqué de nouvelles idées à la distillation.

Presque tous les auteurs qui, pendant quarante ans, ont écrit sur la distillation, sont partis de quelques principes généraux d'après lesquels on a opéré des changemens dans les alembics. Ils ont pensé que les moyens de perfectionner l'art de la distillation se bornoient à faciliter l'ascension des vapeurs, et à en opérer une condensation prompte et complète.

D'après cela ils ont cru devoir élargir la chaudière, en diminuer la hauteur et rendre son ouverture la plus large possible; supprimer ce long tuyau qui conduisoit les vapeurs au chapiteau; appliquer ce dernier immédiatement sur la chaudière, et y pratiquer une rigole intérieure pour recevoir les vapeurs qui se condensent contre ses parois intérieures, et les transmettre dans le serpentin; recouvrir le chapiteau d'un refrigérent toujours rempli d'eau fraîche, pour opérer une condensation plus prompte et faire place aux nouvelles vapeurs qui s'élèvent.

Les divers appareils qui ont été construits dans l'in-

tervalle que nous venons de désigner, peuvent varier dans leur forme, mais tous ont été établis d'après ces principes; et il faut convenir qu'avec ces nouveaux appareils, on a obtenu des résultats plus avantageux que ceux qu'on obtenoit auparavant par les petits alembics employés dans nos ateliers. Ces faits résultent des expériences comparatives qui ont été faites, il y a vingt ans, dans les ateliers de Valignac, en présence des commissaires de la Société royale des sciences, de Montpellier. Mais, il faut en convenir, dans ces appareils, très-supérieurs aux anciens pour la distillation des aromes et la manière de conduire le feu, on a beaucoup trop négligé les moyens de condenser les vapeurs aqueuses et de les séparer des spiritueuses, le seul but que paroissoient se proposer les anciens. Aussi les résultats qu'ils présentent sont-ils bien au-dessous de ceux que produisent aujourd'hui les nouveaux appareils distillatoires qu'on vient de former dans le midi, en les construisant d'après les principes qui dirigeoient les anciens, et en se bornant à perfectionner leurs méthodes d'après les connoissances acquises.

Les anciens partoient donc d'un principe qui a été trop négligé par les modernes, c'est que les vapeurs spiritueuses qui s'élèvent du vin en ébullition, contiennent toutes une quantité plus ou moins considérable de vapeurs aqueuses dont il faut les dépouiller, pour avoir l'alcool pur : or, pour les en dépouiller, il n'y a que deux moyens : le premier consiste à recevoir ces vapeurs dans des tuyaux longs et tortueux, qui présentent, à la

fois, de grandes surfaces et un long trajet à parcourir; par ce moyen les vapeurs les plus denses ne s'élèvent pas jusqu'à la partie la plus haute, et elles retombent dans la chaudière, ou coulent dans les récipiens qu'on a disposés sur la longueur des tuyaux. Le second moyen consiste à entourer le vase qui reçoit les vapeurs, d'un liquide dont la température soit constamment entre le 65e. et le 70e. degré du thermomètre de Réaumur; car, à ce degré, les vapeurs aqueuses se condensent et les spiritueuses conservent leur état de vapeur, de sorte que, par ce moyen, on sépare l'eau-de-vie commune, de l'alcool qui va se condenser dans des vases plus froids.

C'est en partant de ces principes qu'on vient de construire des appareils distillatoires dans le midi de la France, auxquels on ne peut presque plus comparer ce qui a été fait jusqu'à ce jour.

Le premier de tous est le grand appareil d'Édouard Adam : il consiste dans deux chaudières plates et larges, placées sur deux fourneaux dans le même massif et ayant une cheminée commune. Au milieu de la partie supérieure de chaque chaudière est adapté un couvercle plat, fortement assujetti à la paroi du dôme de la chaudière, par des vis et des écrous. Un tuyau qui s'élève du dôme de la chaudière et se recourbe à quelques pieds de hauteur va plonger dans le vin qui est contenu dans un grand vaisseau ovoïde; de la partie supérieure de ce vaisseau, part un second tuyau qui va plonger dans le vin contenu dans un second vaisseau ovoïde, mais de moindre grandeur que le premier; de ce second, part un semblable

tuyau qui va plonger dans un troisième ; de ce troisième il en part un autre qui va dans un quatrième, de telle sorte qu'à la suite des deux chaudières sont placés quatre grands vases qui communiquent entr'eux par des tubes et qui contiennent une très-grande quantité de vin. (Ceux qui connoissent l'appareil de Woulf, concevront aisément ces dispositions : car cette première partie de l'appareil d'Adam en représente toute la partie mécanique). Un tube placé dans la partie vide du quatrième vaisseau ovale, porte les vapeurs qui proviennent de l'ébullition du liquide des deux chaudières et des quatre vaisseaux ovales, dans un premier récipient de forme ronde qui plonge à moitié dans l'eau d'une cuve de cuivre ; dans cette même cuve on a disposé un second récipient qui reçoit les vapeurs qui ne se sont pas condensées dans le premier. A la suite de cette première cuve, on en a encore deux qui contiennent chacune deux récipiens ; ainsi les mêmes vapeurs passent successivement dans la capacité de six. Celles qui n'ont pas pu s'y condenser enfilent un long tube qui les porte dans un serpentin élevé, rafraîchi par le vin et fermé par les deux bouts ; ce vin sert à alimenter la chaudière : delà elles passent dans un autre serpentin rafraîchi par l'eau et coulent ensuite dans le vase destiné à recevoir le dernier produit de la distillation. Telle est en abrégé l'idée qu'on peut se former de ce superbe et immense appareil. On peut y distiller à la fois six à huit mille pintes de vin, et les vapeurs parcourent près de cent mètres avant que la condensation des plus spiritueuses soit complète.

Je ne parle point de la manière de charger l'appareil ;

ni des moyens de porter dans la chaudière ou de retirer les produits à mesure qu'ils se condensent dans la série des réfrigerans; ni des procédés employés pour faire couler dans la chaudière, soit la première eau-de-vie qui se condense, soit le résidu des premiers vases dans lesquels est contenu le vin, etc. Il me suffit d'observer que le service de ce bel appareil se fait commodément : le vin est déposé dans de grands réservoirs d'où on l'élève, par le moyen d'une pompe, à une hauteur convenable pour qu'il puisse couler dans la cuve du serpentin supérieur et passer ensuite, lorsqu'il est échauffé, dans des tuyaux qui vont le verser dans la chaudière. Des robinets adaptés au fond des vaisseaux ovales, donnent également issue au résidu de la liqueur qu'ils contiennent et la versent dans des tuyaux qui la portent dans la chaudière, pour y terminer la distillation par une plus forte chaleur.

On peut même, à volonté, diriger les vapeurs du premier vaisseau dans un petit serpentin pour en essayer la spirituosité et juger du moment où la distillation est terminée.

Pour bien saisir l'ensemble de l'appareil d'Edouard Adam, il faut le considérer sous deux rapports. On peut aisément y distinguer deux parties; l'une qu'on peut appeler *distillatoire*, l'autre qu'on peut nommer *condensatoire*.

La première partie est formée de deux chaudières et de quatre vaisseaux ovales de cuivre. Toutes ces pièces de l'appareil communiquent entre elles par des tuyaux qui

portent les vapeurs de l'une dans l'autre, comme dans l'appareil de Woulf; toutes contiennent du vin, et les vapeurs qui s'élèvent des chaudières passent successivement dans le liquide contenu dans chacun des quatre vaisseaux ovales et sont versées dans le vin qu'ils contiennent par les tuyaux dont nous avons parlé; on peut remplir aussi les vaisseaux ovales, surtout les derniers, de l'eau-de-vie foible qui se condense dans les premiers vaisseaux condensateurs, et, par ce moyen, on en opère une seconde distillation pour n'extraire que la partie la plus spiritueuse, tout comme on fait passer dans les chaudières les vinasses des vaisseaux ovales, pour en extraire jusqu'au dernier atome du principe spiritueux que fournit le vin.

La première partie de l'appareil d'Adam, ou la partie distillatoire, est une application heureuse à la distillation des vins, des procédés qui sont employés depuis quelque temps en Angleterre, et plus récemment en France, pour chauffer des liquides par le moyen de la vapeur. M. de Rumfort les a décrits et proposés le premier dans ses *Esssais politiques*, *économiques et philosophiques*, dont la traduction française a paru en 1799.

Il est incontestable que cette partie du procédé d'Adam donne le moyen de chauffer une grande masse de vin par un seul fourneau; et que par conséquent il y a déjà une grande économie de bras, de temps et de combustibles. Elle a encore l'avantage inappréciable de fournir une plus grande quantité d'eau-de-vie d'une quantité donnée de vin : ce dernier avantage provient

sans doute du plus grand degré de pression et de chaleur qu'on fait subir au vin, surtout dans les chaudières et dans les premiers vaisseaux ovales.

Quant à la partie condensatoire de l'appareil, elle est formée d'une série de vaisseaux qui reçoivent successivement la vapeur à l'aide de tubes qui établissent une communication de l'un à l'autre. La vapeur s'y condense de manière à ce que les premiers retiennent la plus phlegmatique ou aqueuse, et progressivement jusqu'au dernier. Ces vaisseaux condensatoires plongent à moitié dans l'eau, et sont au nombre de six. Le tube qui part du dernier va porter les vapeurs les plus subtiles, les plus incoercibles, les plus éthérées dans le serpentin rafraîchi par le vin, d'où elles coulent dans celui qui est immergé dans l'eau.

On voit que cet appareil condensatoire a l'avantage de produire sept degrés de spirituosité, dont le dernier présente l'acool le plus pur et le plus déphlegmé qu'il soit possible d'obtenir. On peut réduire à ce dernier degré tout l'acool qui s'est condensé dans les différens vases condensatoires, en reportant le produit dans les derniers vases ovales pour y subir une seconde distillation.

Le premier avantage de cet appareil condensatoire est donc de fournir, par une seule chauffe, tous les degrés de spirituosité connus dans le commerce sous les noms de $\frac{3}{3}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{8}$, etc.; le second de chauffer dans le premier bain du serpentin, une grande masse de vin capable d'alimenter l'appareil distillatoire; le troisième

d'exiger très-peu d'eau pour le service de l'appareil, attendu que l'alçool est déjà condensé en grande partie dans le serpentin à vin, et qu'alors il communique peu de chaleur au serpentin à eau.

L'idée de donner au vin qu'on destine à la distillation un premier degré de chaleur, en en formant le bain du serpentin, est une application heureuse du procédé qu'on suit, depuis long-temps, dans les ateliers où l'on travaille à rapprocher des dissolutions salines par le feu : on y remplace le volume d'eau qui s'évapore par une égale quantité de dissolution qu'on chauffe dans une chaudière placée, presque toujours, à la naissance de la cheminée du fourneau qui entretient l'évaporation ; de manière qu'on met à profit la chaleur qui s'échapperoit à pure perte dans la cheminée. C'est surtout dans les rafineries de salpètre qu'on voit ces sortes de dispositions.

On peut reprocher à cet appareil d'être peu à la portée du petit fabricant, et de tendre à mettre le monopole des vins et eaux-de-vie dans les mains d'un petit nombre de riches spéculateurs. On peut ajouter que la résistance qu'opposent les quatre colonnes de vin, dans les quatre vaisseaux ovales, au passage des vapeurs, détermine une telle pression contre les parois des chaudières, que, sans des précautions de sagesse et de prudence, il y auroit à craindre une explosion. Enfin, les vases condensatoires, qui ne sont baignés dans l'eau qu'à moitié, ne rafraîchissent pas assez et en exigent, d'après cela, une série qui, en ajoutant aux frais d'établissement, n'ajoute rien à la bonté de l'appareil.

Les principaux inconvéniens de cet appareil n'ont pas échappé à M. Etienne Bérard, dans son rapport; et Edouard Adam les avoit lui-même sentis, car il en a construit d'autres plus petits, dans lesquels il n'y a que deux vaisseaux distillatoires, y compris la chaudière, et deux vases condensateurs dont le dernier présente trois cases dans lesquelles les vapeurs sont successivement versées. Ce petit appareil est toujours terminé par les deux serpentins.

M. Solimani, de Nimes, a construit des appareils d'après les mêmes principes et à peu près en même temps qu'Edouard Adam; il prétend même à la priorité d'invention. Je ne m'arrêterai point à discuter cet objet, sa solution étant indifférente au sujet que je traite.

A côté de l'appareil, aussi imposant qu'ingénieux d'Edouard Adam, un simple fabricant d'eau-de-vie, Isaac Bérard en a établi un autre, qui, pour la partie condensatoire, la seule dont il se soit occupé, me paroît le *nec plus ultrà* de la perfection.

Le condensateur d'Isaac Bérard consiste dans un cylindre d'environ un décimètre et demi de diamètre sur un mètre et demi de longueur; il est divisé en plusieurs cases dans son intérieur; ces cases sont séparées l'une de l'autre par des cloisons ou diaphragmes perpendiculaires aux côtés; elles communiquent entre elles par deux ouvertures dont l'une est pratiquée à la partie supérieure et l'autre à la partie inférieure de chaque cloison; l'ouverture supérieure donne passage aux vapeurs d'alcool, d'une case dans l'autre; l'inférieure sert à laisser passer

et à ramener dans la chaudière les phlegmes condensés. Ce cylindre est légèrement incliné vers la chaudière pour faciliter l'écoulement des phlegmes ou eau-de-vie peu concentrée.

Le cylindre condensateur communique à la chaudière par deux tuyaux dont l'un part du couvercle de la chaudière et va aboutir à la partie supérieure de l'extrémité du cylindre, pour y porter les vapeurs qui s'élèvent du vin en ébullition, tandis que l'autre plonge dans le liquide lui-même contenu dans la chaudière, et y ramène les phlegmes condensés dans le cylindre. La totalité du cylindre est immergée dans un bain d'eau dont la température est maintenue entre le 60e et le 70e degré du thermomètre de Réaumur.

A l'aide de deux robinets à double ouverture, ingénieusement disposés sur la longueur du cylindre, l'un à l'extrémité du tuyau qui conduit les vapeurs de la chaudière dans le cylindre, l'autre vers le milieu du même cylindre, on peut se procurer, à volonté, les degrés de spirituosité qu'on desire.

Lorsqu'on ferme le premier de ces robinets, de manière que les vapeurs ne puissent pas entrer dans le cylindre, elles enfilent un tuyau latéral qui les porte immédiatement dans le serpentin, et alors on obtient l'eau-de-vie commune du commerce, qu'on appelle *preuve de Hollande*.

Lorsqu'on ouvre le robinet de manière à fermer le tuyau latéral et à établir une communication avec les cases du cylindre, et qu'en même temps on ferme le se-

cond robinet du cylindre pour que les vapeurs ne parcourent que la moitié des cases, la partie la plus aqueuse des vapeurs se condense dans ces dernières, d'où elle coule dans la chaudière, tandis que la partie spiritueuse s'échappe par un tuyau latéral correspondant à l'une des ouvertures du second robinet, et va se condenser dans le serpentin.

Lorsqu'on fait parcourir toutes les cases à la vapeur, elle s'y dépouille d'une plus grande partie de son eau, et le produit qui se condense dans le serpentin est d'autant plus pur et plus éthéré.

Le second robinet est placé sur un tuyau saillant en arcade au-dessus du cylindre, seul il établit la communication des vapeurs de la case de droite à la case suivante.

On ne peut pas se refuser à reconnoître autant de simplicité que de génie dans cet appareil condensateur; et les expériences que M. Etienne Bérard a fait faire sous ses yeux prouvent, que les produits en sont constans et de très-bonne qualité.

On peut encore varier les produits dans cet appareil en élevant ou abaissant, à divers degrés, la température du bain dans lequel il est plongé.

Cet appareil a l'avantage d'être peu coûteux, de pouvoir s'adapter commodément à tous les appareils existans, d'être à la portée des plus petites *brûleries*, tant à raison du peu d'espace qu'il occupe, qu'à raison de son bas prix.

On peut même courber le cylindre et le replier sur

lui-même pour que le service en soit plus commode et qu'il occupe un moindre espace.

Il suffit de comparer la description des deux appareils d'Edouard Adam et d'Isaac Bérard, pour voir qu'ils n'ont aucun rapport de similitude. Ils remplissent sans doute le même but; ils sont établis d'après le même principe, celui de déphlegmer les eaux-de-vie par la condensation, mais les moyens qu'ils emploient sont bien différens : et si on y trouvoit similitude, il faudroit convenir que toutes les machines employées successivement à produire le même effet, sont semblables entre elles.

En combinant ce que les deux appareils d'Adam et de Bérard ont de parfait, on peut arriver aisément à construire un appareil distillatoire qui laisse bien peu à desirer.

Je pense donc qu'on pourroit emprunter, du superbe appareil d'Edouard Adam, la manière de chauffer le vin par la vapeur, en diminuant toutefois le nombre de ses vases ovales qu'on réduiroit à deux, dont l'un seroit chargé de vin, et l'autre des eaux-de-vie foibles et phlegmatiques. On diminueroit par ce moyen la pression énorme qu'exercent les vapeurs pour surmonter la résistance qu'opposent les quatre colonnes du liquide contenu dans les quatre vaisseaux ovales; on éviteroit par là le danger des explosions; on seroit dispensé de donner une aussi grande force aux vaisseaux, d'apporter le même soin au lutage, et on ne courroit plus le risque de brûler les eaux-de-vie, surtout lorsque la distillation tend à sa fin.

A ce premier appareil de chauffage, on adapteroit le condensateur d'Isaac Bérard, et on termineroit l'appareil par les deux serpentins d'Edouard Adam, qui présentent deux avantages incontestables : le premier de chauffer sans frais le vin destiné à la distillation ; le second de n'être pas obligé de renouveler souvent l'eau du serpentin, ce qui, dans les procédés ordinaires, entraîne des frais, de l'embarras, etc. ; et exige, pour l'emplacement des appareils ordinaires, ou la disposition d'un courant d'eau, ou la construction très-dispendieuse de pompes et réservoirs.

Je ne doute pas qu'en adoptant ces nouveaux appareils, le commerce immense de nos eaux-de-vie ne reçût une nouvelle impulsion incalculable dans ses résultats. Ces perfectionnemens deviennent d'autant plus nécessaires aujourd'hui que quelques nations voisines commencent à partager avec nous un commerce que jusqu'ici nous avions fait presque exclusivement, non point par rapport à la supériorité de nos vins, mais par rapport à la bonté de nos appareils, et surtout à la qualité constante que nous donnions à nos eaux-de-vie.

J'ajouterai qu'on pourra se servir avec le plus grand avantage de l'appareil dont nous venons de parler, pour la distillation des eaux-de-vie de grain, de cidre, de poiré et autres espèces. On peut même espérer de prévenir le goût et l'odeur de *brûlé* qu'ont la plupart de ces liqueurs, en remplissant la chaudière avec l'eau ordinaire, et chauffant le vase distillatoire avec sa vapeur. Dès-lors on n'aura plus à craindre l'empyreume qui provient de

l'adhésion et carbonisation d'une partie de la liqueur épaissie sur les parois de la chaudière et de l'épaississement presque syrupeux de cette même liqueur vers la fin de la distillation. On sera forcé, peut-être, de reporter dans la chaudière le résidu ou *vinasse* d'une première distillation, pour en extraire, par une seconde distillation, une seconde eau-de-vie de mauvais goût; mais on aura toujours l'avantage d'avoir extrait un premier produit très-supérieur à tout ce qu'on a obtenu jusqu'ici.

Les avantages de ce procédé de distillation sont incalculables; ses applications sont sans nombre; mais, pour faire jouir toute la nation de cette importante branche d'industrie, il ne faut pas priver de leur propriété les hommes habiles qui l'ont créée et s'en sont assuré la jouissance exclusive par des brevets d'invention : le gouvernement devroit donc traiter avec Edouard Adam et Isaac Bérard, pour faire de leur propriété une propriété commune, comme il vient de le faire avec M. Douglas pour la filature des laines par le moyen des mécaniques. Quelle que fût l'indemnité qu'on pourroit leur accorder, elle seroit un bien petit sacrifice en comparaison du bienfait qui en résulteroit pour l'industrie et le commerce français.

NOTICE AGRONOMIQUE

Sur les diverses espèces de Frênes qui se cultivent en ce moment dans les jardins et pépinières des environs de Paris,

Par M. Bosc.

Lu le 29 février 1808.

On crut, jusqu'à ces derniers temps, qu'il n'entroit qu'un petit nombre d'espèces dans le genre des frênes. Linnæus n'en a connu que trois; notre confrère le professeur Lamarck n'en a décrit que neuf : on n'en trouve que quinze dans l'*Enumeratio plantarum* de Vahl, et seize dans le *Species plantarum* de Wildenow, ainsi que dans le *Synopsis plantarum* de Persoon, derniers ouvrages où l'on ait eu l'intention de les indiquer toutes.

Les recherches que j'ai été à portée de faire dans les jardins et pépinières des environs de Paris, m'ont prouvé que ce genre n'avoit pas été étudié avec le soin qu'il mérite, puisque les espèces que j'y ai observées, vivantes, s'élèvent au moins à trente-deux; c'est-à-dire positivement au double de celles jusqu'à présent décrites. Je dis au moins, parce qu'il y en existe encore, à ma connoissance, cinq à six sur lesquelles j'ai des doutes qui ne pourront être éclaircis que par la suite. Toutes

ces espèces sont, ou seront réunies l'année prochaine, dans les pépinières impériales de Versailles, dont la nature du sol est très-favorable à leur culture.

J'ai l'honneur de présenter à la classe l'énumération méthodique de ces trente-deux espèces, et l'exposé de quelques considérations générales sur la culture et les usages du frêne commun; considération que je crois applicables, au moins en partie, à toutes les autres. C'est en agriculteur que mon travail est rédigé; je laisse aux botanistes, et principalement à notre confrère le professeur Desfontaines, qui l'a déjà commencé, le soin de faire la monographie du genre. Mon seul but a été de fournir aux pépiniéristes, et aux amateurs de la culture, une nomenclature fixe et des principes qui puissent les guider.

Les causes qui se sont opposées à ce que les frênes fussent mieux connus, appartiennent également à tous les genres d'arbres dont les espèces sont en grand nombre et peu différentes les unes des autres. Je les ai indiquées dans les chênes : elles se montrent dans les noyers dont la quantité doit être au moins triplée, dans les aubépines qui semblent se multiplier à mesure que je les étudie, etc. Ce n'est que par suite d'un séjour prolongé dans les forêts où ils croissent naturellement, ou par une fréquentation habituelle des jardins où on les cultive, qu'on pourra établir, avec quelque assurance, les rapports ou les différences des espèces de ces genres. Presque toutes ne fleurissent qu'au bout d'un certain nombre d'années, et on peut difficilement se procurer

assez d'échantillons, et des échantillons assez caractérisés, pour les décrire avec confiance dans le cabinet, lorsqu'on ne les a pas observées vivantes.

Il y a déjà très-long-temps qu'on cultive des frènes d'Amérique dans les jardins des environs de Paris, mais je ne sais par quelle fatalité il arrive, qu'excepté à celui du Muséum d'histoire naturelle, où notre confrère le professeur Thouin dirige tout vers l'utilité présente et future de la science, ces frènes tombent sous la hache lorsqu'ils sont parvenus à l'âge de la reproduction. J'en connoissois quelques vieux pieds dans des propriétés particulières à Paris, à Versailles, à Saint-Germain; et ils ont disparu. Ceux que j'ai trouvés dans les pépinières impériales, et qui commençoient à donner des graines, viennent d'être arrachés, à mon grand déplaisir, et plusieurs d'entre eux ne se trouvoient pas ailleurs.

Ayant journellement sous les yeux un grand nombre de frènes de la plupart des espèces, et pouvant les comparer à toutes les époques de l'année, j'ai dû juger, avec quelque certitude, de la limite de leurs variations. C'est principalement à cet avantage que je dois le desir de me livrer à l'étude de leurs espèces, et la possibilité de faire usage, pour apprendre à les distinguer, de caractères que négligent les botanistes, mais qui ne trompent jamais les cultivateurs. Les résultats de mon travail, prouvent, encore mieux que ceux de celui sur les chênes, combien la culture peut prêter d'appui à la botanique.

Sans vouloir déprécier les travaux d'André Michaux, ce zélé botaniste, cet infatigable voyageur, avec qui une amitié de trente années me lioit, je dois observer que la presque totalité des frênes d'Amérique, existans dans les pépinières impériales; c'est-à-dire vingt ou vingt-deux espèces, proviennent des graines envoyées par lui, et que cependant il n'en a mentionné que trois dans sa *Flore* de ce pays. Ce fait s'explique pour ceux qui savent que cet ouvrage n'a pas été rédigé dans les forêts de l'Amérique, et que l'herbier qui a servi à ce travail, a été fort détérioré par la suite d'un naufrage. En effet, cet herbier qu'il m'a été permis de compulser dernièrement, contient des échantillons d'un plus grand nombre d'espèces, mais si incomplets, que, comme André Michaux, je ne me serois pas décidé à en faire usage. Au reste, j'ai, à cette occasion, la satisfaction d'apprendre à la classe que son fils, qui parcourt pour la troisième fois les Etats-Unis, s'occupe d'un travail complet sur les qualités du bois des arbres qui en peuplent les forêts, et qu'il n'oubliera pas les frênes, sur le nombre des espèces desquels je lui ai fait passer des notes : il suppléera sans doute, même avec surcroît d'avantages, à ce qui manque, relativement à la détermination de ces espèces, dans l'ouvrage de son père.

Quelques botanistes ont divisé le genre des frênes en deux. L'un comprend les espèces dont les fleurs n'ont que deux étamines et un pistil; l'autre, beaucoup moins nombreux, renferme ceux qui sont pourvus d'un calice et d'une corolle. On a donné à ce dernier le nom d'*orne*.

Peut-être pourroit-on en former un troisième avec les frènes d'Amérique, qui tous, ou presque tous, sont dioïques. Ces nouvelles subdivisions, quoique fondées en raison, intéressent peu le cultivateur, puisque le genre frêne est fort naturel.

Les branches et les feuilles de toutes les espèces de frêne sont opposées ; et ces dernières, toujours ailées avec impaire, et composées de quatre à douze paires de folioles ovales ou lancéolées, sessiles ou pétiolées, plus ou moins grandes, plus ou moins dentées, fréquemment velues en dessous : leurs fleurs sont portées sur des grappes latérales, naissant sur les rameaux de l'année précédente, et s'allongeant à mesure que les fruits se développent. Ces fruits sont des samares à une seule semence, dont l'aile se prolonge et s'éloigne peu de la forme lancéolée.

La plupart des frènes fleurissent à la fin du printemps, en même temps que les feuilles se développent; mais chacune des espèces que j'ai observées, offroit, dans le même local quelques différences à çet égard, soit relativement à l'époque, soit relativement au mode. Leurs feuilles tombent aux premières gelées de l'automne, et leurs fruits au milieu ou à la fin de l'hiver.

Le Frène commun, F. *excelsior*, Lin., a les feuilles composées de onze ou treize folioles sessiles, ovales aiguës, dentées, coriaces, longues de cinq à six centimètres et plus : ses fleurs sont jaunâtres, petites, polygames ; ses fruits sont longs de trois centimètres et larges

de quatre millimètres. Il croît naturellement dans les forêts humides des parties tempérées de l'Europe, où il s'élève à plus de vingt mètres.

Ce frène a produit, par suite de sa culture, plusieurs variétés dont les plus remarquables sont :

Le *Frène à écorce jaspée*, dont l'écorce des jeunes branches est rayée de jaune ;

Le Frène à écorce dorée, dont l'écorce est toute jaune ;

Le *Frène incliné*, *ou Frène parasol*, *ou Frène pleureur*, dont les branches se recourbent naturellement vers la terre ;

Le *Frène horizontal à écorce dorée*, dont les branches sont toujours parallèles à l'horizon, et l'écorce jaune ;

Le *Frène à feuilles déchirées*, qui a les folioles profondément et irrégulièrement dentées, comme si elles avoient été déchirées ou mordues sur leurs bords ;

Le *Frène à feuilles panachées de blanc*. Cette variété est quelquefois si panachée qu'elle paroît toute blanche. Comme c'est à une véritable maladie qu'elle doit cette singularité, elle est toujours grêle et ne subsiste pas longtemps ; du moins je n'ai jamais vu de vieux pieds qui l'offrissent ;

Le *Frène graveleux ou verruqueux* a l'écorce du bois de trois ans, rude, raboteuse et d'un gris brun (les jeunes sont lisses et striés de blanc) ; ses feuilles sont transversalement ridées. Cette variété a des caractères suffisans pour être regardée comme espèce, mais tous les cultivateurs assurent, et je l'ai vérifié, qu'elle se trouve souvent dans les semis du frène commun.

Le Frène pale, F. *pallida*, Bosc, a la feuille composée de sept folioles ob-ovales, aiguës, presque sessiles, d'un vert peu foncé, longues de quatre à cinq centimètres au plus, à bords supérieurs largement dentés. Il est originaire d'Amérique et se voit dans les pépinières impériales. Ses rapports avec le frène commun sont très-nombreux, mais il s'en distingue par sa couleur dorée, par ses folioles plus larges à leur base, moins longues et moins nombreuses.

Le Frène hétérophylle, ou le F. *menophylle*, ou le F. *à une feuille*, a les feuilles tantôt de cinq, tantôt de trois folioles dont l'intermédiaire est beaucoup plus grande, tantôt d'une seule, toutes ob-ovales, très-largement et irrégulièrement dentées. On le regarde généralement comme une variété du frène commun, parce que comme lui, il a les boutons de couleur noire, mais ses folioles moins nombreuses, d'une forme, d'une grandeur et d'une couleur différentes, variant d'une manière si remarquable, donnent lieu de croire qu'il appartient à une espèce distincte, surtout quand on considère qu'il se reproduit de ses graines, et qu'il y a quelques motifs de soupçonner (je pourrois même dire en être certain) qu'il est originaire d'Amérique. C'est un fort bel arbre qui mérite d'être employé à la décoration des jardins, surtout lorsqu'on le place isolément au milieu des gazons et qu'on ne l'empêche pas de prendre sa forme naturelle par une taille inconsidérée. On multiplie et on fixe sa variété à une feuille, par le moyen de la greffe sur le

frêne commun. Il n'est pas rare de voir de ces feuilles, dans ce cas, plus larges que la main.

Le Frêne a petites feuilles, F. *parvifolia*, Lamarck, a les feuilles composées de neuf ou onze folioles ovales aiguës, coriaces, largement dentées, d'un à deux centimètres et plus, de longueur. Ses fleurs sont privées de pétales et disposées en très-petites grappes latérales. On ignore de quel pays il est originaire, mais il y a lieu de soupçonner que c'est des parties méridionales de l'Europe ou de la Turquie d'Asie. Il se cultive dans les jardins des environs de Paris où on le nomme, je ne sais pourquoi, *frêne à mèche*. Les pépinières impériales en possèdent beaucoup de pieds.

Quelques auteurs l'ont confondu avec le suivant, quoiqu'il en soit très-distinct. Sa hauteur ne paroît pas devoir surpasser douze à quinze mètres, si j'en juge par les vieux pieds que je connois.

Le Frêne a feuilles de lentisque, F. *Lentiscifolia*, Desfontaines, a les feuilles composées de neuf ou onze folioles très-écartées, ovales aiguës, dentées, longues de deux centimètres au plus. Ses fleurs sont peu différentes de celles du précédent : il est originaire d'Asie. Les pépiniéristes le connoissent sous le nom de *frêne de la Chine*, de *frêne à mèche*, de *frêne à feuilles de lentisque*. Pendant long-temps on l'a confondu avec le précédent dont il est en effet voisin, mais dont on le distingue cependant facilement par ses rameaux plus allongés, plus écartés, plus bruns, et par ses feuilles

plus étroites. C'est une espèce très-élégante qui se fait remarquer dans les jardins paysagers, lorsqu'elle y est placée avec intelligence. Elle est polygame, fleurit à la fin du printemps, avant la pousse des feuilles, et donne de bonnes graines dans le climat de Paris. Ses rameaux gèlent quelquefois.

Le Frêne roux, F. *Rufa*, Bosc, a les feuilles composées de cinq folioles très-allongées, mucronées, longuement et irrégulièrement dentées. Leur surface inférieure, leurs nervures ainsi que les pétioles et les bourgeons sont couverts de longs poils roux. Il est originaire de l'Amérique septentrionale. Cels en possédoit un fort gros pied qui est passé à la Malmaison.

Le Frêne brun, F. *Fusca*, Bosc, offre des feuilles de sept folioles ovales oblongues, mucronées, largement et irrégulièrement dentées, d'un vert jaunâtre, légèrement velues en dessous sur leurs nervures, longues de huit à neuf centimètres. L'écorce des jeunes rameaux est d'un brun noir; il se rapproche du frêne noir, mais s'en distingue par plusieurs caractères. Comme le précédent il vient de l'Amérique septentrionale, et est passé de chez Cels à la Malmaison. Je dois croire qu'il s'élève beaucoup.

Le Frêne noir, F. *Nigra*, Bosc, a les feuilles de sept folioles ovales aiguës, légèrement sinuées ou dentées en leurs bords, accuminées, d'un vert obscur, l'intermédiaire souvent longue de huit à neuf centimètres. L'écorce de ses jeunes rameaux est d'un brun noir. L'Amé-

rique septentrionale est son pays natal. Il se cultive dans les pépinières impériales, dans celle du Roule et chez Cels. Ses rapports avec le précédent et les deux suivans sont nombreux, mais lorsqu'on les compare on le trouve fort différent. Le frène noir des Américains, si j'en juge par une note de l'herbier de Michaux, est le *frène ovale*, et celui de quelques pépiniéristes est le *frène accuminé*. J'ignore quelle est la hauteur à laquelle parvient l'espèce dont il est ici question, mais j'ai lieu de croire qu'elle n'est pas très considérable.

Le Frène elliptique, F. *Elliptica*, Bosc, a les feuilles composées de sept folioles ovales, mucronées, largement, mais quelquefois foiblement dentées, légèrement hérissées de poils en dessous, l'impaire plus grande et plus arrondie, de huit à neuf centimètres de long. Ses boutons sont fauves, et l'écorce de ses jeunes rameaux d'un brun noir. On en cultive beaucoup de pieds dans les pépinières impériales, provenant de graines envoyées de l'Amérique septentrionale. Il ne paroît pas devoir s'élever beaucoup.

Le Frène ovale, F. *Ovata*, Bosc, a les feuilles composées de sept folioles ovales aiguës, toujours régulièrement dentées, légèrement pubescentes en dessous, l'impaire beaucoup plus grande, plus rude, de 6 ou 7 centimètres de diamètre. Ses boutons sont fauves, ses jeunes rameaux très-grêles et d'un vert brun. Il est originaire de l'Amérique septentrionale et se cultive dans les pépinières impériales. Je ne le crois pas susceptible de s'élever

beaucoup. Il se rapproche du précédent et du *frêne à larges fruits*, mais est distinct : c'est le *frêne noir* de l'herbier de Michaux et le *Black-ash* des Américains : on l'appelle *frêne blanc* dans d'autres parties de cette contrée, d'après le même botaniste et M. de Lamarck.

Le Frêne accuminé, F. *Accuminata*, Lamarck, a les feuilles composées de sept folioles ovales lancéolées, accuminées, très-peu dentées, d'un vert foncé en dessus, très-glauques et presque glabres en dessous ; l'impaire a ordinairement un décimètre de long. Ses boutons sont fauves et très-gros ; ses jeunes rameaux d'un noir grisâtre. L'Amérique septentrionale est son pays natal. C'est le *frêne noir* de quelques pépiniéristes, le *frêne d'Amérique*, de plusieurs auteurs : il se distingue des autres par la beauté de son feuillage qui contraste avec lui-même, selon qu'on le regarde en dessus ou en dessous ; aussi est-il très-propre à décorer les jardins paysagers. La vigueur de sa végétation annonce qu'il doit former un très-grand arbre. On en cultive beaucoup dans les pépinières impériales : ses jeunes feuilles, et le point d'insertion des pétioles propres sur le pétiole commun, sont presque toujours d'un brun rougeâtre.

Le Frêne d'Amérique, F. *Americana*, Lin., a les feuilles composées de sept folioles ovales aiguës, accuminées, inégalement dentées, glauques, velues et même quelquefois veloutées en dessous, ainsi que le pétiole. L'impaire a ordinairement un décimètre de long. Ses boutons sont dorés ; l'écorce de ses jeunes rameaux

est d'un gris brun. Il croît naturellement dans l'Amérique septentrionale, et se cultive dans les pépinières impériales et autres des environs de Paris. On l'a presque toujours confondu avec le précédent, dont il est en effet très-voisin, mais dont il se distingue par ses folioles plus larges, plus souvent dentées, toujours velues et quelquefois drapées en dessous, par son écorce bien moins colorée, etc. Ses jeunes feuilles et les points d'insertion des pétioles propres sur le pétiole commun, sont également brunes. C'est aussi une très-belle espèce, mais elle produit cependant un peu moins d'effet que la précédente, parce que la couleur des deux faces de ses feuilles est moins tranchée. Je ne doute pas que ce ne soit le véritable *frène d'Amérique* de Linnæus, d'après la description qu'il en a donnée. Si j'en crois une note de l'herbier de Michaux, c'est le *fraxinus alba* de Bartram. Sa hauteur doit être considérable.

Le Frène a feuilles de noyer, F. *Juglandifolia*, Lamarck, a les feuilles composées de sept folioles pétiolées, ovales lancéolées, inégalement dentées, légèrement pubescentes en dessous le long des principales nervures, l'intermédiaire de dix à douze centimètres de longueur. Ses jeunes rameaux sont d'un gris verdâtre; ses fruits atteignent rarement plus de trois centimètres, et sont très-étroits. Il est originaire de l'Amérique septentrionale, et fournit de bonnes graines dans le climat de Paris. On lui donne, dans quelques pépinières, le nom de *frène de la Caroline*. Une ou deux de ses folioles

supérieures prennent souvent une aile et deviennent décurrentes sur le pétiole commun, ce qui peut servir à le faire distinguer.

Le Frène de Richard, F. *Richardi*, Bosc, a les feuilles de sept folioles ovales aiguës, dentées, d'un vert foncé, pubescentes en dessous le long de leurs nervures, l'intermédiaire longue de dix à douze centimètres. L'écorce de ses bourgeons est grise et couverte, à leur base seulement, de poils blancs, roides et cassans ; celle de ses vieux rameaux est d'un gris brun.

Cette espèce provient de graines envoyées de l'Amérique septentrionale à Antoine Richard, par A. Michaux. Elle a pu être confondue avec la précédente et la suivante, mais elle est bien distincte.

Le Frène cendré, F. *Cinerea*, Bosc, a de sept à neuf folioles écartées, lancéolées, largement et inégalement dentées, d'un vert terne en dessus, velues en dessous sur les nervures, l'intermédiaire longue de dix à douze centimètres. Ses bourgeons sont grêles et couverts de poils cendrés ; ses jeunes rameaux sont d'un vert grisâtre. Il est originaire de l'Amérique septentrionale et se cultive dans les pépinières impériales. Ses rapports avec le précédent sont nombreux, mais ses différences bien tranchées. Il est aussi possible que le F. *blanc* et le F. *de la Caroline*, aient été confondus avec lui.

Le Frène blanc, F. *Alba*, Bosc, a sept folioles lancéolées très-fortement et inégalement dentées, d'un

vert clair, hérissées de poils blancs et cassans en dessous, ainsi que sur les pétioles propres et communs, l'intermédiaire de dix à douze centimètres. L'écorce de ses rameaux est d'un gris clair. Il provient de l'Amérique septentrionale, et se cultive dans les pépinières impériales.

Le F. *blanc* de Bartram est le même que le F. *d'Amérique*, si j'en crois une note de l'herbier de Michaux.

Cette espèce a été mal à propos confondue avec la précédente, avec la suivante, et peut-être avec d'autres.

Le bois du frène blanc passe, dans le nord de l'Amérique, pour le meilleur de ceux fournis par les espèces du même genre : il est, en conséquence, très-recherché. J'ai pu juger, dans le pays même, qu'en effet il est beaucoup plus liant et plus dur que celui de notre frène commun, mais je n'ai pu m'assurer s'il provient de cette espèce, ou du *frène d'Amérique*, ou d'un autre, ce nom étant appliqué à plusieurs, comme je viens de l'observer.

Le Frène de la Caroline, F. *Caroliniana*, a les feuilles composées de sept folioles pétiolées, lancéolées, fortement et irrégulièrement dentées, glabres, luisantes, d'un vert pâle, l'intermédiaire de huit à dix centimètres. Ses pétioles et ses rameaux sont grêles, d'un vert jaunâtre, et très-glabres ; son tronc s'élève à une médiocre hauteur. Il croît dans les marais de la Caroline où je l'ai observé. On le cultive dans les pépinières. C'est certainement l'espèce qu'indique la mauvaise figure de Catesby. Les gelées du climat de Paris le frappent quelquefois, c'est pourquoi il n'est pas commun.

Ce nom est appliqué souvent à trois ou quatre autres espèces, pricipalement au F. *blanc*, au F. *cendré* et au F. *à feuilles de noyer*, quelque distincts qu'il soient.

Le Frène vert, F. *Veridis*, Bosc, a les feuilles composées de sept folioles ovales aiguës, finement et inégalement dentées, d'un vert luisant foncé en dessus, plus pâles et un peu tomenteuses en dessous sur leurs nervures; l'intermédiaire de huit à neuf centimètres de long. Ses jeunes rameaux ont l'écorce d'un vert foncé. Il est originaire de l'Amérique septentrionale, et se cultive dans les pépinières impériales et autres. On a pu le confondre avec les deux précédens, mais il s'en distingue fort bien au premier aspect.

Le Frène lance, F. *Lancea*, Bosc, a les feuilles composées de sept folioles, lancéolées, très-aiguës, très-largement dentées sur les deux tiers supérieurs de leurs bords, d'un vert noir en dessus, d'un vert pâle, et un peu hérissées en dessous, la longueur de l'intermédiaire quelquefois de douze à quinze centimètres. L'écorce de son jeune bois est d'un cendré obscur et très-glabre. Il croît naturellement dans l'Amérique septentrionale, et se cultive dans les pépinières impériales. C'est une des plus belles espèces par la couleur, la longueur et le port de ses feuilles. Lamarck le regardoit comme une variété du suivant, ainsi que je m'en suis assuré dans son herbier, mais il s'en distingue parfaitement à tous les âges et à toutes les époques de l'année.

Le Frène a longues feuilles, F. *Longifolia*, Bosc,

a les feuilles composées de sept folioles, ovales allongées, très-accuminées, rarement dentées, d'un vert clair en dessus très-tomenteuses en dessous, ainsi que sur les pétioles; l'intermédiaire quelquefois longue de quinze à dix-huit centimètres. L'écorce de ses bourgeons est également très-hérissée de poils gris.

Cette belle espèce est originaire de l'Amérique septentrionale, et se cultive dans les pépinières impériales. Elle a été confondue avec la précédente dont elle diffère beaucoup, et avec la suivante dont elle se rapproche davantage, mais dont elle se distingue cependant facilement; en hiver, par ses jeunes rameaux beaucoup plus gros et plus obtus; au printemps, par ses feuilles très-luisantes en dessus; et en automne par ces mêmes feuilles devenues très-longues, très-coriaces et pendantes.

Le Frène pubescent, F. *Pubescens*, Lamarck, a les feuilles ordinairement composées de sept folioles ovales oblongues, finement et irrégulièrement dentées, légèrement accuminées, d'un vert obscur en dessus, très-pubescentes en dessous ainsi que sur leurs pétioles; l'intermédiaire au plus de huit à dix centimètres. Ses jeunes rameaux sont grêles et couverts de poils cendrés; plus tard ils deviennent glabres et grisâtres. L'Amérique septentrionale est son pays natal. On le cultive depuis longtemps dans les pépinières où il fleurit et donne de bonnes graines. C'est le F. *epiptera* de Michaux, ainsi que je m'en suis assuré dans son herbier. Il a été confondu avec le précédent, mais il s'en distingue fort bien,

comme je l'ai déjà remarqué, principalement par ses feuilles qui restent toujours ovales et d'un vert terne : il se rapproche aussi du *frène cendré*.

Le Frène tétragone, F. *Quadrangulata*, Michaux, a les folioles au nombre de cinq ou de sept, ovales aiguës, largement dentées, d'un vert clair en dessus et un peu pubescentes en dessous, l'impaire de huit à dix centimètres de long. Ses boutons sont gris et ses jeunes rameaux tétragones. Il est naturel à l'Amérique septentrionale, et se cultive dans les pépinières impériales où un pied qui commençoit à donner des fleurs a été arraché à mon grand déplaisir. On peut croire, d'après la vigueur de ses pousses, qu'il s'élève à une assez grande hauteur.

Le Frène a feuilles de sureau, F. *Sambucifolia*, Lamarck, a ordinairement les feuilles composées de onze folioles sessiles, lancéolées, accuminées, ridées, profondément dentées, d'un vert foncé en dessus, légèrement tomenteuses en dessous le long de la grande nervure; l'intermédiaire de dix à douze centimètres de long. Ses jeunes rameaux sont verdâtres et pointillés de noir. Il est originaire de l'Amérique septentrionale, et se cultive dans les pépinières impériales. Ses feuilles, froissées, exhalent une odeur désagréable qui a quelques rapports avec celle du sureau. C'est par conséquent une espèce bien distincte.

Les pépinières impériales possèdent une variété de cette espèce, dont le pétiole est tout velu et les folioles beaucoup plus grandes.

Le Frêne a larges fruits, F. *Platicarpa*, Michaux, a les feuilles composées de cinq folioles ovales aiguës, dentées, glabres, au plus longues de six ou sept centimètres. Ses fruits sont ovales, lancéolés, et larges de douze à quinze millimètres. Il croît naturellement dans les marais de la Caroline où j'en ai observé de grandes quantités. Sa hauteur surpasse rarement six à huit mètres. On le cultive dans les pépinières impériales et dans celles du gouvernement; mais comme il est sensible à la gelée, il s'y conserve difficilement en pleine terre.

Le Frêne rubicond, F. *Rubicunda*, Bosc, a les feuilles composées de sept folioles ovales aiguës, coriaces, d'un vert foncé en dessus, pâles et légèrement tomenteuses en dessous, l'intermédiaire de six ou sept centimètres de long; leurs pétioles propres et communs, et leurs principales nervures sont rougeâtres. Ses boutons sont gris-brun et l'écorce de ses jeunes rameaux cendrée. Il y a lieu de croire que l'Amérique septentrionale est son pays natal. Il n'est encore cultivé que dans la pépinière de Noisette où il n'annonce pas devoir former un grand arbre, mais où il se distingue bien de toutes les autres espèces.

Le Frêne pulvérulent, F. *Pulverulenta*, Bosc, a les feuilles composées de treize folioles longuement pétiolées, ovales aiguës, plutôt sinuées que dentées, d'un vert foncé en dessus, pâles et légèrement tomenteuses en dessous; les plus grandes de six centimètres de

long. Les pétioles propres et communs sont couverts de poils cendrés très-courts qui les font paroître comme poudreux. On le cultive chez Noisette, avec le précédent, et on peut lui appliquer les mêmes observations. Sa description semble le rapprocher du F. *cendré* et du F. *pubescent*, mais il en diffère beaucoup par le nombre et la forme de ses folioles.

Le Frène mixte, F. *Mixta*, Bosc, a les feuilles composées de onze folioles ovales, presque sessiles, très-profondément et inégalement dentées, d'un vert foncé en dessus, légèrement hérissées sur le pétiole commun et le long des nervures; l'intermédiaire de quatre à cinq centimètres.

Cette espèce, que cultive aussi Noisette, et à qui les remarques précédentes sont également applicables, a des caractères peu tranchés, cependant elle ne peut se confondre avec aucune autre.

Le Frène nain, F. *Nana*, Bosc, a les folioles au nombre de sept ou de neuf, ovales allongées, dentées, d'un vert très-foncé, les pétioles communs membraneux ou ailés à leur base. Ses boutons sont noirâtres et ses rameaux grisâtres. Je le crois originaire de l'Amérique septentrionale. Rarement ses pousses annuelles sont de plus d'un décimètre de long; ce qui assure qu'il s'élève très-peu. On le multiplie en le greffant sur le frêne commun, ou mieux sur le frêne à fleur, comme moins vigoureux. Le caractère tiré de ses pétioles est si saillant qu'il y a lieu d'être surpris qu'on l'ait pu prendre pour

une variété du frène commun, quoiqu'il ait comme lui les boutons noirâtres.

Le Frène crespu, F. *Crispa*, Bosc, a les feuilles composées de neuf à onze folioles, ovales aiguës, profondément et irrégulièrement dentées, ondulées ou crispées en leurs bords, d'un vert noir en dessus, pâles et légèrement hérissées en dessous, longues de trois à quatre centimètres. Ses boutons sont noirs et l'écorce de ses rameaux d'un gris-brun. Je suppose qu'il est originaire de l'Amérique septentrionale. Il ne pousse pas avec plus de vigueur que le précédent et se multiplie de même dans les pépinières. On l'a regardé comme une variété du F. *commun*, et par la même raison c'est-à-dire à raison de la couleur de ses boutons; mais quand on compare leurs diverses parties en détail, leurs différences paroissent trop nombreuses, pour ne pas être forcé à le reconnoître comme distinct. C'est le frène *vert-noir* (*atro-virens*) de quelques pépiniéristes.

Le Frène a fleur, *Fraxinus ornus*, Lin., dont on a fait, avec raison, un genre sous le nom d'Orne, *ornus*. Sa hauteur surpasse rarement dix à douze mètres; son écorce est grise; ses feuilles composées de neuf folioles ovales aiguës, dentées, glabres et d'un vert foncé en dessus, longues de trois à quatre centimètres; ses fleurs pourvues de quatre longs pétales blancs, et disposées en grosses panicules pendantes à l'extrémité des rameaux. Il croît dans le midi de l'Italie, la Grèce, l'Asie mineure, même aux environs de Montpellier, etc., aux lieux mon-

tueux et arides. Ses fleurs, dans le climat de Paris, se développent au milieu du printemps, lorsque ses feuilles sont parvenues à la moitié de leur grandeur. On l'appelle *Orne* dans la Calabre, où il fournit au commerce une sorte de manne inférieure en qualité à celle que produit le F. *à feuilles rondes.* Son bois est propre à tous les usages de celui du frêne commun; il est même plus dur et plus élastique. On le cultive fréquemment dans les jardins paysagers des environs de Paris, qu'il embellit plus que beaucoup d'autres arbres, parce que ses rameaux, nombreux et grêles, se recourbent avec grace sous le poids de leurs feuilles, parce que ses fleurs forment de très-grosses grappes et exhalent une odeur douce fort agréable; enfin parce que ses fruits sont abondans et subsistent, d'une manière pittoresque, jusqu'à la fin de l'automne. C'est au troisième rang des massifs qu'il se place ordinairement; mais les effets qu'il produit lorsqu'il est isolé à quelque distance de ces massifs, doivent engager les amateurs à en mettre quelques-uns dans cette dernière position.

La propriété qu'a ce frêne de croître dans les plus mauvais terrains le rend précieux pour certains cantons, mais je ne sache pas qu'on l'ait jamais cultivé dans le nord de la France, sous les rapports de l'utilité de son bois. Je ne parle que de son bois, parce que quoique j'en connoisse de vieux pieds dans les environs de Paris, je ne suis pas parvenu à en obtenir de la manne. Il faut, à ce qu'il paroît, un degré de chaleur très-élevé pour qu'elle puisse fluer. L'importance dont peut être cet arbre

m'avoit engagé à distribuer chaque année plusieurs sacs de ses graines dans les départemens, lorsque je pouvois, sans opposition, utiliser, pour l'avantage de l'agriculture, celles que fournissent les jardins de Versailles.

Cette espèce offre deux variétés ; l'une à feuilles plus grandes et l'autre à feuilles plus petites. Cette dernière, qu'on appelle *frène de Montpellier*, parce qu'on l'a trouvée aux environs de cette ville, paroît n'être qu'un grand arbrisseau.

Le FRÈNE A FLEUR D'AMÉRIQUE, F. *Ornus Americana*, Bosc, se rapproche infiniment du précédent, mais forme certainement espèce. Il a les folioles plus arrondies et les pétales plus courts et moins larges. Je l'ai observé en Caroline, dans des lieux sablonneux et arides où il m'a paru s'élever beaucoup. On en voit quelques pieds dans les pépinières impériales.

Le FRÈNE A MANNE, F. *Rotundifolia*, LAMARCK, a ordinairement les feuilles composées de cinq folioles presque rondes, dentées et surdentées, luisantes, d'un vert pâle, d'un centimètre de diamètre, l'impaire un peu lancéolée, les fleurs disposées en panicules pendantes à l'extrémité des rameaux, pourvues de longs pétales linéaires et rougeâtres. Il croît dans les parties méridionales de l'Italie et dans l'Orient. C'est lui qui produit la plus grande partie de la manne dont on fait usage en médecine. Quelques auteurs l'ont mentionné sous les noms de *frène de la Calabre*, de *frène d'Alep*. Son introduction en France est due à M. de Thury. On

le cultive au jardin du Muséum et dans les pépinières impériales. Je ne connois pas, dans les jardins des environs de Paris, de pieds de cette espèce encore assez forts pour donner de la graine.

J'ai trouvé dans les ouvrages de botanique et dans les herbiers quatre espèces de frênes qui ne se cultivent pas dans les pépinières impériales. Ce sont le Frène a feuilles aigues, originaire d'Espagne, et décrit par Vahl; le Frène oxicarpe, décrit par Wildenow, et originaire du Caucase; le Frène de Capadoce, originaire de l'Asie mineure. Ce dernier, que possède M. de Jussieu, a les feuilles composées de cinq folioles ovales oblongues, profondément et irrégulièrement dentées, glabres, la terminale presque ronde et de quinze à dix-huit millimètres de diamètre. Son fruit est accuminé, long de deux centimètres; il se rapproche du *frène à petites feuilles* et du *frène à manne*, mais paroît bien distinct; enfin le Frène strié, F. *Strigata*, Bosc, qui a les feuilles de quinze folioles pétiolées, ovales ou ovales aiguës, fortement velues sous leurs pétioles, longues de six à sept centimètres. Ses boutons sont gris d'ardoise; ses jeunes rameaux fauve pâle et striés de gris. Il se rapproche beaucoup du frène à fleur, et doit par conséquent faire partie du genre *ornus*. Notre confrère le professeur Thouin, dans l'herbier duquel il se voit, ignore d'où il vient; mais on peut supposer que c'est des contrées orientales.

Comme je l'ai déjà dit, j'ai observé dans les pépinières des environs de Paris, au moins cinq à six frênes assez

différens de ceux mentionnés ci-dessus pour soupçonner qu'ils appartiennent à des espèces distinctes. J'attends pour m'en assurer qu'ils soient plus grands ou que l'influence de la greffe ait cessé son action sur eux.

Je dis l'influence de la greffe, parce qu'en effet tous ces frènes se greffent fort bien sur le frène commun : mais comme quelques-uns sont d'une nature plus foible, il font, dans ce cas, des pousses monstrueuses qu'on seroit tenté de croire appartenir à des espèces distinctes. Aussi ai-je l'intention de faire greffer de préférence ces espèces foibles telles que le F. à *feuilles ovales*, le F. à *larges fruits*, le F. *nain*, le F. *crespu*, le F. *à manne*, sur le *frène à fleur*, dont le plant abonde dans les pépinières impériales, et qui s'élevant moins et plus lentement, surtout quand il est dans une terre un peu maigre, est davantage en rapport avec eux.

C'est en fente au printemps, ou en écusson en été et toujours rez-terre, que les frènes doivent se greffer. Les *F. nain* et *crespu* et les variétés reclinées du *F. commun*, gagnent seuls a l'être à un, deux, trois et même quatre mètres de haut. En effet, les premiers qui s'élèvent peu, ont besoin que leur tête se dégage, et les secondes demandent à être assez élevées de terre pour qu'on puisse jouir sans obstacles du singulier effet de leur disposition contre nature et de la faculté de se mettre à l'abri sous leurs rameaux.

Les bourgeons que poussent les greffes faites en écusson étant ordinairement d'une végétation tardive et très-vigoureuse, ne se trouvent pas toujours consolidés (*aoutés*

comme disent les jardiniers) à l'époque des premières gelées, et par suite sont exposés à être frappés par elles. Comme un frêne tortu et irrégulier est bien plus désagréable à l'œil qu'un autre arbre qui seroit dans le même cas, il est presque toujours plus avantageux de couper le pied rez-terre que de conserver une greffe mutilée. Au reste, j'observe qu'un frêne planté dans un sol humide et ombragé est bien plus sujet à cet inconvénient qu'un frêne placé dans un terrain sec et exposé au soleil, et qu'il n'y a guères que les *F. de la Caroline*, *à larges fruits* et *à feuilles de tamarisque* qui soient susceptibles de craindre les gelées ordinaires du climat de Paris, lorsque leurs bourgeons ont acquit la consistance ligneuse.

C'est dans les terres légères et humides que se plaisent le mieux la plus grande partie des frênes. Le frêne à fleur même, quoique réussissant dans les terres sèches et arides, gagne à être placé dans un bon sol, c'est-à-dire, qu'il y acquiert une hauteur et une grosseur bien plus considérables, ainsi que le prouve la comparaison de beaucoup de pieds cultivés aux environs de Paris dans des lieux de nature différente. Le frêne commun, le seul dont je m'occuperai désormais, vient mal dans les argiles compactes, dans les terres sablonneuses ou crayeuses trop arides, dans les marais fangeux. Il se contente de peu de profondeur, parce que ses racines, quoique naturellement pivotantes, peuvent devenir horizontales et envoyer au loin leurs ramifications, gagner les fentes des rochers et les interstices des pierres. Sa croissance est d'abord très-rapide. Elle se ralentit par le progrès de l'âge. L'ombre

des autres arbres lui nuit peu dans sa jeunesse, et il parvient bientôt à les surmonter, le saule marceau et l'aune seuls exceptés. Aussi quand il a été introduit avec une certaine abondance dans un canton de bois dont le sol lui convient, en chasse-t-il petit à petit presque tous les autres arbres, et finit-il par s'emparer entièrement du terrain, jusqu'à ce que ce sol, fatigué de le nourrir, rappelle d'autres espèces. On a prétendu que cet effet étoit produit par des émanations gazeuses malfaisantes, ou par l'eau des pluies qui enlevoit à ses feuilles une matière corrosive, mais c'est une erreur. J'ai plusieurs fois examiné la matière visqueuse qui couvre les feuilles des frène dans certains momens, et j'ai toujours vu que c'étoit du *mielat* analogue à celui des autres arbres, c'est-à-dire, une véritable *manne* probablement purgative, mais qui ne peut pas faire périr les arbres voisins et dont les abeilles, les fourmis et autres insectes se nourrissent sans inconvénient.

Quoique le frène pousse quelquefois des rejetons de ses racines et qu'il se prête assez facilement au marcottage, on ne le multiplie, et avec raison, que par le semis de ses graines. Ce semis doit se faire en automne, ou à la fin de l'hiver dans un terrain bien ameubli par les labours. Si ce terrain est en plaine et dénué d'ombre, il faudra lui en donner par des semis de grandes plantes annuelles, ou mieux encore par la plantation de rangées de topinambours placées dans la direction du levant au couchant et écartées d'un à deux mètres, selon la nature plus ou moins sèche de ce terrain, ou la chaleur plus ou moins

forte du climat, car il faut à cet arbre de la fraîcheur en tout temps, et principalement dans son premier âge. On peut indifféremment semer sa graine à la volée ou en rayons. Elle demande à n'être enterrée que de deux centimètres au plus dans les terres de moyenne consistance. Il est bon de donner au plant un ou deux sarclages ou binages pendant le cours de l'été; mais le plus souvent on s'en dispense sans inconvénient. Ce plant ne reste ordinairement qu'un à deux ans dans le lieu du semis, soit qu'il soit destiné à être cultivé en pépinière ou planté immédiatement ailleurs. Lorsqu'on le relève à un an, il faut lui donner le moyen de se fortifier pendant encore une année en le mettant en rigole, c'est-à-dire, en rangées écartées de deux décimètres, rangées où il est bien lui-même écarté de la moitié de cette distance. Lorsqu'on le relève à deux ans, il peut être immédiatement planté en quinconce, chaque pied à trois ou quatre décimètres l'un de l'autre. Dans tous les cas, on évitera de suivre le mauvais exemple de ceux qui lui coupent la tête, comme aux arbres à branches non opposées, car cette opération retarderoit la croissance et diminueroit la beauté des arbres qu'il doit produire. On évitera également de mutiler ses racines et surtout son pivot.

Lorsqu'on destine le produit d'un semis de frêne à une plantation nouvelle ou au repeuplement d'un bois trop dégarni, l'économie engage presque toujours à n'arracher le plant que pour le placer dans le lieu où il doit rester toujours. Alors, quoique l'usage contraire prévaille souvent, il faut l'employer la troisième ou au plus la qua-

trième année, parce que plus âgé il seroit d'une reprise moins assurée, donneroit des arbres plus foibles et de moins de durée. La théorie de cette pratique est connue et seroit trop longue à développer ici.

Comme ce frène, ainsi que je l'ai déjà fait remarquer, est de tous les grands arbres indigènes, celui qui croît le plus facilement à l'ombre, il est extrêmement propre pour regarnir les fôrets, lorsque la nature du terrain lui est d'ailleurs favorable. Il doit, en conséquence, être souvent préféré aux autres. Dans ce cas, on a le choix ou d'employer du plant ou de semer des graines. Le premier peut être mis en place pendant tout le cours de l'hiver lorsque la terre est dépourvue de neige et qu'il ne gèle pas. Les secondes se sèment dans de petits labours de la largeur de la main, qu'on fait de distance en distance, avec une pioche à court manche. Cette méthode est peu coûteuse et presque sûre dans les bons fonds. C'est celle que l'administration forestière devroit pratiquer. Son plus grand inconvénient tient à la destruction des graines par les mulots et autres quadrupèdes rongeurs, mais il est des moyens connus de le diminuer.

Le plant repiqué en pépinière, ainsi que je l'ai déjà dit plus haut, se bine deux ou trois fois pendant la première année, et ensuite une seule. La seconde année on coupe rez du tronc toutes les branches latérales qui rivalisent de grosseur avec lui, et à un décimètre de longueur toutes les autres. Cette opération qui se nomme *taille en crochet* et dont la théorie est si belle, se fait entre les deux sèves ou mieux pendant l'hiver.

En général le frène n'aime point le tranchant de la serpette et un cultivateur jaloux de réussir, doit la lui ménager le plus possible. Sa flèche, surtout, c'est-à-dire, son bourgeon supérieur ne doit pas être coupé sans de puissans motifs. Cependant lorsque le plant est mal venu, qu'il a été gelé ou brouté par le bétail, il ne faut pas craindre de le récéper pendant l'hiver rez-terre, pour le forcer à pousser de nouveaux bourgeons, dont le plus vigoureux sera le seul conservé et traité ensuite comme il vient d'être dit.

On ne greffe sur le frène que les espèces de son genre et quelquefois le chionante qui n'y subsiste pas long-temps. Le lilas y réussit également, mais y dure rarement plus d'une saison. C'est à la seconde et troisième année qu'il convient de faire servir le frène comme sujet, excepté lorsqu'on veut greffer sa variété reclinée qui, comme je l'ai déjà dit, demande à être placée à une grande hauteur. Je rappelle à cette occasion, qu'hors ce dernier cas, il faut placer les greffes le plus près possible de terre et même entre deux terres.

Ce n'est guère qu'à la sixième année que les frênes cultivés en pépinière ont acquis assez de force pour être *défensables*, c'est-à-dire sont dans le cas d'être plantés en plein champ sans craindre d'être cassés ou arrachés par le seul effort de la main ou par des bestiaux.

Une très-profitable manière d'employer le plant de frène, c'est d'en faire des quinconces dans les marais desséchés. Arthur-Young cite, dans ses voyages agronomiques, un grand nombre de propriétaires d'Angleterre

et d'Irlande, de qui des plantations de ce genre ont doublé et même triplé le revenu. On peut se plaindre que, quelque estime qu'on ait en France pour cet arbre, on ne l'utilise pas assez de cette manière et je voudrois exciter mes compatriotes à ne pas en négliger l'emploi. Non seulement le frène peut être planté ainsi, mais encore servir à border les étangs, les rivières, les ruisseaux, les prairies, les champs humides, les grandes routes, etc. Il donne plus promptement des produits que les arbres d'un meilleur service, tels que le chêne, l'orme, et des produits plus considérables que ceux qui lui sont supérieurs à cet égard. Tous les cultivateurs qui substitueront cet arbre au saule, doivent être certains de faire une excellente spéculation pour eux et encore plus pour leurs héritiers.

On peut planter le frène en quinconce ou en ligne dans l'intention d'en tirer parti sous trois rapports différens; 1°. pour les laisser venir librement et les couper à trente, quarante, cinquante ou soixante ans, afin de tirer parti de leur bois pour la charpente, la menuiserie, le charronnage, le tour, etc.; 2°. pour les tenir en tétards de trois à quatre mètres de haut, dans l'intention d'en couper les pousses en hiver ou toutes les cinq, six, sept, huit, neuf ou dix années, afin d'en faire du bois de chauffage, des cercles de tonneaux, des échalas, etc., ou toutes les deux ou trois années en été pour le premier de ces objets et en même temps, afin d'avoir de la feuille soit verte, soit sèche pour la nourriture des bestiaux; 3°. pour les couper rez-terre lorsqu'ils auront acquis quinze

à vingt ans ou à peu près, et laisser seulement les deux, trois, quatre ou cinq principaux des bourgeons qu'ils repousseront pour ne les couper de nouveau qu'au même âge, afin de fournir du bois pour des cercles de cuve, des brancards de cabriolets, les manches d'outils, des fourches, etc., etc. Dans tous ces cas, huit à dix mètres de distance entre les pieds, sont un terme moyen raisonnable. J'ai vu pratiquer ces trois méthodes avec beaucoup de profit. La dernière surtout qui est la moins commune est le plus souvent la meilleure, car c'est à raison de son élasticité que le bois du frène est principalement recherché et cette élasticité est à son maximum, vers l'âge de dix-huit à vingt ans, si on s'en rapporte aux ouvriers, car je ne sache pas qu'il ait été fait des expériences positives sur ce point. J'ajoute qu'il est généralement reconnu que le terme de soixante à quatre-vingts ans, est celui auquel il faut couper tout frène du bois duquel on veut tirer un parti avantageux pour les hauts services.

Les haies formées avec le frène semblent, à raison de la rapidité de sa croissance et de la direction de sa flèche, devoir être difficiles à former, cependant j'en ai vu d'excellentes, comme je l'ai dit dans un mémoire sur les haies, lu à la société d'agriculture de Versailles et imprimé par ses ordres. Pour les former il suffit de supprimer la flèche la seconde ou troisième année et de disposer parallèlement au sol, les branches latérales; ensuite de tenir, à la hauteur desirée, les rameaux qui sortent de ces branches latérales, par des coupes annuelles ou bisannuelles.

Il est des cantons de la France où on plante beaucoup de frênes au milieu des haies rustiques, dans les intentions indiquées plus haut, c'est-à-dire ou pour les laisser croître à toute leur hauteur, ou pour les couper en têtards, ou pour en faire des perches propres à fabriquer des brancards de cabriolets, des cercles de cuve, etc.

On doit regarder le frêne comme très-propre à être employé à la plantation des grandes routes à raison de sa grandeur et de l'utilité de son bois. Le peu d'ombre qu'il fournit est encore un avantage, dans ce cas, en ce qu'il met moins d'obstacle au desséchement de ces routes après les pluies. La cause qui s'oppose à ce qu'il y en ait peu employés à cet usage, c'est que ne venant bien que dans les sols humides, on peut rarement en faire une longue ligne et que l'opinion de la nécessité de mettre une seule espèce d'arbre sur la même route prévaut malheureusement encore parmi ceux qui sont appelés à diriger cette partie de service public.

Le feuillage du frêne contraste fort bien, par sa disposition et sa couleur, avec celui de la plupart des arbres indigènes, et il résulte des bons effets de leur opposition lorsqu'elle est ménagée avec intelligence; aussi place-t-on le frêne avec avantage dans les massifs des jardins paysagers. Cet arbre ne produit pas d'aussi bons effets lorsqu'il est isolé à raison de la roideur de ses rameaux et de l'écartement de ses feuilles, cependant lorsqu'il est d'une certaine grosseur il ne manque pas d'élégance. Un inconvénient grave qu'il présente, surtout dans les pays chauds, c'est d'être sujet à être dépouillé de ses feuilles par les can-

tharides, et que ces cantharides exhalent une odeur désagréable et même dangereuse. Il n'y a pas moyen de le prévenir.

Le bois du frêne est blanc, veiné longitudinalement, assez dur, fort uni, très-liant tant qu'il conserve un peu de sève. Son aubier est épais. Il ne fait retraite que d'un douxième en se desséchant et lorsqu'il est desséché il pèse 24 kilogrammes, 846 grammes (50 livres 12 onces 1 gros) par 34,2773 décimètres cube (pied cube). Varennes de Fenilles a trouvé qu'il falloit 7 kilog. 960 grammes pour faire casser une de ses solives, ce qui le met au premier rang des bois indigènes sous le rapport de la ténacité. Cette précieuse qualité le fait préférer, comme je l'ai déjà observé, pour les brancards des voitures et pour toutes les autres pièces de charronnage qui demandent du ressort. On l'emploie aussi dans la construction de beaucoup de machines. Les tourneurs en consomment des quantités considérables pour des chaises, des rouets, des manches d'outils, etc. J'ai déjà dit que les cercles qu'on en fabrique sont supérieurs à tous les autres, ceux de châtaignier exceptés. Les menuisiers et les charpentiers en font aussi fréquemment usage, dans les pays où il est abondant, pour des ouvrages communs, mais ils le repoussent de la fabrication des meubles et des constructions, non seulement parce que son grain n'est pas assez agréable, ou sa force assez grande, mais encore parce qu'il est très-sujet à la vermoulure lorsqu'il est abrité, et à une très-prompte altération lorsqu'il est exposé aux injures de l'air ou placé dans l'eau.

Les loupes qui se forment naturellement sur le frêne ou celles qui résultent de son étronçonnement donnent un bois dont les fibres sont diversement colorées et entrelacées d'une manière agréable. Les ébénistes les paient fort cher, sous le nom de *brouzin*, pour fabriquer des armoires, des tables et autres meubles, qu'il vendent ensuite comme composés de bois étrangers.

Il m'a été dit que M. de Malesherbes possédoit un frêne tortillard, c'est-à-dire dont les fibres du bois étoient entrelacées comme celles de l'orme du même nom. Une pareille variété seroit bien importante à multiplier.

Le bois du frêne brûle mieux lorsqu'il est récemment coupé qu'aucun des autres arbres indigènes dans le même cas. Le feu qu'il donne est vif. Il fournit un charbon assez estimé dans les forges et des cendres passablement chargées de potasse. Celui qui a cru dans les endroits très-humides est moins estimé, sous tous les rapports, que celui qui provient d'un sol sec.

Les feuilles et l'écorce du frêne ont une odeur et une saveur particulières. Ses semences ont les mêmes qualités à un degré plus élevé.

J'ai déjà dit que les feuilles des frênes étoient dans quelques endroits employées à la nourriture des bestiaux. Miller dit qu'elles donnoient un mauvais goût au lait des vaches, mais Rozier et moi qui avons vécu dans plusieurs de ces endroits nous ne nous en sommes pas aperçus.

L'écorce du frêne est astringeante et s'emploie quelquefois dans les tanneries et les ateliers de teinture. On la regarde comme dieurétique et fébrifuge.

NOTICE

SUR

QUELQUES COULEURS TROUVÉES A POMPEIA,

Par M. CHAPTAL.

Lu le 6 mars 1809.

SA Majesté l'Impératrice et Reine m'a fait l'honneur de me remettre sept échantillons de couleurs trouvées à Pompeïa dans la boutique d'un marchand de couleurs :

Dans le nombre de ces couleurs, il y en a une (N° 1) qui n'a reçu aucune préparation de la main des hommes : c'est une argille verdâtre et savonneuse, telle que la nature nous la présente sur plusieurs points du globe.

Le N° 2 est une ocre d'un beau jaune qu'on a débarrassée, par des lavages, ainsi que cela se pratique encore aujourd'hui, de tous les principes qui en altèrent la finesse et la pureté. Comme cette substance passe au rouge par la calcination à un feu modéré, la couleur jaune qu'elle a conservée sans altération, nous fournit une nouvelle preuve que les cendres qui ont recouvert Pompeïa, avoient conservé une bien foible chaleur.

Le N° 3 est un *brun-rouge* de même nature que celui qui est aujourd'hui dans le commerce, et qui est em-

ployé pour les enduits rougâtres et grossiers qu'on applique sur les futailles dans les ports de mer, et sur les portes, fenêtres, carreaux de quelques habitations. Cette couleur est produite par la calcination de l'ocre jaune dont nous venons de parler.

Le N° 4 est une pierre-ponce très-légère et fort blanche : le tissu en est fin et serré.

Les autres trois numéros offrent des couleurs composées, que j'ai été obligé de soumettre à l'analyse pour en connoître les principes constituans.

La première de ces trois couleurs (N° 5) est d'un beau bleu, intense et nourri : elle est en petits morceaux de même forme. L'extérieur de chaque fragment est d'un bleu plus pâle que l'intérieur, dont la couleur présente plus d'éclat et de vivacité que les plus belles cendres bleues.

Les acides muriatique, nitrique et sulphurique font une légère effervescence avec cette couleur ; ils paroissent l'aviver, même par une ébullition prolongée. L'acide muriatique oxigéné n'a pas d'action sur elle.

Cette couleur n'a donc aucun rapport avec celle de l'outremer que détruisent ces quatre acides, ainsi que l'ont observé MM. Clément et Desormes.

L'ammoniaque n'a pas d'action sur elle.

Exposée à la flamme du chalumeau, elle noircit et forme une fritte de couleur brune-rougeâtre par l'action prolongée de la flamme.

Fondue au chalumeau avec le borax, elle donne un vert-bleu verdâtre.

Traitée avec la potasse sur un support de platine, elle produit une fritte verdâtre qui passe au brun et finit par prendre la couleur métallique du cuivre. Cette fritte se dissout en partie dans l'eau; l'acide muriatique versé dans cette dissolution, y forme un abondant précipité floconneux, et la liqueur décantée de dessus le premier précipité, en fournit encore un assez considérable avec l'oxalate d'ammoniaque.

L'acide nitrique dissout avec effervescence le résidu que l'alkali n'a pas pu dissoudre; la dissolution se colore en vert; l'ammoniaque y forme un précipité qu'elle dissout lorsqu'on l'y verse en excès, et alors la dissolution devient bleue.

Cette couleur paroît donc être composée d'oxide de cuivre, de chaux et d'alumine : elle se rapproche des cendres bleues par la nature de ses principes, mais elle en diffère par ses propriétés chimiques; elle paroît être, non le résultat d'une précipitation, mais l'effet d'un commencement de vitrification, ou plutôt une véritable fritte.

Le procédé par lequel les anciens obtenoient cette couleur, paroît perdu pour nous. Tout ce que nous pouvons savoir en consultant les annales des arts, c'est que l'emploi de cette couleur remonte à des siècles bien antérieurs à celui qui a vu disparoître Pompeïa sous un déluge de cendres : M. Descotils a observé une couleur d'un bleu très-éclatant et vitreux sur les peintures hyéroglyphiques d'un monument d'Egypte; et il s'est assuré que cette couleur étoit due au cuivre.

En partant de la nature des principes constituans de cette couleur, nous ne pouvons la comparer qu'à la *cendre bleue* des modernes ; en la considérant sous le rapport de son utilité dans les arts, nous pouvons lui opposer avec avantage l'outremer et l'azur, surtout depuis que M. Thenard a fait connoître une préparation de ce dernier, qui permet de l'employer à l'huile. Mais la cendre bleue n'a ni l'éclat ni la solidité de la couleur des anciens; et l'azur et l'outremer sont d'un prix trop supérieur à celui d'une composition dont les trois élémens sont de peu de valeur. Il seroit donc bien intéressant de rechercher les procédés de fabrication de cette couleur bleue.

Le N° 6 est un sable d'un bleu-pâle mêlé de quelques petits grains blanchâtres. L'analyse y a découvert les mêmes principes que dans le précédent; on peut le considérer comme une composition de même nature où la chaux et l'alumine se trouvent dans de plus fortes proportions.

Il ne me reste à examiner que la couleur n° 7. Celle-ci a une belle teinte rose; elle est douce au toucher, se réduit, entre les doigts, en poudre impalpable, et laisse sur la peau une couleur agréable d'un rose-incarnat.

Exposée à la chaleur, cette couleur noircit d'abord et finit par devenir blanche : elle n'exhale aucune odeur sensible d'ammoniaque.

L'acide muriatique la dissout avec une légère effervescence; l'ammoniaque produit dans la dissolution un précipité floconneux que la potasse redissout en entier.

L'infusion de noix de galle et l'hydro-sulfure d'ammoniaque n'y dénotent la présence d'aucun métal.

On peut donc regarder cette couleur rose comme une véritable lacque où le principe colorant est porté sur l'alumine. Ses propriétés, sa nuance et la nature de son principe colorant lui donnent une analogie presque parfaite avec la lacque de Garence dont j'ai parlé dans mon *Traité sur la teinture du coton*. La conservation de cette lacque, pendant 19 siècles, sans altération sensible, est un phénomène qui doit étonner les chimistes.

Telle est la nature des sept couleurs qui m'ont été remises par S. M. l'Impératrice; elles paroissent avoir été essentiellement destinées à la peinture : cependant, si nous examinons les vernis ou *couvertes* des poteries romaines dont nous trouvons encore des débris immenses dans tous les lieux où les armées de Rome se sont successivement établies, nous nous convaincrons aisément que la plupart de ces terres ont pu être employées à former la couverte dont ces poteries sont revêtues.

En effet, le plus grand nombre de ces poteries est recouvert d'un enduit rouge qui n'a rien de vitreux, et qui peut avoir été donné, soit avec l'ocre jaune, soit avec le brun-rouge, réduits par le broiement en une pâte fine, incorporés avec un corps mucilagineux, gomeux ou huileux, et appliqués au pinceau. M. Darcet, qui a fait un travail très-intéressant sur ces poteries, possède un vase dont la pâte est d'un rouge pâle, et dont la surface a été *engobée* de la couche dont nous parlons : on y remarque l'endroit où l'ouvrier a cessé de couvrir le vase;

et l'on aperçoit sur le cul de ce même vase, qui n'est pas couvert d'*engobe*, des traces rouges que l'ouvrier y a faites pour juger de sa couleur ou pour essayer son pinceau.

Il n'est pas rare de trouver d'autres vases dont le fonds est d'une couleur différente de celle de l'*engobe* rouge qui en couvre les surfaces.

Peut-être même que les Romains se servoient des fondans salins pour faciliter la cuisson de la couverte de leurs poteries. M. Darcet a parfaitement imité la couleur blanche des vases étrusques, en employant une argile cuisant-blanc, à laquelle il mêle un vingtième de borax.

Il paroît que dans le premier siècle de l'ère chrétienne, les Romains ne connoissoient pas encore les fondans métalliques pour fixer et incruster les couvertes sur les poteries; du moins l'analyse des vases étrusques et des poteries rouges, blanches ou brunes, n'a donné aucun indice de métal ni à M. Darcet ni à moi. Ce n'est que dans des temps postérieurs qu'on a employé les sulfures de cuivre et ceux de plomb, ainsi que les oxides de ce dernier métal. On trouve quelquefois, à la vérité, ces couvertes métalliques sur quelques vases enfouis, mais leur fabrication me paroît postérieure à l'époque où les Romains occupoient les Gaules; car tous ceux que j'ai examinés, et dont l'origine remonte évidemment à ces premiers temps ne m'ont présenté à l'analyse aucune trace de cuivre ni de plomb.

Quelquefois la seule couleur noire présente des caractères de vitrification; j'ai vu même plusieurs échan-

tillons de poterie ancienne où ce caractère est indubitable; et j'ai toujours pensé que la lave vitreuse formoit la base de ces couvertes, sa fusion naturellement facile pouvoit être aidée par le mélange des fondans salins. J'ai publié mon travail à ce sujet, il y a vingt-cinq ans; M. Fourmy en a fait l'application la plus heureuse dans sa fabrique à Paris, et M. Darcet vient de donner à ces idées la sanction de sa propre expérience.

Au reste, les poteries romaines, surtout les vases étrusques, ont été cuits à une chaleur qui est très-foible en comparaison de celle que nous employons aujourd'hui : on peut l'évaluer au septième ou huitième degré du pyromètre de Wegwood; et, à ce degré, ainsi que l'a encore prouvé M. Darcet, on ne peut pas employer les oxides de plomb qui pénètrent alors dans la pâte et laissent la couleur sans brillant à la surface.

Nous sommes sans doute très-supérieurs aux anciens dans l'art de la poterie. La nombreuse série des oxides métalliques successivement découverts et appliqués, nous a fourni les moyens d'enrichir nos poteries d'une variété de couleurs aussi brillantes que solides, en même temps qu'un mélange mieux assorti des terres nous a permis d'allier la plus grande dureté à une infusibilité presque absolue; mais les vases étrusques seront toujours recherchés par la beauté, l'élégance et la régularité de leur forme : et j'ai cru que tout ce qui a rapport à l'histoire et aux arts du peuple romain pourroit être agréable aux yeux des personnes qui s'intéressent aux progrès de l'industrie.

ESSAI

SUR LES PROPRIÉTÉS ET LES USAGES

DU MUCUS ANIMAL,

Par MM. Fourcroy et Vauquelin.

Lu à la séance publique du lundi 4 janvier 1808.

1°. Le liquide animal qui va nous occuper dans cet essai, paroît au premier coup d'œil être connu de tous ceux qui ont étudié les diverses branches de la zoologie, soit comme naturalistes, soit comme anatomistes, soit comme médecins. Cependant il n'a été que vaguement décrit par tous; il semble surtout avoir échappé aux recherches chimiques; c'est une matière cent fois annoncée, et qui n'a jamais été étudiée avec l'attention qu'elle mérite. On peut donc encore l'offrir aux savans comme un sujet d'études neuf et bien digne de leurs méditations.

Le mucus animal, le suc muqueux dont on a tant parlé, sur lequel on a fait tant de romans physiologiques et même pathologiques, n'a presque été distingué jusqu'ici, des autres matières animales, que par sa consistance gluante. A défaut de connoissances précises et d'études exactes sur sa nature, sur son origine, sur son siège et sur ses véritables

usages, on en a fait une sorte de liquide bannal; on l'a placé dans tous les organes, on l'a regardé comme un élément générateur du corps; on y a vu la source de la nutrition et de la réparation de toutes ses parties. Toutefois en le plaçant partout on ne l'avoit véritablement trouvé nulle part, et c'étoit aussi cette difficulté de le saisir en particulier, de l'obtenir isolé, de le soumettre à des expériences, qui l'avoit fait admettre dans toutes les régions du corps, dans tous les organes à l'entretien et à la formation desquels on l'avoit cru destiné; par cette seule considération, on le confondoit avec la lymphe, autre liquide bien peu connu encore, mais auquel il est impossible de refuser la plus grande influence sur la nutrition. Nous verrons bientôt que le mucus ou corps muqueux animal paroît être fort éloigné par sa nature, comme par sa destination, de pouvoir servir à la nutrition, au moins à celle des parties internes. On ne doit pas non plus le confondre avec le tissu muqueux de Bordeu, ou le tissu cellulaire des anatomistes, dont la nature semble se confondre depuis les découvertes anatomiques modernes avec celle des vaisseaux absorbans, ou lymphatiques.

2°. Essayons de déterminer les lieux où se rencontre le liquide muqueux, quelles sont ses propriétés et sa nature chimique, par quels caractères on peut le distinguer des autres liquides animaux, pour nous élever delà, jusqu'à la connoissance de ses usages.

Il n'y a ni organes particuliers, ni ordre séparé de vaisseaux, ni cavité ou réservoir dans lesquels le mucus

animal soit renfermé ou amassé, et puisse par conséquent être recueilli. C'est sur une large surface membraneuse située depuis les sinus frontaux, jusqu'à l'extrémité inférieure des intestins, qu'on le voit se reproduire continuellement. On le trouve tapissant en quelque sorte toutes les cavités du corps qui s'ouvrent au dehors et qui pénètrent plus ou moins profondément dans l'intérieur. Aussi est-ce dans ces tubes membraneux (lorsque surtout une irritation extraordinaire s'y établit par une cause quelconque) qu'on peut trouver une quantité de mucus suffisante pour le soumettre à un examen chimique.

Aucun anatomiste n'ignore qu'un corps étranger indissoluble qui séjourne dans un point quelconque des cavités muqueuses, provoque la sortie d'une abondante quantité de ce liquide dont il est bientôt recouvert ou enveloppé tout entier. Voici ce que des expériences assez multipliées nous ont appris sur les caractères et la nature de l'humeur des membranes muqueuses.

3°. Le mucus animal est visqueux et filant, il ressemble assez bien quoiqu'il soit plus tenace à une solution de gomme plus ou moins chargée; il s'épaissit à l'air; il s'y dessèche en lames ou en filets transparens qui n'ont aucune élasticité. Ce corps avant d'être séché et conservant encore de la mollesse, peut être étendu sans revenir sur lui-même et garde l'extension qu'on lui a donnée. Chauffé et soumis à une évaporation très-douce, il s'élève et se remplit d'écume; il ne se prend point en gelée par le refroidissement, comme la gélatine, ni en coagulum par la chaleur, comme l'albumine. Mais il s'épaissit

uniformément dans toute sa masse, par les progrès de l'évaporation, sans présenter de couches ou de pellicules à sa surface. Il prend enfin la forme d'un solide gommeux, ou plutôt corné sec et presque transparent. On en obtient ensuite par la distillation les produits constans des matières animales, c'est-à-dire huileux, fétides et ammoniacaux.

Une fois séché au feu, le mucus animal n'est point dissoluble dans l'eau; il ne s'y dissout même pas, lorsque par son exposition à l'air, il a pris une viscosité un peu épaisse et le caractère filant : si dans cet état, on l'agite dans l'eau, on le voit y rester suspendu comme un corps hétérogène et qui paroît être immiscible. Cependant il a ce liquide pour véhicule naturel, et il ne s'épaissit par un long séjour dans les cavités membraneuses où l'air pénètre sans cesse, que par l'évaporation d'une portion de l'eau qui le délaie.

On voit par ce premier exposé, quelle est la raison qui a fait donner aux membranes dont sont tapissées les fosses nasales, l'intérieur de la bouche, l'ésophage, l'estomac, les intestins et les organes urinaires, le nom de membranes muqueuses. Continues avec les tégumens dont elles ne sont qu'un repli intérieur, pourvues sous leur épiderme d'une grande quantité de glandes qui secrètent l'humeur muqueuse, elles sont entretenues dans leur état de mollesse, et leur surface est perpétuellement lubréfiée par le mucus qui s'y renouvelle sans cesse. Ainsi cette humeur constitue une véritable excrétion, et non un liquide nourricier. Elle sort habituellement par les divers

émonctoires qui font communiquer l'intérieur des membranes et des cavités muqueuses, avec le milieu qu'habitent les animaux. C'est ce mucus épaissi qui forme les glaires.

4°. Les tégumens extérieurs sont pénétrés eux-mêmes du mucus animal qui est secreté au-dessous de l'épiderme. Continuellement frappé par l'air, le liquide muqueux, à mesure qu'il s'écoule en gouttelettes par les pores vasculaires situés dans les sillons de l'épiderme, s'évapore, s'épaissit et dépose de petites pellicules que le frottement et le contact de l'eau détachent plus ou moins facilement et que l'on observe dans les bains, ou sur les vêtemens, sous la forme d'écailles surfuracées. L'eau est rendue blanche et mousseuse par leur présence. Ce mucus fait donc partie intégrante de la transpiration et de la sueur : et l'on conçoit que vu sous ce rapport, son histoire intéresse les médecins, puisque son abondance, sa diminution, sa suppression, doivent tenir beaucoup à la naissance, aux phénomènes et à la guérison des maladies catarrhales.

5°. L'épiderme lui-même, cette membrane lamelleuse ou écailleuse qui paroît presque autant inorganique qu'elle est insensible, semble n'être que le suc muqueux animal étendu sur la peau et desséché par l'évaporation. C'est évidemment le même liquide visqueux qui s'amasse et se condense sur les portions d'épiderme comprimées aux mains, à la plante des pieds, etc., et y donne naissance aux durillons et à ces couches épaisses, demi transparentes qu'on nomme assez exactement *corne* dans le langage familier. C'est en raison de leur nature muqueuse,

que les lames de ces durillons, comme les écailles sèches de la peau, ne se fondent point dans l'eau chaude, et ne se dissolvent pas comme plusieurs autres membranes, de sorte à former de la gelée par le refroidissement. Cette manière de considérer la nature de l'enveloppe épidermoïde du corps explique pourquoi l'épiderme n'est pas soluble dans l'eau bouillante, ne présente qu'une macération et un raccourcissement par l'eau chaude et n'éprouve aucune altération par l'eau froide. Elle explique encore très-bien comment le tannin ne pénètre point l'épiderme et ne se combine point avec lui. Il paroît aussi que ce mucus formant l'épiderme, est uni à une petite proportion d'huile, et que c'est cette union qui rend impénétrable à l'eau et au tannin les couches extérieures de la peau : dans certaines régions du corps cette combinaison de l'huile et du mucus animal est sensible par la manière mêm edont l'eau est repoussée de la surface cutanée.

6°. On reconnoît la présence du même mucus dans les diverses parties élastiques qui sortent ordinairement de l'épiderme, qui souvent font continuité et suite de la grande enveloppe muqueuse du corps humain, soit qu'elles puissent s'enlever avec elle, comme les ongles, soit que passant à travers et en recevant une expansion, elles s'étendent fort au-delà comme les cheveux. Ces corps élastiques, cornés, demi transparens, contiennent avec le mucilage animal, tout semblable à celui qui lubréfie les membranes muqueuses, une matière huileuse qui leur donne leur brillant, leur élasticité et leur ductilité.

L'un de nous, M. Vauquelin, a déjà fait connoître ce rapprochement, cette identité de nature, dans un mémoire sur l'analyse chimique des cheveux, et nous poursuivrons cette analogie, jusque dans la laine, les plumes, la soie, et plusieurs autres matières animales sur lesquelles nous nous proposons d'entretenir l'Académie dans ses séances particulières.

La surface glissante de l'extérieur des poissons, l'humeur onctueuse qui recouvre de toutes parts leur peau ou leurs écailles, confirment encore les idées précédentes sur l'épiderme et sur les appendices formées par le mucus animal : toujours plongé dans l'eau, le liquide muqueux, qui revêt en quelque sorte le corps des poissons, ne peut pas éprouver cet épaississement, et cette dessiccation auxquels il est soumis chez les animaux qui vivent dans l'air.

7°. Nous pouvons conclure de ces faits sur la nature générale de la membrane muqueuse, de l'épiderme et de ses diverses appendices, que le mucus animal forme le principal élément de ces parties externes, et que, considéré sous un point de vue général, le corps muqueux sert à la nutrition de ces parties extérieures, ou extracutanées, comme la lymphe, la fibrine, l'albumine, et la gélatine servent à la nutrition des organes intérieurs ou sous-cutanés. Ce résultat n'empêche pas de regarder le mucus animal comme une liqueur excrémentitielle, puisque son dépôt dans les tissus inorganiques situés au-dehors de la peau, peut être considéré comme le produit d'une excrétion propre à débarrasser les organes inté-

rieurs d'une surabondance de sucs qui pourroit leur être nuisible.

Quoique par ce genre de considération, nous regardions le mucus animal comme constituant la base des tissus cornés, placés au dehors du corps des animaux, comme servant à l'accroissement et à l'entretien de ces tissus, il ne faut pas croire qu'ils soient composés de ce mucilage uniquement et exclusivement à toute autre matière. Nous avons déjà dit que le mucus y étoit uni à de l'huile qui rend ces tissus gras, fusibles et inflammables. Nous devons ajouter ici qu'ils contiennent encore quelques phosphates terreux, dont la proportion variable modifie la consistance et les autres propriétés de ces appendices de la peau. L'examen chimique comparé des cheveux de diverses couleurs, des ongles, des plumes, des écailles, etc., fera voir par la suite que les différences de toutes ces matières animales dépendent uniquement de l'association de l'huile et des phosphates au mucilage qui en fait néanmoins l'élément le plus abondant.

8°. Il y a quelques circonstances relatives aux lieux divers qu'occupe le mucus, et dans lesquelles ce suc se trouve mêlé à d'autres liquides animaux. Ce mélange modifie ces liquides, et leur donne plus ou moins sensiblement le caractère muqueux. Dans la bouche, il se mêle à la salive; au dehors des yeux, il s'écoule avec les larmes; autour des amygdales dont l'humeur est de la même nature, il se confond avec elle; dans les bronches, il est expectoré avec l'humeur bronchique; la bile, les

sucs pancréatique, gastrique et intestinal entraînent une certaine quantité de suc muqueux qu'ils trouvent sur les parois de l'estomac et des intestins. C'est pour cela que ces liquides sont plus ou moins visqueux, écumans, immiscibles à l'eau, susceptibles de filer et de se soulever par la chaleur. Ainsi, dans l'examen chimique des diverses liqueurs animales qui s'écoulent dans l'intérieur des membranes muqueuses, on devra toujours tenir compte de la présence du mucus animal qui y est plus ou moins abondamment mêlé.

9°. Les membranes muqueuses sont si essentiellement la source du liquide animal que nous décrivons, qu'il est indispensable de tirer de cette vérité deux propositions également générales et importantes pour la physique des animaux. 1°. On ne connoît point le mucus dans d'autres organes, ou dans d'autres parties que la surface des membranes muqueuses; 2°. il n'y a pas une seule membrane muqueuse qui en soit privée.

Sous le premier rapport, le mucus ne paroît pas pouvoir se former dans les organes et dans les cavités étrangères aux membranes muqueuses, et par conséquent on doit en conclure qu'il n'y a rien qui ressemble aux glandes destinées à sa sécrétion, ni dans les membranes séreuses, ni autour de celles qu'on nomme fibreuses, ni même dans les replis tortueux des viscères. Le véritable siége, le siége unique de ces glandes est le tissu même des membranes muqueuses; et tout ce qu'on a dit dans les traités si nombreux qui ont pour objet la théorie de la

nutrition sur le prétendu mucus nourricier, doit se rapporter aux sucs albumineux et gélatineux qui paroissent occuper le système lymphatique. Cette ancienne dénomination doit donc être abandonnée comme appartenant à des liquides tout-à-fait différens du véritable mucus animal : l'erreur étoit en quelque sorte permise et nécessaire avant qu'on eût fait une étude particulière et une distinction bien réelle du véritable liquide muqueux, à une époque surtout où, faute de caractères certains pour le distinguer, on employoit ce nom de mucus, pour désigner tous sucs doux et plus ou moins onctueux. Nous aurons quelques jours l'occasion de faire voir que la même erreur existe dans l'analyse végétale où l'on a confondu, sous la dénomination unique de mucilage, plusieurs matières très-différentes de la gomme.

La seconde proposition générale, sur la présence constante du suc muqueux dans toute membrane muqueuse, conduit à le considérer comme essentiel à la nature et à l'existence de ces membranes, comme faisant partie nécessaire et vraiment intégrante de leur tissu, enfin comme produit inhérent à leur organisme. Aussi les membranes muqueuses ne sont-elles formées que de plaques ou lames perforées d'un grand nombre de petits trous qui sont les émonctoires de leurs glandes placées au-dessous, ou dans leur épaisseur.

10. L'une des propriétés les plus remarquables et les plus intéressantes du mucus animal consiste dans sa dissolubilité par les acides même les plus foibles. C'est

ainsi que l'urine des animaux herbivores dépose à mesure que l'acide carbonique qu'elle contient s'évapore par la chaleur, le mucus qui y étoit dissous par cet acide en même temps que le carbonate de chaux qui forme une pélicule à sa surface. L'eau acidulée même légèrement, et par quelque acide que ce soit, laissée quelques instans dans la bouche, enlève assez de mucus pour que l'addition des alcalis le sépare ensuite sous la forme de flocons ou de filamens glaireux. Quelque chose de semblable existe dans les sucs acides des végétaux qui, comme on le sait, déposent tous un mucilage épais, souvent spontanément, et surtout lorsqu'on y ajoute de l'alcali. Les boissons acidulées qui traversent le canal alimentaire y opèrent la même dissolution.

Ce phénomène, appliqué à l'examen des urines, jette un grand jour sur leur nature et sur leur état dans plusieurs maladies de la vessie. Les anatomistes ont fait voir que l'intérieur de ce viscère est tapissé par une membrane, toujours baignée de liquide muqueux qui en lubréfie la surface et qui se dissout dans l'urine en raison de l'acidité naturelle de celle-ci. Aussi cette liqueur excrémentitielle laisse-t-elle précipiter par les alcalis, en même temps que du phosphate de chaux, des flocons légers souvent filamenteux.

Chez les individus dont la vessie est irritée par une cause quelconque, la sécrétion du mucus est si abondante, que l'urine qu'ils rendent est souvent filante et visqueuse, et quelquefois susceptible de se prendre en

masse d'apparence gélatineuse au moment où l'amoniaque s'y est formée et a saturé l'acide. Ces espèces d'urines qu'on observe surtout chez les sujets attaqués du catarrhe vésical ou du calcul, sont beaucoup plus promptement altérables que les urines des hommes sains, et nous ne pouvons douter que le mucus n'y fasse l'office de ferment sur l'urée si susceptible d'ailleurs de putréfaction. C'est donc le mucus animal, existant dans toutes les urines, qui est la cause première de l'altération qu'elles éprouvent plus ou moins promptement et complètement suivant la proportion qu'elles en contiennent. Qui pourroit douter que cette nouvelle manière d'étudier le liquide excrémentitiel de la vessie ne jette par la suite un grand jour sur les fonctions et les maladies de cet organe?

11. Nous rappellerons ici, qu'en traitant dans plusieurs mémoires, des calculs de la vessie, en faisant connoître les divers matériaux qui les constituent, nous y avons annoncé comme gluten de ces matériaux, une substance animale sur la nature de laquelle il ne nous étoit pas possible alors de prononcer d'une manière positive; aujourd'hui nos doutes sont dissipés.

Ce n'est ni de l'albumine, ni de la gélatine qui lie entre elles les particules calculeuses. C'est du suc muqueux provenant de la membrane interne de la vessie. Tout nous porte même à croire que c'est à sa surabondance et à sa séparation trop prompte de l'urine, qu'est due la première cause de la formation du calcul. Cette précipitation du mucus que trop de circonstances peu-

vent favoriser pendant le séjour de l'urine dans la vessie, se faisant en même temps que celle de l'acide urique des phosphastes terreux ou de l'oxalate de chaux, contenus dans l'urine ensemble ou séparément, et souvent à des époques inégales, donne naissance à ces concrétions par couches plus ou moins dures, suivant la lenteur ou la rapidité de ce dépôt. Voilà donc encore de nouvelles données sur la cause des maladies calculeuses, et l'histoire de ces maladies en recevra sans doute quelques clartés.

12. Nous nous bornerons à ces considérations générales sur la nature du mucus animal : nous n'avons voulu que donner un essai sur ses propriétés, et frapper seulement par cette ébauche, l'attention des physiologistes et des chimistes qui pourront examiner de nouveau ce composé animal, dessiner avec plus de soin le tableau de ses caractères, et approfondir le rôle qu'il joue dans l'économie animale. Nous avons surtout desiré de faire bien distinguer ce composé, de tous ceux qui ont été jusqu'ici reconnus dans le corps des animaux : nous l'avons montré comme un liquide blanc, filant et visqueux, onctueux sous les doigts, mousseux par l'agitation, se soulevant par la chaleur, évaporable sans donner de pellicules ni de coagulum, en une masse homogène, demi-transparente et cassante, fort éloignée de son premier volume, se fondant sur les charbons ardens, se boursoufflant et brûlant avec l'odeur de la corne, se desséchant en plaques à l'air, n'offrant aucun signe d'élasticité dans son état épais, et conservant la forme qu'il a

reçue sans se retirer sur lui-même, soluble lentement dans l'eau, lorsqu'il est encore liquide, se gonflant et se ramollissant dans l'eau chaude sans s'y dissoudre, lorsqu'on l'y tient plongé dans l'état sec, donnant de l'ammoniaque et de l'huile fétide à la distillation, se dissolvant très-facilement dans les acides. A ces caractères chimiques nous avons lié ceux qu'on peut appeler caractères anatomiques et physiologiques qui distinguent le mucus animal aussi, et peut-être même plus essentiellement encore que les précédens. Les principaux de ces caractères sont l'existence de ce liquide sur tout le trajet du canal muqueux, ou des membranes muqueuses, et seulement sur ses membranes, sa sortie par les pores de la peau avec la transpiration et la sueur, sa nature en grande partie excrémentitielle, sa propriété de former et de nourrir les parties situées au dehors des tégumens : savoir, l'épiderme, les cheveux, les ongles, et d'être à l'égard de ces tissus une sorte de liquide nourricier; son absence presque absolue dans les organes de l'intérieur, sa qualité lubréfiante, et en quelque sorte défensive, qui favorise le passage des corps étrangers continuellement reçus dans le trajet du canal muqueux alimentaire, et qui enveloppe d'une couche glaireuse ces corps étrangers, lorsqu'ils s'arrêtent ou séjournent dans quelques points de ce canal, et surtout lorsqu'ils ont une âcreté ennemie de la vie. Nous ajouterons que le mucus animal, ainsi caractérisé comme une humeur particulière, différente surtout des liquides gélatineux et albumineux, sem-

ble n'être qu'un suc gommeux végétal, légèrement animalisé, et combiné avec une petite quantité d'azote. Il reste encore à déterminer la nature ou la composition, et par-là les véritables différences qui le distinguent des autres liquides animaux.

En rapprochant les deux genres de caractères dont nous venons d'offrir l'esquisse, on reconnoîtra qu'ils n'appartiennent qu'au seul mucus, et qu'ils sont assez importans pour mériter une étude approfondie de la part des physiologistes et des médecins.

MÉMOIRE

SUR

UN NOUVEAU GENRE DE PALMIER,

Par M. LA BILLARDIÈRE.

Lu le 16 janvier 1809.

La famille des palmiers, qui est depuis long-temps un sujet de recherches très-actives pour les naturalistes, laisse cependant encore beaucoup à desirer, même relativement à la connoissance des genres qui la composent. En effet, c'est sous la zône torride qu'il faut les aller observer pour la plupart, souvent dans des lieux où les circonstances ne permettent pas de faire un assez long séjour pour avoir les parties de la fructification, propres à être décrites convenablement.

Je vais tâcher d'ajouter un nouveau genre à cette famille vraiment intéressante, puisqu'elle peut fournir à presque tous les besoins de l'homme. Aussi les forêts de cocotiers que nous apercevions sur les côtes des îles de la mer du Sud, annonçoient toujours une nombreuse population, ce qui étoit confirmé par la grande quantité de cabanes des naturels qui étoient venus y fixer leur demeure.

C'est à la nouvelle Irlande, pendant notre séjour au

hâvre Carteret, où, dans le voyage entrepris pour la recherche de La Pérouse, nous abordâmes peu de temps après avoir reconnu la partie occidentale de l'île de Bougainville, que j'ai observé le genre que je soumets au jugement de la classe.

Voici ses principaux caractères :

Un spathe de plusieurs pièces, toutes les fleurs hermaphrodites, les étamines au nombre de vingt à trente, un ovaire surmonté d'un style terminé par un stigmate trifide et devenant une baie fibreuse dont l'amande striée renferme l'embryon à sa base. Je l'ai appelé *ptychosperma*, dénomination tirée de la forme de l'amande.

Les fleurs, portées sur un régime très-rameux sorti d'un spathe divisé en plusieurs pièces, mais qui tombe assez promptement, ont pour calice six folioles dont les trois extérieures arrondies offrent une protubérance très-marquée à leur base; les trois extérieures sont ovales, alternes avec les premières et beaucoup plus grandes qu'elles.

Les étamines, au nombre de vingt à trente, sont attachées au réceptacle par leur filets terminés en pointe, les plus extérieures adhèrent encore à la base des folioles internes du calice; les antères, à deux loges, sont vacillantes, oblongues, échancrées par bas et aussi longues que les filets.

Un ovaire simple, ovale, surmonté d'un style presque filiforme, terminé par un stigmate légèrement fendu en trois parties et dépassant à peine les étamines, s'élève du centre de chaque fleur; il devient une baie rouge,

ovale-allongée, évidée à chaque extrémité, la supérieure étant formée par le renflement de la base du style qu'on voit terminée par le rudiment des deux divisions avortées du stigmate, et surmontée par la pointe recourbée de celle qui a été fertile et qui a reçu un plus grand développement. Chaque baie est munie à sa base des six folioles du calice dont les intérieures ont pris beaucoup d'accroissement en largeur à mesure que le fruit s'est développé. Le parenchyme est fibreux et n'a qu'une légère épaisseur; il renferme une amande (*albumen*) ovale, amincie au sommet, marquée dans sa longueur de cinq stries profondes, blanchâtre intérieurement, ayant presque la consistance de la corne, et traversée en partie par des replis de l'enveloppe, de couleur marron, qui la recouvre (ou *albumen ruminatum*); l'embryon est placé dans une cavité qu'on remarque à la base; il est ovale-allongé, blanchâtre, élargi inférieurement où il est de couleur fauve, formant une sorte de plateau au centre duquel paroît une légère protubérance.

Les genres avec lesquels celui-ci a le plus d'affinité sont l'*Elate* et l'*Areca*, dont néanmoins il diffère essentiellement par ses fleurs toutes hermaphrodites, et ses nombreuses étamines. J'ai appelé *ptychosperma gracilis* l'espèce qui m'en a fourni le sujet à cause de son tronc dont l'épaisseur n'est pas de plus de six à huit centimètres (environ deux à trois pouces), quoiqu'il s'élève souvent à vingt mètres et au delà (plus de soixante pieds). On concevroit difficilement comment un arbre aussi frêle en apparence peut se soutenir de soi-même, si on ne

voyoit combien le tronc a de dureté vers la circonférence. Les fibres noirâtres qu'on y remarque ne laissèrent pas d'opposer beaucoup de résistance aux coups redoublés de la hache qui me servit à en abattre plusieurs dans diverses excursions que je fis sur les terres de la Nouvelle Irlande. Il est évident que cette disposition des fibres ligneuses donne beaucoup plus de force (toutes choses égales d'ailleurs) que celle des arbres qui appartiennent à la grande section des dycotylédons où les fibres les plus fortes sont les plus près du centre. Ce même tronc est marqué, dans toute sa longueur, d'élévations presque circulaires, où étoient attachées les feuilles dont il se dépouille à mesure qu'il croît.

Les feuilles qui en couronnent la sommité sont ordinairement au nombre de huit à dix; leur longueur est d'environ un mètre et demi; elles sont ailées, les folioles alternes disposées sur deux rangs de douze à quinze chaque, les deux dernières réunies par la base; ces mêmes folioles sont toutes irrégulièrement dentées à leur extrémité tronquée plus ou moins obliquement. Elles sont striées dans leur longueur qui est de trois à quatre décimètres, décroissant graduellement à mesure qu'elles sont plus près des extrémités supérieures ou inférieures; leur largeur est d'environ trois centimètres. Le pétiole élargi à sa base, dont il embrasse presque entièrement la tige dans une longeur de deux décimètres, est strié longitudinalement. Le régime très-rameux et axillaire, quelquefois même placé au-dessous des feuilles, a près d'un mètre de long.

Je n'ai point eu l'occasion de savoir à quel usage les naturels emploient l'amande de ce palmier, parce que, dans le lieu sauvage où nous abordâmes, nous ne vîmes qu'une pirogue avec laquelle nous ne pûmes même communiquer, malgré toutes les instances que nous fîmes aux hommes qui la montoient; mais l'analogie qu'elle a avec celle de l'Arec, tant par le goût que par la consistance, me fait présumer qu'ils peuvent bien s'en servir à défaut de cette dernière, dans la préparation du betel, comme les Indiens emploient celles de plusieurs autres palmiers, notamment de l'*Elate silvestris*.

Il n'y a point de doute qu'ils ne tirent le plus grand parti de son bois dans nombre d'usages économiques, à cause de sa force prodigieuse sous un très-petit volume et de sa grande légèreté.

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. Rameau d'un régime chargé de fleurs.
2. Rameau d'un régime portant des fruits.
3. Fleur de grandeur naturelle.
4. La même, grossie, un peu ouverte, laissant voir quelques sommets d'étamines.
5. La même, entièrement épanouie, montrant les étamines et le pistil.
6. Une étamine de grandeur naturelle.
7. La même, grossie.
8. Pistil grossi.
9. Fruit de grandeur naturelle, muni du calice.
10. Le même, dépouillé du calice.

FIG. 11. Coupe longitudinale du même, pour faire voir la place de l'embryon.

12. Amande de grandeur naturelle.

13. La même coupée transversalement, pour montrer la profondeur des stries.

14. Embryon de grandeur naturelle.

15. Le même vu à la loupe.

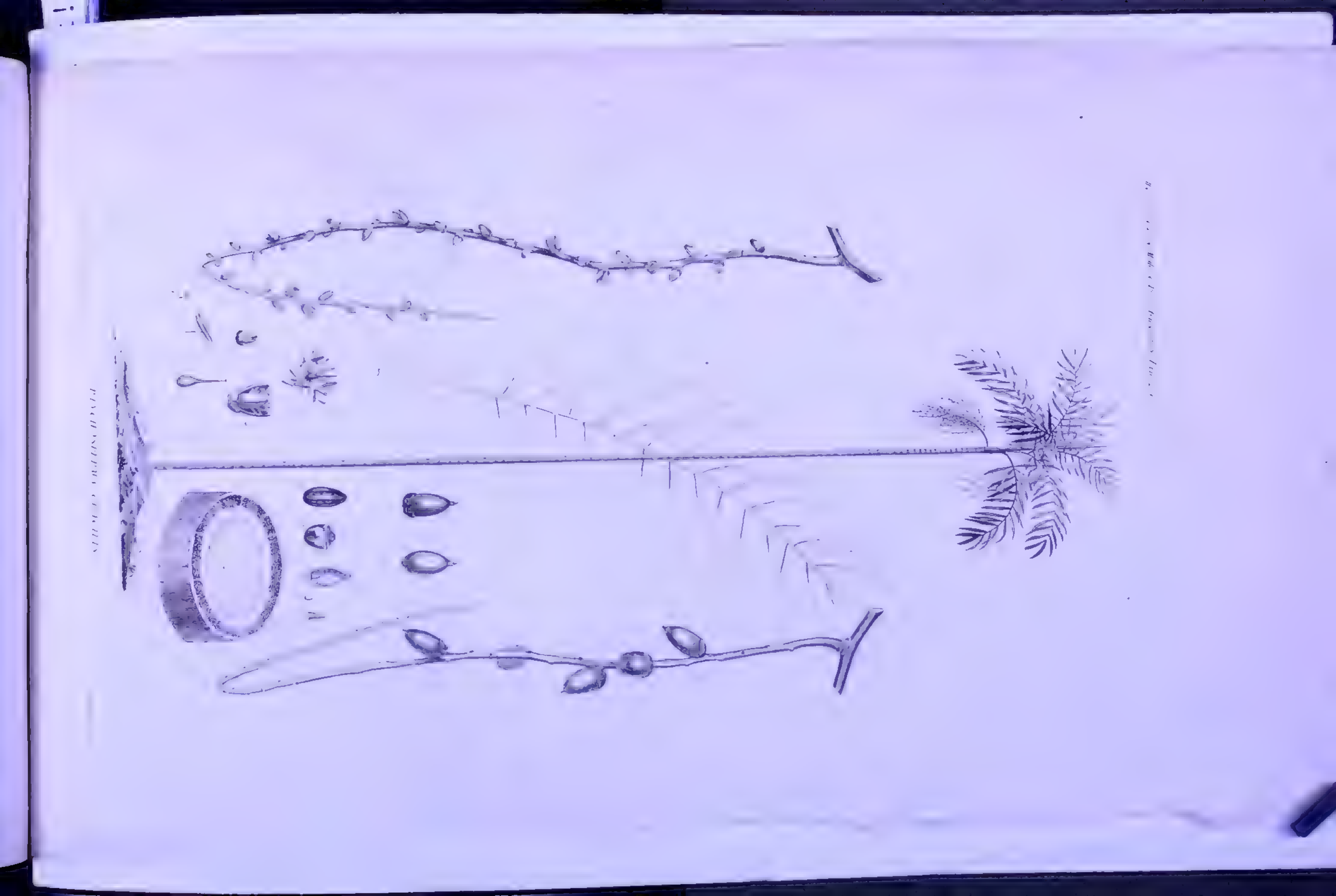
16. Feuille du huitième de la grandeur naturelle.

17. Portion de tronc de grandeur naturelle.



PTYCHOSPERMA GRACILIS.

La Billardiere del. Turpin perfecit. *Lejeune Sculp.*



MÉMOIRE

Sur la théorie générale de la variation des constantes arbitraires, dans tous les problèmes de la mécanique.

Par J.-L. Lagrange.

Lu le 13 mars 1809.

L'application de l'algèbre à la théorie des courbes, qu'on doit à Descartes, avoit fait naître la distinction des quantités en constantes et en variables; et la découverte du calcul différentiel a appris à soumettre au calcul les variations instantanées de ces dernières quantités. Depuis on a beaucoup étendu la considération de la variabilité; et on peut dire que presque tous les artifices d'analyse qu'on a inventés se réduisent à faire varier de différentes manières, soit ensemble ou séparément, tant les quantités, qui sont par leur nature variables, que celles que l'état de la question suppose constantes. L'art consiste à choisir parmi toutes les variations possibles, celles qui dans chaque cas peuvent conduire aux résultats les plus simples et les plus avantageux.

On sait que l'intégration introduit toujours, dans le calcul, des quantités constantes relativement aux variables des équations, et dont la valeur est arbitraire. On peut donc aussi faire varier ces constantes; ces

variations, envisagées sous différens points de vue, ont produit des théories nouvelles parmi lesquelles celle de la variation des élémens des planètes est la plus importante.

Dans le mémoire que j'ai lu, il y a six mois, sur cette théorie (1), j'ai cherché à déduire immédiatement des équations différentielles du mouvement des planètes, les variations de leurs élémens, en considérant ceux-ci comme les constantes arbitraires que l'intégration doit introduire lorsqu'on fait abstraction des forces perturbatrices, et en attribuant tout l'effet des perturbations à la variation de ces constantes. Je suis parvenu de cette manière à un résultat général et indépendant de la figure des orbites planétaires. J'ai trouvé que la fonction des distances qui exprime la somme des intégrales des forces perturbatrices, multipliées chacune par l'élément de sa direction a cette propriété remarquable, qu'en y faisant varier les seules constantes arbitraires, ses différences partielles relatives à chacune de ces constantes ne renferment point le temps, et ne sont exprimées que par des fonctions linéaires des différences de ces constantes, et dans lesquelles les coefficiens de ces différences ne dépendent que des mêmes constantes. De là il a été facile de déduire les variations des élémens, exprimées par des formules différentielles qui ne renferment que les élémens eux-mêmes et les différences partielles de la fonction dont on a parlé par rapport à ces élémens; résultat

(1) Voyez ci-dessus, page 1 et suivantes.

important auquel M. Laplace est parvenu de son côté par la considération des formules du mouvement elliptique.

J'ai entrepris depuis d'étendre à un système de corps qui agissent les uns sur les autres, d'une manière quelconque, l'analyse qui m'avoit réussi pour les variations des élémens des planètes, en l'appliquant aux formules générales que j'ai données dans la *Mécanique analytique*, pour le mouvement d'un système quelconque de corps; après plusieurs tentatives infructueuses je suis parvenu, non sans étonnement, vu la grande généralité des équations différentielles, à un résultat analogue à celui que j'avois trouvé pour les planètes, et dont celui-ci n'est plus qu'un cas particulier. Cette nouvelle analyse, qui fait l'objet de ce mémoire, sera le complément de la théorie de la variation des constantes arbitraires, et pourra être utile dans plusieurs problèmes de mécanique.

Quel que soit le système de corps dont on cherche le mouvement, et de quelque manière qu'ils agissent les uns sur les autres, on peut toujours réduire les variables, qui déterminent leur position dans l'espace, à un petit nombre de variables indépendantes, en éliminant, au moyen des équations de condition données par la nature du système, autant de variables qu'il y a de conditions; c'est-à-dire en exprimant toutes les variables qui sont au nombre de trois pour chaque corps, par un petit nombre d'entre elles, ou par d'autres variables quelconques, qui, n'étant plus assujétties à aucune condition, seront indépendantes. Cette réduction supposée,

le problème mécanique consiste à déterminer chacune de ces variables par le temps ; or, j'ai donné dans la seconde partie de la *Mécanique analitique* la forme générale des équations différentielles pour chacune des variables indépendantes dont il s'agit ; de sorte que la solution du problème ne dépend plus que de l'intégration de ces différentes équations différentielles, qui sont essentiellement du second ordre, et qui sont plus ou moins compliquées suivant la nature du problème.

Supposons que dans un problème donné on soit parvenu à intégrer complétement les équations dont il dépend, mais en faisant abstraction de certaines forces qui agissent sur les corps dans une raison quelconque des distances, et qu'on peut regarder comme des forces perturbatrices du mouvement du système. A l'imitation de ce qu'on fait à l'égard des planètes, on peut réduire l'effet de ces forces, surtout si on les suppose très-petites, à ne faire varier dans la solution générale que les constantes arbitraires introduites par les différentes intégrations ; et comme il doit y avoir deux constantes arbitraires à raison de chaque variable, puisque ces variables dépendent d'équations différentielles du second ordre, on peut faire ensorte que, non-seulement leurs expressions finies, mais encore leurs expressions différentielles, soient les mêmes que si les constantes dont il s'agit demeuroient invariables ; de sorte qu'à chaque instant les lieux des corps dans l'espace, ainsi que leurs vitesses et leurs directions soient représentées par les mêmes formules, en ayant égard aux forces perturba-

trices, que lorsqu'on fait abstraction de ces forces, comme cela a lieu pour les planètes.

En considérant sous ce point de vue la variation des constantes arbitraires, j'ai trouvé que la fonction qui représente l'intégrale de toutes les forces perturbatrices multipliées chacune par l'élément de la distance dont elle dépend, jouit aussi de la même propriété, que ses différences partielles relatives à chacune des constantes arbitraires sont exprimées uniquement par des fonctions différentielles de ces mêmes constantes sans le temps; de sorte que l'on a, pour les variations de ces constantes, des équations différentielles qui ne renferment que ces constantes avec les différences partielles de la fonction dont il s'agit, relatives à chacune d'elles, comme dans le cas des perturbations des planètes ; forme extrêmement avantageuse pour le calcul des variations des constantes, et surtout pour la détermination de leurs variations séculaires. Ainsi, cette propriété que j'ai reconnue à l'égard du mouvement des planètes, a lieu en général pour tous les problèmes sur le mouvement des corps, et peut être regardée comme un résultat général des lois fondamentales de la mécanique. Elle fournit en même temps un nouvel instrument pour faciliter la solution de plusieurs problèmes importans.

Le système du monde, outre les perturbations des planètes, auquel la théorie de la variation des élémens s'applique naturellement, en offre encore un autre plus difficile, et susceptible également de la même théorie; c'est celui de la rotation des planètes autour de leur centre

de gravité, en ayant égard à leur figure non sphérique, et à l'attraction que les autres planètes exercent sur chacune de leurs molécules. En faisant abstraction de ces forces d'attraction, qu'on peut regarder comme des forces perturbatrices, le problème consiste à déterminer le mouvement d'un corps solide de figure quelconque autour de son centre de gravité, lorsqu'il n'est sollicité par aucune force, et qu'il a seulement reçu une impulsion initiale quelconque; et l'on sait que ce problème pour lequel d'Alembert avoit donné le premier les équations différentielles, a été résolu complètement par Euler. On a ici comme pour le mouvement d'une planète dans son orbite, trois équations différentielles du second ordre, entre trois variables indépendantes; par conséquent les expressions finies de ces variables doivent renfermer six constantes arbitraires qu'on peut regarder comme les élémens de la rotation, et dont trois tiennent à la rotation elle-même, et les trois autres sont relatives au plan auquel on rapporte la rotation, comme dans le cas du mouvement de translation. Ces élémens deviendront variables par l'action des forces perturbatrices, et la détermination de leurs variations est un problème dont la solution n'a pas encore été donnée, ni même tentée, que je sache, sous ce point de vue général; je me propose d'en faire l'objet d'un autre mémoire; dans celui-ci je ne vais exposer que l'analyse générale et applicable à tous les problèmes de mécanique.

Formules générales pour la variation des constantes arbitraires dans les problèmes de mécanique.

1. Soit un système des corps m, m', etc. qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque, et qui soient de plus sollicités par des forces accélératrices P, Q, etc., P', Q', etc., tendantes à des centres fixes ou à des corps même du système, et proportionnelles à des fonctions quelconques des distances p, q, etc., p', q', etc.; ensorte que les différentielles $P\,dp$, $Q\,dq$, etc., $P'dp'$, etc., soient toujours intégrables.

Soient x, y, z, les coordonnées rectangles du corps m; x', y', z', celles du corps m', etc., et soit

$$T = \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2\,dt^2}\,m + \frac{dx'^2 + dy'^2 + dz'^2}{2\,dt^2}\,m' + \text{etc.}$$

dt étant l'élément du temps supposé constant.

Soit de plus

$$\begin{aligned} V = {} & (\textstyle\int P dp + \int Q dq + \text{etc.})\,m \\ & + (\textstyle\int P'dp' + \int Q'dq' + \text{etc.})\,m' + \text{etc.} \end{aligned}$$

Cette quantité V sera aussi une fonction des coordonnées x, y, z, x', y', z', etc., puisqu'en désignant par α, β, γ les coordonnées du centre de la force p, on a

$$p = \sqrt{[(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 + (z - \gamma)^2]}$$

et ainsi des autres.

2. Les conditions du système, dépendantes de la disposition des corps entre eux, étant traduites en analyse, fourniront autant d'équations de condition entre leurs

coordonnées x, y, z, x', y', z', etc., par lesquelles quelques-unes de ces variables seront déterminées en fonctions des autres; de sorte qu'il ne restera qu'un certain nombre de variables indépendantes, par lesquelles la position du système sera déterminée à chaque instant.

Désignons en général par r, s, u, etc., les variables indépendantes dont les coordonnées x, y, z, x', y', z', etc., seront des fonctions connues; il est clair que les quantités T et V deviendront aussi des fonctions de ces mêmes variables; et en particulier la quantité T sera une fonction de r, s, u, etc. et de leurs dérivées $\frac{dr}{dt}$, $\frac{ds}{dt}$, $\frac{du}{dt}$, etc., que nous dénoterons, pour plus de simplicité, par r', s', u', etc.; mais la quantité V sera une simple fonction de r, s, u, etc.

3. Cela posé, j'ai démontré, dans la *Mécanique analytique* (partie II, section 4) que ces variables fournissent autant d'équations différentielles de la forme.

$$\frac{d.\frac{dT}{dr'}}{dt} - \frac{dT}{dr} + \frac{dV}{dr} = 0$$

$$\frac{d.\frac{dT}{ds'}}{dt} - \frac{dT}{ds} + \frac{dV}{ds} = 0$$

$$\frac{d.\frac{dT}{du'}}{dt} - \frac{dT}{du} + \frac{dV}{du} = 0$$

etc.

Il est visible que ces équations seront toutes du second ordre, de sorte que les expressions finies de r, s, u,

etc., contiendront deux fois autant de constantes arbitraires qu'il y a de variables; nous dénoterons ces constantes par a, b, c, f, g, h, etc.

4. Supposons maintenant que le problème étant résolu dans cet état, et les expressions de r, s, u, etc. étant connues en fonctions de t et de a, b', c, f, etc., on demande de résoudre le même problème, dans le cas où les différens corps du système seroient de plus soumis à l'action de forces perturbatrices de la nature des forces P, Q, etc., mais dont les centres soient mobiles d'une manière quelconque indépendante du système.

Désignons par $-\Omega$ ce que devient la fonction V, pour les forces perturbatrices dont il s'agit, il n'y aura qu'à mettre $V-\Omega$ à la place de V dans les équations précédentes, pour avoir les équations du mouvement du même système, altéré par les forces perturbatrices.

Ces équations seront ainsi

$$\frac{d.\frac{dT}{dr'}}{dt} - \frac{dT}{dr} + \frac{dV}{dr} = \frac{d\Omega}{dr}$$

$$\frac{d.\frac{dT}{ds'}}{dt} - \frac{dT}{ds} + \frac{dV}{ds} = \frac{d\Omega}{ds}$$

$$\frac{d.\frac{dT}{du'}}{dt} - \frac{dT}{du} + \frac{dV}{du} = \frac{d\Omega}{du}$$

etc.

et si on suppose que les mêmes expressions de r, s, u, etc., ainsi que celles de r', s', u', etc. y satisfassent encore, en regardant comme variables les constantes

arbitraires a, b, c, f, g, etc. la question sera réduite à déterminer ces variables, d'après ces conditions.

5. Nous ne considérerons ici que trois variables indépendantes, r, s, u; mais on verra aisément que l'analyse est générale, quel que soit le nombre de ces variables. On n'aura donc entre ces variables que trois équations, qui, à cause que V ne contient point r', s', u', peuvent se mettre sous cette forme plus simple :

$$d.\frac{dR}{dr'} - \frac{dR}{dr}\,dt = \frac{d\Omega}{dr}\,dt$$

$$d.\frac{dR}{ds'} - \frac{dR}{ds}\,dt = \frac{d\Omega}{ds}\,dt$$

$$d.\frac{dR}{du'} - \frac{dR}{du}\,dt = \frac{d\Omega}{du}\,dt$$

en faisant $R = T - V$.

Dans ces équations, R est une fonction donnée de r, s, u et de r', s', u', et Ω est aussi une fonction donnée seulement de r, s, u, mais qui peut contenir encore d'autres variables dépendantes du mouvement des centres des forces perturbatrices.

6. Nous supposerons connue la solution complète de ces équations dans le cas où l'on fait abstraction des seconds membres qui dépendent de la fonction Ω; ainsi pour ce cas, les valeurs de r, s, u seront censées connues en fonctions de t et des six constantes arbitraires a, b, c, f, g, h; et il s'agira de faire varier ces constantes de manière que les expressions finies de r, s, u, ainsi que celles de r', s', u', c'est-à-dire de leurs différentielles $\frac{dr}{dt}$, $\frac{ds}{dt}$, $\frac{du}{dt}$ relatives seulement à t et indé-

pendantes de la variation des constantes, satisfassent en entier aux mêmes équations, en ayant égard aux termes dépendans de Ω.

7. Dénotons par la caractéristique δ, comme dans le *Mémoire sur la variation des élémens des planètes*, les différentielles provenantes de la variation des six constantes arbitraires a, b, c, f, g, h; on aura par l'algorithme des différences partielles, en regardant r s, u, ainsi que r', s', u' comme fonctions de t et de a, b, c, f, g, h,

$$\delta r = \frac{dr}{da}da + \frac{dr}{db}db + \frac{dr}{dc}dc + \frac{dr}{df}df + \frac{dr}{dg}dg + \frac{dr}{dh}dh;$$

$$\delta s = \frac{ds}{da}da + \frac{ds}{db}db + \frac{ds}{dc}dc + \frac{ds}{df}df + \frac{ds}{dg}dg + \frac{ds}{dh}dh;$$

$$\delta u = \frac{du}{da}da + \frac{du}{db}db + \frac{du}{dc}dc + \frac{du}{df}df + \frac{du}{dg}dg + \frac{du}{dh}dh;$$

et de même

$$\delta r' = \frac{dr'}{da}da + \frac{dr'}{db}db + \frac{dr'}{dc}dc + \frac{dr'}{df}df + \frac{dr'}{dg}dg + \frac{dr'}{dh}dh;$$

$$\delta s' = \frac{ds'}{da}da + \frac{ds'}{db}db + \frac{ds'}{dc}dc + \frac{ds'}{df}df + \frac{ds'}{dg}dg + \frac{ds'}{dh}dh;$$

$$\delta u' = \frac{du'}{da}da + \frac{du'}{db}db + \frac{du'}{dc}dc + \frac{du'}{df}df + \frac{du'}{dg}dg + \frac{du'}{dh}dh.$$

En regardant les constantes a, b, c, f, g, h comme variables en même temps que t, les différentielles de r, s, u seront ainsi:

$$r'dt + \delta r; \quad s'dt + \delta s; \quad u'dt + \delta u$$

donc pour que ces différentielles se réduisent à $r'dt$, $s'dt$, $u'dt$, comme si les constantes arbitraires ne varioient pas, il faudra que l'on ait

$$\delta r = 0; \quad \delta s = 0; \quad \delta u = 0$$

8. Maintenant si l'on considère l'équation

$$d.\frac{dR}{dr'} - \frac{dR}{dr}\,dt = \frac{d\Omega}{dr}\,dt$$

il est facile de voir que, comme R est une fonction de r, s, u et de r', s', u', la partie de la différentielle de $\frac{dR}{dr'}$ provenante de la variation des constantes arbitraires, sera simplement

$$\frac{d^2R}{dr'^2}\,\delta r' + \frac{d^2R}{dr'ds'}\,\delta s' + \frac{d^2R}{dr'du'}\,\delta u'$$

à cause de $\delta r = 0$, $\delta s = 0$, $\delta u = 0$. Donc cette partie seule devra être égalée au second membre $\frac{d\Omega}{dr}\,dt$, puisque l'équation est censée satisfaite sans cette partie et sans le second membre, par les mêmes valeurs de r, s, u, r', s', u' en t, a, b, c, f, g, h, que dans le cas où il n'y a que t de variable.

On aura de cette manière l'équation

$$\frac{d^2R}{dr'^2}\,\delta r' + \frac{d^2R}{dr'ds'}\,\delta s' + \frac{d^2R}{drdu}\,\delta u' = \frac{d\Omega}{dr}\,dt$$

et pareillement les deux autres équations donneront

$$\frac{d^2R}{dr'ds'}\,\delta r' + \frac{d^2R}{ds'^2}\,\delta s' + \frac{d^2R}{ds'du'}\,\delta u' = \frac{d\Omega}{ds}\,dt$$

$$\frac{d^2R}{dr'du'}\,\delta r' + \frac{d^2R}{ds'du'}\,\delta s' + \frac{d^2R}{du'^2}\,\delta u' = \frac{d\Omega}{du}\,dt$$

Ces trois équations jointes aux équations $\delta r = 0$, $\delta s = 0$, $\delta u = 0$, renferment toutes les conditions du problème et serviront à déterminer les valeurs des nouvelles variables a, b, c, f, g, h en t.

Le but de l'analyse que nous allons exposer est simplement de réduire les valeurs des différentielles $\frac{da}{dt}$, $\frac{db}{dt}$, $\frac{dc}{dt}$, $\frac{df}{dt}$, $\frac{dg}{dt}$, $\frac{dh}{dt}$, données par ces équations à des expressions qui ne renferment que les quantités a, b, c, f, g, h et les différences partielles de Ω relatives à ces mêmes quantités, sans le temps t, comme nous l'avons fait pour les variations des élémens des planètes dans le mémoire cité.

9. En multipliant la première équation par $\frac{dr}{da}$, et retranchant les équations $\delta r = 0$, $\delta s = 0$, $\delta u = 0$, multipliées respectivement par

$$\frac{d^2R}{dr'^2} \times \frac{dr'}{da}, \quad \frac{d^2R}{dr'ds'} \times \frac{dr'}{da}, \quad \frac{d^2R}{dr'du'} \times \frac{dr'}{da},$$

je forme celle-ci :

$$\frac{d\Omega}{dr} \times \frac{dr}{da}\, dt = \frac{d^2R}{dr'^2}.\left(\frac{dr}{da}\,\delta r' - \frac{dr'}{da}\,\delta r\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{dr'ds'}.\left(\frac{dr}{da}\,\delta s' - \frac{dr'}{da}\,\delta s\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{dr'du'}.\left(\frac{dr}{da}\,\delta u' - \frac{dr'}{da}\,\delta u\right)$$

J'aurai de même par les deux autres équations ces transformées :

$$\frac{d\Omega}{ds} \times \frac{ds}{da}\, dt = \frac{d^2R}{dr'ds'}.\left(\frac{ds}{da}\,\delta r' - \frac{ds'}{da}\,\delta r\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{ds'^2}.\left(\frac{ds}{da}\,\delta s' - \frac{ds'}{da}\,\delta s\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{ds'du'}.\left(\frac{ds}{da}\,\delta u' - \frac{ds'}{da}\,\delta u\right)$$

$$\frac{d\Omega}{du} \times \frac{du}{da}\, dt = \frac{d^2R}{dr'du}.\left(\frac{du}{da}\,\delta r' - \frac{du'}{da}\,\delta r\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{ds'du'}.\left(\frac{du}{da}\,\delta s' - \frac{du'}{da}\,\delta s\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{du'^2}.\left(\frac{du}{da}\,\delta u' - \frac{du'}{da}\,\delta u\right)$$

J'ajoute ces trois équations ensemble, et comme Ω n'est fonction que de r, s, u, sans r', s', u', il est clair qu'on a

$$\frac{d\Omega}{dr} \times \frac{dr}{da} + \frac{d\Omega}{ds} \times \frac{ds}{da} + \frac{d\Omega}{du} \times \frac{du}{da} = \frac{d\Omega}{da}$$

On aura donc cette équation :

$$\frac{d\Omega}{da}\,dt = \frac{d^2R}{dr'^2}.\left(\frac{dr}{da}\,\delta r' - \frac{dr'}{da}\,\delta r\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{ds'^2}.\left(\frac{ds}{da}\,\delta s' - \frac{ds'}{da}\,\delta s\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{du'^2}.\left(\frac{du}{da}\,\delta u' - \frac{du'}{da}\,\delta u\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{dr'ds'}.\left(\frac{dr}{da}\,\delta s' + \frac{ds}{da}\,\delta r' - \frac{dr'}{da}\,\delta s - \frac{ds'}{da}\,\delta r\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{dr'du'}.\left(\frac{dr}{da}\,\delta u' + \frac{du}{da}\,\delta r' - \frac{dr'}{da}\,\delta u - \frac{du'}{da}\,\delta r\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{ds'du'}.\left(\frac{ds}{da}\,\delta u' + \frac{du}{da}\,\delta s' - \frac{ds'}{da}\,\delta u - \frac{du'}{da}\,\delta s\right)$$

10. J'y substitue maintenant les valeurs de δr, δs, δu, $\delta r'$, $\delta s'$, $\delta u'$ données ci-dessus, (nº 7) et j'ordonne les termes par rapport aux différences da, db, dc, df, dg, dh, on aura une formule de cette forme :

$$\frac{d\Omega}{da}\,dt = Ada + Bdb + Cdc + Fdf + Gdg + Hdh\,;$$

et il est d'abord facile de voir que le coefficient A sera nul par la destruction mutuelle des termes qui le composent. On aura ensuite

$$B = \frac{d^2R}{dr'^2}.\left(\frac{dr}{da}\times\frac{dr'}{db} - \frac{dr'}{da}\times\frac{dr}{db}\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{ds'^2}.\left(\frac{ds}{da}\times\frac{ds'}{db} - \frac{ds'}{da}\times\frac{ds}{db}\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{du'^2}.\left(\frac{du}{da}\times\frac{du'}{db} - \frac{du'}{da}\times\frac{du}{db}\right)$$
$$+ \frac{d^2R}{dr'ds'}.\left\{\begin{array}{l} \frac{dr}{da}\times\frac{ds'}{db} + \frac{ds}{da}\times\frac{dr'}{db} \\ - \frac{dr'}{da}\times\frac{ds}{db} - \frac{ds'}{da}\times\frac{dr}{db}\end{array}\right\}$$

$$+\frac{d^2R}{dr'du'}\cdot\left\{\begin{array}{l}\frac{dr}{da}\times\frac{du'}{db}+\frac{du}{da}\times\frac{dr'}{db}\\ -\frac{dr'}{da}\times\frac{du}{db}-\frac{du'}{da}\times\frac{dr}{db}\end{array}\right\}$$

$$+\frac{d^2R}{ds'du'}\cdot\left\{\begin{array}{l}\frac{ds}{da}\times\frac{du'}{db}+\frac{du}{da}\times\frac{ds'}{db}\\ -\frac{ds'}{da}\times\frac{du}{db}-\frac{du'}{da}\times\frac{ds}{db}\end{array}\right\}$$

En changeant successivement dans cette expression de B la lettre b en c, f, g, h, c'est-à-dire les différentielles partielles relatives à b en pareilles différentielles relatives à c, f, g, h, on aura les expressions des valeurs de C, F, G, H.

Comme R est une fonction donnée de r, s, u, r', s', u', et que ces quantités sont des fonctions supposées connues de t et de a, b, c, f, g, h, il est visible que les coefficiens B, C, F, G, H dont il s'agit seront aussi des fonctions de t et de a, b, c, f, g, h. La question est maintenant de déterminer la nature de ces fonctions.

11. Pour cela on se rappellera que les fonctions r, s, u et leurs dérivées $r'=\frac{dr}{dt}$, $s'=\frac{dt}{dt}$, $u'=\frac{du}{dt}$ sont telles qu'elles satisfont aux trois équations

$$d.\frac{dR}{dr'}-\frac{dR}{dr}dt=0$$

$$d.\frac{dR}{ds'}-\frac{dR}{ds}dt=0$$

$$d.\frac{dR}{du'}-\frac{dR}{du}dt=0$$

en y regardant les quantités a, b, c, f, g, h comme

des constantes arbitraires quelconques, et la quantité t comme seule variable. Ainsi en donnant aux constantes a, b, c, etc. des accroissemens quelconques δa, δb, δc, etc. infiniment petits et constans, c'est-à-dire indépendant de t, les équations différentielles qui en résulteront seront encore satisfaites par les mêmes valeurs de r, s, u et de leurs différences.

Désignons de nouveau par la caractéristique δ les différentielles de r, s, u, r' s', u' qui résultent des accroissemens δa, δb, δc, δf, δg, δh attribués aux constantes a, b, c, f, g, h; il est clair que puisque R est une fonction de r, s, u et de r' s', u' on aura, par l'algorithme des différences partielles, ces différences relatives à δ:

$$\delta.\frac{dR}{dr} = \frac{d^2R}{dr^2}\delta r + \frac{d^2R}{drds}\delta s + \frac{d^2R}{drdu}\delta u + \frac{d^2R}{drdr'}\delta r' + \frac{d^2R}{drds'}\delta s' + \frac{d^2R}{drdu'}\delta u'$$

$$\delta.\frac{dR}{dr'} = \frac{d^2R}{drdr'}\delta r + \frac{d^2R}{dsdr'}\delta s + \frac{d^2R}{dudr'}\delta u + \frac{d^2R}{dr'^2}\delta r' + \frac{d^2R}{dr'ds'}\delta s' + \frac{d^2R}{dr'du'}\delta u'$$

Donc la première équation différenciée suivant δ donnera :

$$d.\left\{\begin{array}{l}\frac{d^2R}{drdr'}\delta r + \frac{d^2R}{dsdr'}\delta s + \frac{d^2R}{dudr'}\delta u \\ + \frac{d^2R}{dr'^2}\delta r' + \frac{d^2R}{dr'ds'}\delta s' + \frac{d^2R}{dr'du'}\delta u'\end{array}\right\}$$

$$-\left\{\begin{array}{l}\frac{d^2R}{dr^2}\delta r + \frac{d^2R}{drds}\delta s + \frac{d^2R}{drdu}\delta u \\ + \frac{d^2R}{drdr'}\delta r' + \frac{d^2R}{drds'}\delta s' + \frac{d^2R}{drdu'}\delta u'\end{array}\right\}dt = 0$$

De même la seconde et la troisième donneront ces deux-ci :

$$d.\left\{\begin{array}{l}\frac{d^2R}{drds'}\delta r+\frac{d^2R}{dsds'}\delta s+\frac{d^2R}{duds'}\delta u\\+\frac{d^2R}{dr'ds'}\delta r'+\frac{d^2R}{ds'^2}\delta s'+\frac{d^2R}{ds'du'}\delta u'\end{array}\right\}$$

$$-\left\{\begin{array}{l}\frac{d^2R}{drds}\delta r+\frac{d^2R}{ds^2}\delta s+\frac{d^2R}{dsdu}\delta u\\+\frac{d^2R}{dsdr'}\delta r'+\frac{d^2R}{dsds'}\delta s'+\frac{d^2R}{dsdu'}\delta u'\end{array}\right\}dt=0$$

$$d.\left\{\begin{array}{l}\frac{d^2R}{drdu'}\delta r+\frac{d^2R}{dsdu'}\delta s+\frac{d^2R}{dudu'}\delta u\\+\frac{d^2R}{dr'du'}\delta r'+\frac{d^2R}{ds'du'}\delta s'+\frac{d^2R}{du'^2}\delta u'\end{array}\right\}$$

$$-\left\{\begin{array}{l}\frac{d^2R}{drdu}\delta r+\frac{d^2R}{dsdu}\delta s+\frac{d^2R}{du^2}\delta u\\+\frac{d^2R}{dudr'}\delta r'+\frac{d^2R}{duds'}\delta s'+\frac{d^2R}{dudu'}\delta u'\end{array}\right\}dt=0$$

12. Si, au lieu des accroissemens δa, δb, δc, δf, δg, δh on attribue aux mêmes constantes a, b, c, f, g, h d'autres accroissemens infiniment petits et constans que nous désignerons par Δa, Δb, Δc, Δf, Δg, Δh, et qu'on dénote par la caractéristique Δ les différences des fonctions r, s, u, r', s', u' qui en proviennent, on aura trois autres équations semblables aux précédentes, dans lesquelles la caractéristique δ sera simplement remplacée par la caractéristique Δ.

13. Qu'on ajoute maintenant ensemble les trois équations précédentes multipliées respectivement par Δr, Δs, Δu, et qu'on en retranche la somme des trois

pareilles équations, dans lesquelles le δ est changé en Δ, après les avoir multipliées respectivement par δr, δs, δu, on aura cette équation :

$$
\begin{aligned}
&\Delta r d.\left\{\begin{aligned}&\frac{d^2R}{drdr'}\delta r+\frac{d^2R}{dsdr'}\delta s+\frac{d^2R}{dudr'}\delta s\\&+\frac{d^2R}{dr'^2}\delta r'+\frac{d^2R}{dr'ds'}\delta s'+\frac{d^2R}{dr'du'}\delta u'\end{aligned}\right\}\\
&-\Delta r.\left\{\begin{aligned}&\frac{d^2R}{dr^2}\delta r+\frac{d^2R}{drds}\delta s+\frac{d^2R}{drdu}\delta u\\&+\frac{d^2R}{drdr'}\delta r'+\frac{d^2R}{drds'}\delta s'+\frac{d^2R}{drdu'}\delta u'\end{aligned}\right\}dt\\
&+\Delta s d.\left\{\begin{aligned}&\frac{d^2R}{drds'}\delta r+\frac{d^2R}{dsds'}\delta s+\frac{d^2R}{duds'}\delta u\\&+\frac{d^2R}{dr'ds'}\delta r'+\frac{d^2R}{ds'^2}\delta s'+\frac{d^2R}{ds'du'}\delta u'\end{aligned}\right\}\\
&-\Delta s.\left\{\begin{aligned}&\frac{d^2R}{drds}\delta r+\frac{d^2R}{ds^2}\delta s+\frac{d^2R}{dsdu}\delta s\\&+\frac{d^2R}{dsdr'}\delta r'+\frac{d^2R}{dsds'}\delta s'+\frac{d^2R}{dsdu'}\delta u'\end{aligned}\right\}dt\\
&+\Delta u d.\left\{\begin{aligned}&\frac{d^2R}{drdu'}\delta r+\frac{d^2R}{dsdu'}\delta s+\frac{d^2R}{dudu'}\delta u\\&+\frac{d^2R}{dr'du'}\delta r'+\frac{d^2R}{ds'du'}\delta s'+\frac{d^2R}{du'^2}\delta u'\end{aligned}\right\}\\
&-\Delta u.\left\{\begin{aligned}&\frac{d^2R}{drdu}\delta r+\frac{d^2R}{dsdu}\delta s+\frac{d^2R}{du^2}\delta u\\&+\frac{d^2R}{dudr'}\delta r'+\frac{d^2R}{duds'}\delta s'+\frac{d^2R}{dudu'}\delta u'\end{aligned}\right\}dt\\
&-\delta r d.\left\{\begin{aligned}&\frac{d^2R}{drdr'}\Delta r+\frac{d^2R}{dsdr'}\Delta s+\frac{d^2R}{dudr'}\Delta u\\&+\frac{d^2R}{dr'^2}\Delta r'+\frac{d^2R}{dr'ds'}\Delta s'+\frac{d^2R}{dr'du'}\Delta u'\end{aligned}\right\}\\
&+\delta r.\left\{\begin{aligned}&\frac{d^2R}{dr^2}\Delta r+\frac{d^2R}{drds}\Delta s+\frac{d^2R}{drdu}\Delta u\\&+\frac{d^2R}{drdr'}\Delta r'+\frac{d^2R}{drds'}\Delta s'+\frac{d^2R}{drdu'}\Delta u'\end{aligned}\right\}dt
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&- \delta s d. \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 R}{dr ds'} \Delta r + \frac{d^2 R}{ds ds'} \Delta s + \frac{d^2 R}{du ds'} \Delta u \\ + \frac{d^2 R}{dr' ds'} \Delta r' + \frac{d^2 R}{ds'^2} \Delta s' + \frac{d^2 R}{ds' du'} \Delta u' \end{array} \right\} \\
&+ \delta s. \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 R}{dr ds} \Delta r + \frac{d^2 R}{ds^2} \Delta s + \frac{d^2 R}{ds du} \Delta u \\ + \frac{d^2 R}{ds dr'} \Delta r' + \frac{d^2 R}{ds ds'} \Delta s' + \frac{d^2 R}{ds du'} \Delta u' \end{array} \right\} dt \\
&- \delta u d. \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 R}{dr du'} \Delta r + \frac{d^2 R}{ds du'} \Delta s + \frac{d^2 R}{du du'} \Delta u \\ + \frac{d^2 R}{dr' du'} \Delta r' + \frac{d^2 R}{ds' du'} \Delta s' + \frac{d^2 R}{du'^2} \Delta u' \end{array} \right\} \\
&+ \delta u. \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 R}{dr du} \Delta r + \frac{d^2 R}{ds du} \Delta s + \frac{d^2 R}{du^2} \Delta u \\ + \frac{d^2 R}{du dr'} \Delta r' + \frac{d^2 R}{du ds'} \Delta s' + \frac{d^2 R}{du du'} \Delta u' \end{array} \right\} dt = 0
\end{aligned}
$$

14. Et si on exécute les différentiations relatives à la caractéristique d qui se rapporte au temps t, qu'on efface les termes qui se détruisent et qu'on ordonne les autres par rapport aux différentielles de R, on aura

$$
\begin{aligned}
& d. \frac{d^2 R}{dr'^2} \times (\Delta r \delta r' - \delta r \Delta r') \\
+ & d. \frac{d^2 R}{ds'^2} \times (\Delta s \delta s' - \delta s \Delta s') \\
+ & d. \frac{d^2 R}{du'^2} \times (\Delta u \delta u' - \delta u \Delta u') \\
+ & d. \frac{d^2 R}{dr' ds'} \times (\Delta r \delta s' - \delta r \Delta s' + \Delta s \delta r' - \delta s \Delta r') \\
+ & d. \frac{d^2 R}{dr' du'} \times (\Delta r \delta u' - \delta r \Delta u' + \Delta u \delta r' - \delta u \Delta r') \\
+ & d. \frac{d^2 R}{ds' du'} \times (\Delta s \delta u' - \delta s \Delta u' + \Delta u \delta s' - \delta u \Delta s')
\end{aligned}
$$

$$+ d.\frac{d^2R}{ds\,dr'} \times (\Delta r\delta s - \delta r\Delta s)$$

$$+ d.\frac{d^2R}{du\,dr'} \times (\Delta r\delta u - \delta r\Delta u)$$

$$+ d.\frac{d^2R}{dr\,ds'} \times (\Delta s\delta r - \delta s\Delta r)$$

$$+ d.\frac{d^2R}{du\,ds'} \times (\Delta s\delta u - \delta s\Delta u)$$

$$+ d.\frac{d^2R}{dr\,du'} \times (\Delta u\delta r - \delta u\Delta r)$$

$$+ d.\frac{d^2R}{ds\,du'} \times (\Delta u\delta s - \delta u\Delta s)$$

$$+ \frac{d^2R}{dr'^2} \times (\Delta r d\delta r' - \delta r d\Delta r')$$

$$+ \frac{d^2R}{ds'^2} \times (\Delta s d\delta s' - \delta s d\Delta s')$$

$$+ \frac{d^2R}{du'^2} \times (\Delta u d\delta u' - \delta u d\Delta u')$$

$$+ \frac{d^2R}{dr'ds'} \times (\Delta r d\delta s' - \delta r d\Delta s' + \Delta s d\delta r' - \delta s d\Delta r')$$

$$+ \frac{d^2R}{dr'du'} \times (\Delta r d\delta u' - \delta r d\Delta u' + \Delta u d\delta r' - \delta u d\Delta r')$$

$$+ \frac{d^2R}{ds'du'} \times (\Delta s d\delta u' - \delta s d\Delta u' + \Delta u d\delta s' - \delta u d\Delta s')$$

$$+ \frac{d^2R}{dr\,dr'} \times (\Delta r d\delta r - \delta r d\Delta r - \Delta r\delta r'dt + \delta r\Delta r'dt)$$

$$+ \frac{d^2R}{ds\,dr'} \times (\Delta r d\delta s - \delta r d\Delta s - \Delta s\delta r'dt + \delta s\Delta r'dt)$$

$$+ \frac{d^2R}{du\,dr'} \times (\Delta r d\delta u - \delta r d\Delta u - \Delta u\delta r'dt + \delta u\Delta r'dt)$$

$$+ \frac{d^2R}{dr\,ds'} \times (\Delta s d\delta r - \delta s d\Delta r - \Delta r\delta s'dt + \delta r\Delta s'dt)$$

$$+ \frac{d^2R}{ds\,ds'} \times (\Delta s d\delta s - \delta s d\Delta s - \Delta s\delta s'dt + \delta s\Delta s'dt)$$

$$+ \frac{d^2R}{du\,ds'} \times (\Delta s d\delta u - \delta s d\Delta u - \Delta u \delta s' dt + \delta u \Delta s' dt)$$

$$+ \frac{d^2R}{dr\,du'} \times (\Delta u d\delta r - \delta u d\Delta r - \Delta r \delta u' dt + \delta r \Delta u' dt)$$

$$+ \frac{d^2R}{ds\,du'} \times (\Delta u d\delta s - \delta u d\Delta s - \Delta s \delta u' dt + \delta s \Delta u' dt)$$

$$+ \frac{d^2R}{du\,du'} \times (\Delta u d\delta u - \delta u d\Delta u - \Delta u \delta u' dt + \delta u \Delta u' dt) = 0$$

15. Si maintenant on fait attention que $r'dt = dr$, et par conséquent $\delta r'dt = \delta dr = d\delta r$, à cause de l'indépendance des caractéristiques d et δ, et par la même raison $\delta s'dt = d\delta s$, $\delta u'dt = d\delta u$, ainsi que $\Delta r'dt = d\Delta r$, $\Delta s'dt = d\Delta s$, $\Delta u'dt = d\Delta u$, on verra d'abord que les coefficiens de $\frac{d^2R}{dr\,dr'}$, $\frac{d^2R}{ds\,ds'}$, $\frac{d^2R}{du\,du'}$ se détruisent d'eux-mêmes, et que le premier membre de l'équation devient intégrable par rapport à t, ce qu'on ne pouvoit pas espérer.

L'équation intégrale est ainsi :

$$\frac{d^2R}{dr'^2} \times (\Delta r \delta r' - \delta r \Delta r')$$

$$+ \frac{d^2R}{ds'^2} \times (\Delta s \delta s' - \delta s \Delta s')$$

$$+ \frac{d^2R}{du'^2} \times (\Delta u \delta u' - \delta u \Delta u')$$

$$+ \frac{d^2R}{dr'ds'} \times (\Delta r \delta s' + \Delta s \delta r' - \delta r \Delta s' - \delta s \Delta r')$$

$$+ \frac{d^2R}{dr'du'} \times (\Delta r \delta u' + \Delta u \delta r' - \delta r \Delta u' - \delta u \Delta r')$$

$$+ \frac{d^2R}{ds'du'} \times (\Delta s \delta u' + \Delta u \delta s' - \delta s \Delta u' - \delta u \Delta s')$$

$$+\left(\frac{d^2R}{ds\,dr'}-\frac{d^2R}{dr\,ds'}\right)\times(\Delta r\delta s-\delta r\Delta s)$$
$$+\left(\frac{d^2R}{du\,dr'}-\frac{d^2R}{dr\,du'}\right)\times(\Delta r\delta u-\delta r\Delta u)$$
$$+\left(\frac{d^2R}{du\,ds'}-\frac{d^2R}{ds\,du'}\right)\times(\Delta s\delta u-\delta s\Delta u)=K$$

la quantité K étant une constante par rapport à t, et qui peut être par conséquent une fonction de a, b, c, f, g, h et de leurs différences relatives aux caractéristiques δ et Δ.

A l'égard des valeurs des différences δr, δs, δu, $\delta r'$, $\delta s'$, $\delta u'$, il est facile de concevoir qu'elles doivent être exprimées comme celles du n° 7, mais en y changeant les différentielles da, db, dc, df, dg, dh en δa, δb, δc, δf, δg, δh. Il en sera de même des différences Δr, Δs, Δu, $\Delta r'$, $\Delta s'$ $\Delta u'$, en changeant da, db, dc, df, dg, dh en Δa, Δb, Δc, Δf, Δg, Δh.

16. Comme ces différences δa, δb, δc, δf, δg, δh, ainsi que Δa, Δb, Δc, Δf, Δg, Δh sont constantes, c'est-à-dire indépendantes de t et absolument arbitraires, l'équation précédente subsistera toujours, quelques valeurs qu'on leur donne. Supposons d'abord $\Delta b=0$, $\Delta c=0$, $\Delta f=0$, $\Delta g=0$, $\Delta h=0$; ensuite $\delta a=0$, $\delta c=0$, $\delta f=0$, $\delta g=0$, $\delta h=0$, on aura (n° 7):

$$\Delta r=\frac{dr}{da}\Delta a;\quad \Delta s=\frac{ds}{da}\Delta a;\quad \Delta u=\frac{du}{da}\Delta a;$$
$$\Delta r'=\frac{dr'}{da}\Delta a;\quad \Delta s'=\frac{ds'}{da}\Delta a;\quad \Delta u'=\frac{du'}{da}\Delta a;$$

$$\delta r = \frac{dr}{db}\,\delta b;\quad \delta s = \frac{ds}{db}\,\delta b;\quad \delta u = \frac{du}{db}\,\delta b;$$
$$\delta r' = \frac{dr'}{db}\,\delta b;\quad \delta s' = \frac{ds'}{db}\,\delta b;\quad \delta u' = \frac{du'}{db}\,\delta b$$

et ces valeurs étant substituées dans l'équation intégrale ci-dessus, on aura, après avoir effacé le facteur commun $\Delta a\,\delta b$,

$$\frac{d^2R}{dr'^2}\left(\frac{dr}{da}\times\frac{dr'}{db}-\frac{dr}{db}\times\frac{dr'}{da}\right)$$
$$+\frac{d^2R}{ds'^2}\left(\frac{ds}{da}\times\frac{ds'}{db}-\frac{ds}{db}\times\frac{ds'}{da}\right)$$
$$+\frac{d^2R}{du'^2}\left(\frac{du}{da}\times\frac{du'}{db}-\frac{du}{db}\times\frac{du'}{da}\right)$$
$$+\frac{d^2R}{dr'ds'}\left\{\begin{array}{l}\frac{dr}{da}\times\frac{ds'}{db}+\frac{ds}{da}\times\frac{dr'}{db}\\-\frac{dr}{db}\times\frac{ds'}{da}-\frac{ds}{db}\times\frac{dr'}{da}\end{array}\right\}$$
$$+\frac{d^2R}{dr'du'}\left\{\begin{array}{l}\frac{dr}{da}\times\frac{du'}{db}+\frac{du}{da}\times\frac{dr'}{db}\\-\frac{dr}{db}\times\frac{du'}{da}-\frac{du}{db}\times\frac{dr'}{da}\end{array}\right\}$$
$$+\frac{d^2R}{ds'du'}\left\{\begin{array}{l}\frac{ds}{da}\times\frac{du'}{db}+\frac{du}{da}\times\frac{ds'}{db}\\-\frac{ds}{db}\times\frac{du'}{da}-\frac{du}{db}\times\frac{ds'}{da}\end{array}\right\}$$
$$+\left(\frac{d^2R}{dsdr'}-\frac{d^2R}{drds'}\right)\times\left(\frac{dr}{da}\times\frac{ds}{db}-\frac{dr}{db}\times\frac{ds}{da}\right)$$
$$+\left(\frac{d^2R}{dudr'}-\frac{d^2R}{drdu'}\right)\times\left(\frac{dr}{da}\times\frac{du}{db}-\frac{dr}{db}\times\frac{du}{da}\right)$$
$$+\left(\frac{d^2R}{duds'}-\frac{d^2R}{dsdu'}\right)\times\left(\frac{ds}{da}\times\frac{du}{db}-\frac{ds}{db}\times\frac{du}{da}\right)=(a,b)$$

Je désigne par le symbole (a, b) une quantité constante relativement à t, et composée des constantes a, b, c, f, g, h, laquelle sera égale à ce que devient le premier membre de l'équation lorsqu'après la substitution des valeurs de r, s, u et de leurs dérivées r', s', u' en fonctions de t et de a, b, c, f, g, h, on y fait $t = 0$, ou bien on en rejette tous les termes dépendans de t.

17. Or on voit que les premiers termes de cette équation coïncident avec ceux de l'expression du coefficient B du terme Bdb dans la valeur de $\frac{d\Omega}{da}dt$ (n° 10). Ainsi en substituant B à la place de ces termes, on aura simplement

$$B + \left(\frac{d^2R}{dsdr'} - \frac{d^2R}{drds'}\right) \times \left(\frac{dr}{da} \times \frac{ds}{db} - \frac{dr}{db} \times \frac{ds}{da}\right)$$
$$+ \left(\frac{d^2R}{dudr'} - \frac{d^2R}{drdu'}\right) \times \left(\frac{dr}{da} \times \frac{du}{db} - \frac{dr}{db} \times \frac{du}{da}\right)$$
$$+ \left(\frac{d^2R}{duds'} - \frac{d^2R}{dsdu'}\right) \times \left(\frac{ds}{da} \times \frac{du}{db} - \frac{ds}{db} \times \frac{du}{da}\right) = (a,b)$$

d'où l'on tire

$$B = (a,b) + \left(\frac{d^2R}{drds'} - \frac{d^2R}{dsdr'}\right) \times \left(\frac{dr}{da} \times \frac{ds}{db} - \frac{ds}{da} \times \frac{dr}{db}\right)$$
$$+ \left(\frac{d^2R}{drdu'} - \frac{d^2R}{dudr'}\right) \times \left(\frac{dr}{da} \times \frac{du}{db} - \frac{du}{da} \times \frac{dr}{db}\right)$$
$$+ \left(\frac{d^2R}{dsdu'} - \frac{d^2R}{duds'}\right) \times \left(\frac{ds}{da} \times \frac{du}{db} - \frac{du}{da} \times \frac{ds}{db}\right)$$

18. Supposons ensuite dans les valeurs de δr, δs,

δu, $\delta r'$, $\delta s'$, $\delta u'$ les différences δa, δb, δf, δg, δh nulles, on aura

$$\delta r = \frac{dr}{dc}\,\delta c;\quad \delta s = \frac{ds}{dc}\,\delta c;\quad \delta u = \frac{du}{dc}\,\delta c$$

$$\delta r' = \frac{dr'}{dc}\,\delta c;\quad \delta s' = \frac{ds'}{dc}\,\delta c;\quad \delta u' = \frac{du'}{dc}\,\delta c$$

En substituant ces valeurs dans la même équation générale, et conservant les valeurs précédentes de Δr, Δs, Δu, $\Delta r'$, $\Delta s'$, $\Delta u'$, on aura, en effaçant le facteur commun $\Delta a\,\delta c$, cette autre équation :

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2R}{dr'^2}\left(\frac{dr}{da}\times\frac{dr'}{dc}-\frac{dr}{dc}\times\frac{dr'}{da}\right)\\
+&\frac{d^2R}{ds'^2}\left(\frac{ds}{da}\times\frac{ds'}{dc}-\frac{ds}{dc}\times\frac{ds'}{da}\right)\\
+&\frac{d^2R}{du'^2}\left(\frac{du}{da}\times\frac{du'}{dc}-\frac{du}{dc}\times\frac{du'}{da}\right)\\
+&\frac{d^2R}{dr'ds'}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{dr}{da}\times\dfrac{ds'}{dc}+\dfrac{ds}{da}\times\dfrac{dr'}{dc}\\ -\dfrac{dr}{dc}\times\dfrac{ds'}{da}-\dfrac{ds}{dc}\times\dfrac{dr'}{da}\end{array}\right\}\\
+&\frac{d^2R}{dr'du'}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{dr}{da}\times\dfrac{du'}{dc}+\dfrac{du}{da}\times\dfrac{dr'}{dc}\\ -\dfrac{dr}{dc}\times\dfrac{du'}{da}-\dfrac{du}{dc}\times\dfrac{dr'}{da}\end{array}\right\}\\
+&\frac{d^2R}{ds'du'}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{ds}{da}\times\dfrac{du'}{dc}+\dfrac{du}{da}\times\dfrac{ds'}{dc}\\ -\dfrac{ds}{dc}\times\dfrac{du'}{da}-\dfrac{du}{dc}\times\dfrac{ds'}{da}\end{array}\right\}\\
+&\left(\frac{d^2R}{dsdr'}-\frac{d^2R}{drds'}\right)\times\left(\frac{dr}{da}\times\frac{ds}{dc}-\frac{dr}{dc}\times\frac{ds}{da}\right)\\
+&\left(\frac{d^2R}{dudr'}-\frac{d^2R}{drdu'}\right)\times\left(\frac{dr}{da}\times\frac{du}{dc}-\frac{dr}{dc}\times\frac{du}{da}\right)\\
+&\left(\frac{d^2R}{duds'}-\frac{d^2R}{dsdu'}\right)\times\left(\frac{ds}{da}\times\frac{du}{dc}-\frac{ds}{dc}\times\frac{du}{da}\right)=(a,c)
\end{aligned}$$

La quantité désignée par le symbole (a, c) exprime la valeur de la formule qui forme le premier membre de l'équation lorsqu'on y fait $t = 0$ ou qu'on rejette tous les termes indépendans de t; et l'on voit que cette quantité répond à celle qu'on a désignée par le symbole (a, b) en ce que la lettre c est partout à la place de b. On voit aussi de la même manière que les premiers termes de cette équation forment la valeur du coefficient C du terme Cdc de l'expression de $\frac{d\Omega}{da}\,dt$; ainsi on en peut déduire la valeur de ce coefficient exprimée de cette manière :

$$C = (a, c) + \left(\frac{d^2R}{drds'} - \frac{d^2R}{dsdr'}\right) \times \left(\frac{dr}{da} \times \frac{ds}{dc} - \frac{ds}{da} \times \frac{dr}{dc}\right)$$
$$+ \left(\frac{d^2R}{drdu'} - \frac{d^2R}{dudr'}\right) \times \left(\frac{dr}{da} \times \frac{du}{dc} - \frac{du}{da} \times \frac{dr}{dc}\right)$$
$$+ \left(\frac{d^2R}{dsdu'} - \frac{d^2R}{duds'}\right) \times \left(\frac{ds}{da} \times \frac{du}{dc} - \frac{du}{da} \times \frac{ds}{dc}\right)$$

Comme cette expression de C résulte de celle de B, en y changeant simplement b en c, on aura pareillement celles de F, G, H, en changeant successivement b en f, g, h.

19. Ainsi la valeur de $\frac{d\Omega}{da}\,dt$ (nº 10) deviendra, par ces substitutions,

$$\frac{d\Omega}{da}\,dt = (a, b)\,db + (a, c)\,dc + (a, f)\,df$$
$$+ (a, g)\,dg + (a, h)\,dh$$

$$+\left(\frac{d^2R}{drds'}-\frac{d^2R}{dsdr'}\right)\frac{dr}{da}\cdot\left\{\begin{array}{l}\frac{ds}{db}db+\frac{ds}{dc}dc+\frac{ds}{df}df\\ \qquad+\frac{ds}{dg}dg+\frac{ds}{dh}dh\end{array}\right\}$$

$$-\left(\frac{d^2R}{drds'}-\frac{d^2R}{dsdr'}\right)\frac{ds}{da}\cdot\left\{\begin{array}{l}\frac{dr}{db}db+\frac{dr}{dc}dc+\frac{dr}{df}df\\ \qquad+\frac{dr}{dg}dg+\frac{dr}{dh}dh\end{array}\right\}$$

$$+\left(\frac{d^2R}{drdu'}-\frac{d^2R}{dudr'}\right)\frac{dr}{da}\cdot\left\{\begin{array}{l}\frac{du}{db}db+\frac{du}{dc}dc+\frac{du}{df}df\\ \qquad+\frac{du}{dg}dg+\frac{du}{dh}dh\end{array}\right\}$$

$$-\left(\frac{d^2R}{drdu'}-\frac{d^2R}{dudr'}\right)\frac{du}{da}\cdot\left\{\begin{array}{l}\frac{dr}{db}db+\frac{dr}{dc}dc+\frac{dr}{df}df\\ \qquad+\frac{dr}{dg}dg+\frac{dr}{dh}dh\end{array}\right\}$$

$$+\left(\frac{d^2R}{dsdu'}-\frac{d^2R}{duds'}\right)\frac{ds}{da}\cdot\left\{\begin{array}{l}\frac{du}{db}db+\frac{du}{dc}dc+\frac{du}{df}df\\ \qquad+\frac{du}{dg}dg+\frac{du}{dh}dh\end{array}\right\}$$

$$-\left(\frac{d^2R}{dsdu'}-\frac{d^2R}{duds'}\right)\frac{du}{da}\cdot\left\{\begin{array}{l}\frac{ds}{db}db+\frac{ds}{dc}dc+\frac{ds}{df}df\\ \qquad+\frac{ds}{dg}dg+\frac{ds}{dh}dh\end{array}\right\}$$

20. Si maintenant on se rappelle que les équations $\delta r = 0$, $\delta s = 0$, $\delta u = 0$, du nº 7, donnent

$$\frac{dr}{db}db+\frac{dr}{dc}dc+\frac{dr}{df}df+\frac{dr}{dg}dg$$
$$+\frac{dr}{dh}dh=-\frac{dr}{da}da$$

$$\frac{ds}{db}\,db + \frac{ds}{dc}\,dc + \frac{ds}{df}\,df + \frac{du}{dg}\,dg$$
$$+ \frac{ds}{dh}\,dh = -\frac{ds}{da}\,da$$
$$\frac{du}{db}\,db + \frac{du}{dc}\,dc + \frac{du}{df}\,df + \frac{du}{dg}\,dg$$
$$+ \frac{du}{dh}\,dh = -\frac{du}{da}\,da$$

on voit tout de suite que cette expression de $\frac{d\Omega}{da}\,dt$ se réduit à la forme très-simple

$$\frac{d\Omega}{da}\,dt = (a,\,b)\,db + (a,\,c)\,dc + (a,f)\,df + (a,\,g)\,dg + (a,\,h)\,dh$$

et de là, par l'analogie qui règne dans nos formules, on pourra déduire immédiatement les expressions de $\frac{d\Omega}{db}\,dt$, $\frac{d\Omega}{dc}$, dt, etc., en changeant simplement a en b, c, etc. On aura ainsi, en observant que la valeur de $(a,\,b)$ ne fait que changer de signe par le changement de a en b et b en a, et qu'il en est de même des valeurs de tous les autres symboles $(a\,,c)$, $(b,\,c)$, etc.,

$$\frac{d\Omega}{db}\,dt = -(a,\,b)\,da + (b,\,c)\,dc + (b,f)\,df + (b,\,g)\,dg + (b,\,h)\,dh$$
$$\frac{d\Omega}{dc}\,dt = -(b,\,c)\,db - (a,\,c)\,da + (c,f)\,df + (c,\,g)\,dg + (c,\,h)\,dh$$
$$\frac{d\Omega}{df}\,dt = -(b,f)\,db - (c,f)\,dc - (a,f)\,da + (f,\,g)\,dg + (f,\,h)\,dh$$

$$\frac{d\Omega}{dg}\,dt = -(b,g)\,db - (c,g)\,dc - (f,g)\,df - (a,g)\,da + (g,h)\,dh$$

$$\frac{d\Omega}{dh}\,dt = -(b,h)\,db - (c,h)\,dc - (f,h)\,df - (g,h)\,dg - (a,h)\,da$$

formules entièrement semblables à celles que nous avons trouvées dans le *Mémoire sur la variation des élémens des planètes* (nº 6), et qui n'en diffèrent que par la valeur des symboles (a, b), (a, c), (b, c), etc.

21. A l'égard de ces valeurs il est bon d'observer qu'elles ne dépendent pas de la fonction R elle-même, mais seulement de ses différences partielles relatives à r', s', u'; de sorte que, comme on a supposé $R = T - V$ (nº 5), et que V n'est fonction que de r, s, u (nº 2), on aura simplement

$$\frac{dR}{dr'} = \frac{dT}{dr'}; \quad \frac{dR}{ds'} = \frac{dT}{ds'}; \quad \frac{dR}{du'} = \frac{dT}{du'}$$

par conséquent, dans les expressions des valeurs dont il s'agit on pourra mettre partout T à la place de R.

De cette manière on aura en général, pour un symbole quelconque (a, b):

$$(a,b) = \frac{d^2T}{dr'^2}\left(\frac{dr}{da}\times\frac{dr'}{db} - \frac{dr'}{da}\times\frac{dr}{db}\right) + \frac{d^2T}{ds'^2}\left(\frac{ds}{da}\times\frac{ds'}{db} - \frac{ds'}{da}\times\frac{ds}{db}\right) + \frac{d^2T}{du'^2}\left(\frac{du}{da}\times\frac{du'}{db} - \frac{du'}{da}\times\frac{du}{db}\right)$$

$$+\frac{d^2T}{dr'ds'}\left\{\begin{array}{l}\frac{dr}{da}\times\frac{ds'}{db}+\frac{ds}{da}\times\frac{dr'}{db}\\-\frac{dr'}{da}\times\frac{ds}{db}-\frac{ds'}{da}\times\frac{dr}{db}\end{array}\right\}$$

$$+\frac{d^2T}{dr'du'}\left\{\begin{array}{l}\frac{dr}{da}\times\frac{du'}{db}+\frac{du}{da}\times\frac{dr'}{db}\\-\frac{dr'}{da}\times\frac{du}{db}-\frac{du'}{da}\times\frac{dr}{db}\end{array}\right\}$$

$$+\frac{d^2T}{ds'du'}\left\{\begin{array}{l}\frac{ds}{da}\times\frac{du'}{db}+\frac{du}{da}\times\frac{ds'}{db}\\-\frac{ds'}{da}\times\frac{du}{db}-\frac{du'}{da}\times\frac{ds}{db}\end{array}\right\}$$

$$+\left(\frac{d^2T}{dsdr'}-\frac{d^2T}{drds'}\right)\times\left(\frac{dr}{da}\times\frac{ds}{db}-\frac{ds}{da}\times\frac{dr}{db}\right)$$

$$+\left(\frac{d^2T}{dudr'}-\frac{d^2T}{drdu'}\right)\times\left(\frac{dr}{da}\times\frac{du}{db}-\frac{du}{da}\times\frac{dr}{db}\right)$$

$$+\left(\frac{d^2T}{duds'}-\frac{d^2T}{dsdu'}\right)\times\left(\frac{ds}{da}\times\frac{du}{db}-\frac{du}{da}\times\frac{ds}{db}\right)$$

en faisant $t=0$, ou bien en rejetant tous les termes qui contiendroient t, après la substitution des valeurs de T et de r, s, u en fonctions de t, a, b, c, f, g, h.

22. On voit aussi par cette formule comment on pourroit l'étendre au cas où il y auroit un plus grand nombre de variables indépendantes.

A l'égard de la fonction T, elle n'est autre chose que la moitié de la somme des masses multipliées chacune par le carré de sa vitesse, c'est-à-dire la moitié de la force vive du système exprimée en fonction des variables indépendantes et de leurs dérivées relatives au temps. Ainsi notre analyse a toute la généralité et la simplicité qu'on peut desirer.

23. Lorsqu'on aura trouvé les valeurs de tous les symboles (a, b), (a, c), (b, c), etc. en fonctions des constantes a, b, c, etc., on aura autant d'équations de la forme de celles du nº 20 par lesquelles on pourra déterminer les variations de toutes les constantes par les procédés ordinaires de l'élimination, et il est clair que l'on aura pour chacune de ces variations des formules de la forme

$$\frac{da}{dt} = L\frac{d\Omega}{da} + M\frac{d\Omega}{db} + N\frac{d\Omega}{dc} + \text{etc.}$$

dans lesquelles les coefficiens L, M, N, etc. seront de simples fonctions de a, b, c, etc. sans t, comme on l'a vu dans le *Mémoire sur la variation des planètes*; et l'on aura les variations séculaires en n'ayant égard, dans le développement de la fonction Ω, qu'aux termes non périodiques.

24. Dans le cas des perturbations d'une planète, ses trois coordonnées x, y, z sont indépendantes l'une de l'autre, et on peut les prendre pour les variables r, s, u. On aura alors

$$T = m\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2\,dt^2} = \tfrac{1}{2}\,m\,(r'^2 + s'^2 + u'^2)$$

d'où l'on tire

$$\frac{d^2T}{dr'^2} = m;\quad \frac{d^2T}{ds'^2} = m;\quad \frac{d^2T}{du'^2} = m;$$

$$\frac{d^2T}{dr'ds'} = 0;\quad \frac{d^2T}{dr'du'} = 0;\quad \frac{d^2T}{ds'du'} = 0;$$

$$\frac{d^2T}{dsdr'} = 0;\quad \frac{d^2T}{dudr'} = 0,\ \text{etc.}$$

L'expression générale de (a, b) devient ainsi,

$$m\left\{\begin{array}{l} \frac{dr}{da}\times\frac{dr'}{db}-\frac{dr'}{da}\times\frac{dr}{db}+\frac{ds}{da}\times\frac{ds'}{db} \\ -\frac{ds'}{da}\times\frac{ds}{db}+\frac{du}{da}\times\frac{du'}{db}-\frac{du'}{da}\times\frac{du}{db} \end{array}\right\}$$

laquelle s'accorde avec celle du n° 6 du mémoire cité, en y changeant r, s, u en x, y, z, et r', s', u' en $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$; $\frac{dz}{dt}$, et effaçant le facteur m qui est la masse de la planète, parce que les quantités T, V et Ω se trouvant toutes multipliées par m, ce facteur disparoît de lui-même des équations différentielles.

Pour le mouvement de rotation, nous avons donné dans la *Mécanique analytique* l'expression de T en fonction des angles φ, ψ, ω, à la place desquels il n'y aura qu'à substituer r, s, u.

ADDITION.

25. Depuis la lecture de ce mémoire j'ai observé que l'équation intégrale trouvée dans le n° 15 pouvoit se réduire à cette forme simple :

$$\Delta r \delta.\frac{dR}{dr'}+\Delta s\delta.\frac{dR}{ds'}+\Delta u\delta.\frac{dR}{du'}$$
$$-\delta r\Delta.\frac{dR}{dr'}-\delta s\Delta.\frac{dR}{ds'}-\delta u\Delta.\frac{dR}{du'}=K$$

et j'ai reconnu qu'il étoit possible de la déduire directement des trois équations différentielles

$$d.\,\frac{dR}{dr'} - \frac{dR}{dr}\,dt = 0$$

$$d.\,\frac{dR}{ds'} - \frac{dR}{ds}\,dt = 0$$

$$d.\,\frac{dR}{du'} - \frac{dR}{du}\,dt = 0$$

par le seul jeu des caractéristiques δ et Δ, et sans exécuter les différentiations relatives à d.

En effet, si on ajoute ces équations ensemble, après les avoir multipliées respectivement par Δr, Δs, Δu, on a

$$\Delta r d.\,\frac{dR}{dr'} + \Delta s d.\,\frac{dR}{ds'} + \Delta u d.\,\frac{dR}{du'}$$
$$- \left(\frac{dR}{dr}\,\Delta r + \frac{dR}{ds}\,\Delta s + \frac{dR}{du}\,\Delta u\right) dt = 0$$

Or

$$\Delta r d.\,\frac{dR}{dr'} = d.\left(\Delta r \times \frac{dR}{dr'}\right) - \frac{dR}{dr'}\,d.\,\Delta r$$

Mais nous avons déjà vu que $d.\,\Delta r = \Delta r' dt$ (n° cité); ainsi on aura

$$\Delta r d.\,\frac{dR}{dr'} = d.\left(\Delta r \times \frac{dR}{dr'}\right) - \frac{dR}{dr'}\,\Delta r' dt$$

et de même

$$\Delta s d.\,\frac{dR}{ds'} = d.\left(\Delta s \times \frac{dR}{ds'}\right) - \frac{dR}{ds'}\,\Delta s' dt$$
$$\Delta u d.\,\frac{dR}{du'} = d.\left(\Delta u \times \frac{dR}{du'}\right) - \frac{dR}{du'}\,\Delta u' dt$$

Substituant ces valeurs dans l'équation précédente, on pourra lui donner cette forme (puisque R est une fonction de r, s, u, r', s', u') :

$$d.\left(\Delta r \times \frac{dR}{dr'} + \Delta s \times \frac{dR}{ds'} + \Delta u \times \frac{dR}{du'}\right) - \Delta R\, dt = 0$$

On trouvera pareillement, en changeant la caractéristique Δ en δ,

$$d.\left(\delta r \times \frac{dR}{dr'} + \delta s \times \frac{dR}{ds'} + \delta u \times \frac{dR}{du'}\right) - \delta R\, dt = 0$$

Maintenant si on affecte tous les termes de la première équation de la caractéristique δ et ceux de la seconde de la caractéristique Δ, et qu'on regarde les variations Δr, Δs, Δu comme constantes à l'égard de la caractéristique δ, ainsi que les variations δr, δs, δu comme constantes à l'égard de la caractéristique Δ; que de plus on se souvienne que le d n'a rapport qu'au temps t, et est par conséquent indépendant de δ et Δ, on aura ces deux équations-ci :

$$d.\left(\delta\, \Delta.\, \frac{dR}{dr'} + \Delta s \delta.\, \frac{dR}{ds'} + \Delta u \delta.\, \frac{dR}{du'}\right) - \delta \Delta R\, dt = 0$$

$$d.\left(\delta r\, \Delta.\, \frac{dR}{dr'} + \delta s \Delta.\, \frac{dR}{ds'} + \delta u \Delta.\, \frac{dR}{du'}\right) - \Delta \delta R\, dt = 0$$

Or, puisque les deux caractéristiques δ et Δ sont indépendantes entre elles, en supposant les variations de r, s, u, r', s', u' relatives à ces caractéristiques aussi indépendantes les uns des autres, il est clair qu'on aura

$$\delta \Delta R = \Delta \delta R$$

Donc, retranchant les deux équations l'une de l'autre, on aura une équation intégrable relativement à t, et dont l'intégrale sera

$$\Delta r \delta . \frac{dR}{dr'} + \Delta s \delta . \frac{dR}{ds'} + \Delta u \delta . \frac{dR}{du'}$$
$$- \delta r \Delta . \frac{dR}{dr'} - \delta s \Delta . \frac{dR}{ds'} - \delta u \Delta . \frac{dR}{du'} = K$$

qui est la même que celle que nous avons déjà trouvée.

Mais quoique cette analyse soit bien plus simple que celle du mémoire, parce que les différentiations n'y sont qu'indiquées, elle peut néanmoins laisser quelques doutes dans l'esprit, à cause de la supposition que nous y avons faite de l'indépendance des variations de r, s, u, r', s', u' relatives aux deux caractéristiques δ et Δ, tandis qu'il n'y a à la rigueur d'indépendantes que les variations δa, δb, δc, etc. et Δa, Δb, Δc, etc. C'est pourquoi l'entière analyse, quoique beaucoup plus longue, ne doit pas être regardée comme inutile, puisqu'elle peut servir à mettre notre théorie à l'abri de toute objection.

26. Au reste, d'après la forme que nous venons de donner à l'équation intégrale, on peut simplifier les expressions des symboles (a, b), (a, c), etc. En effet, il est facile de voir qu'en regardant directement R comme fonction de a, b, c, etc., et substituant T à la place de R, comme nous l'avons fait dans le n° 21, si on suppose, pour abréger,

$$\frac{dT}{dr'} = T'; \quad \frac{dT}{ds'} = T''; \quad \frac{dT}{du'} = T'''$$

on aura, par l'algorithme des différences partielles,

$$(a, b) = \frac{dr}{da} \times \frac{dT'}{db} + \frac{ds}{da} \times \frac{dT''}{db} + \frac{du}{da} \times \frac{dT'''}{db}$$
$$- \frac{dr}{db} \times \frac{dT'}{da} - \frac{ds}{db} \times \frac{dT''}{da} - \frac{du}{db} \times \frac{dT'''}{da}$$

et ainsi des autres symboles, en changeant seulement les lettres a, b en c, f, g, h, où l'on rejetera après les substitutions tous les termes qui contiendront le temps t, ou bien on y fera $t = 0$, pour que les valeurs de ces symboles ne dépendent quedes constantes arbitraires a, b, c, f, g, h.

On voit aussi par cette forme que nous venons de donner aux expressions des symboles, comment elle peut s'étendre à un plus grand nombre de variables s, t, u, etc., et de constantes arbitraires a, b, c, f, g, h, etc.

27. Je ferai encore ici une autre observation importante. On sait que la loi de mécanique appelée *la conservation des forces vives* a lieu dans tout système de corps liés entre eux d'une manière quelconque, qui agissent les uns sur les autres par des forces proportionnelles à des fonctions des distances, et sont en même temps soumis à des forces étrangères dirigées vers des centres fixes, et proportionnelles aussi à des fonctions des distances aux centres; mais elle cesse d'avoir lieu si les forces étrangères ou quelques-unes d'entre elles tendent à des centres mobiles et indépendans du système.

Cependant on peut démontrer par les formules de ce mémoire que les variations de la force vive du système,

produites par ces sortes de forces que nous regardons comme des forces perturbatrices, ne peuvent jamais croître comme le temps, mais doivent toujours être périodiques, si les mouvemens des corps du système sans les forces perturbatrices, ainsi que ceux des centres de ces forces sont simplement périodiques; et ce résultat a lieu en ayant égard non seulement aux premiers termes dus aux forces perturbatrices, mais aussi à ceux qui contiendroient les carrés et les produits de ces mêmes forces.

28. En effet, les équations du système sans les forces perturbatrices sont de la forme (nº 5):

$$d.\frac{dR}{dr'} - \frac{dR}{dr}\,dt = 0$$

$$d.\frac{dR}{ds'} - \frac{dR}{ds}\,dt = 0$$

$$d.\frac{dR}{du'} - \frac{dR}{du}\,dt = 0$$

etc.

quel que soit le nombre des variables r, s, u, etc.

En ajoutant ensemble ces équations après les avoir multipliées respectivement par $r' = \frac{dr}{dt}$, $s' = \frac{ds}{dt}$, $u' = \frac{du}{dt}$, etc., on a

$$r'd.\frac{dR}{dr'} + s'd.\frac{dR}{ds'} + u'd.\frac{dR}{du'} + \text{etc.}$$
$$- \frac{dR}{dr}\,dr - \frac{dR}{ds}\,ds - \frac{dR}{du}\,du - \text{etc.} = 0$$

Or la première ligne de cette équation peut se mettre sous la forme

$$d.\left(\frac{dR}{dr'}\,r' + \frac{dR}{ds'}\,s' + \frac{dR}{du'}\,u' + \text{etc.}\right)$$
$$-\frac{dR}{dr'}\,dr' - \frac{dR}{ds'}\,ds' - \frac{dR}{du'}\,du' - \text{etc.}$$

Donc, puisque R ne contient d'autres variables que r, s, u, etc., r', s', u', etc., l'équation prendra cette forme :

$$d.\left(\frac{dR}{dr'}\,r' + \frac{dR}{ds'}\,s' + \frac{dR}{du'}\,u' + \text{etc.}\right) - dR = 0$$

dont l'intégrale est

$$\frac{dR}{dr'}\,r' + \frac{dR}{ds'}\,s' + \frac{dR}{du'}\,u' + \text{etc.} - R = a$$

a étant une constante arbitraire.

Or $R = T - V$ (n° 5); et comme V n'est sensé contenir que r, s, u, etc. sans r', s', u', etc., l'équation précédente devient

$$\frac{dT}{dr'}\,r' + \frac{dT}{ds'}\,s' + \frac{dT}{da'}\,u' + \text{etc.} - T + V = a$$

Mais la quantité T étant exprimée en fonction de r, s, u et de r', s', u', etc., il est facile de voir qu'elle ne peut être qu'une fonction homogène de deux dimensions de r', s', u', etc., et qu'ainsi on doit avoir par la propriété connue de ces sortes de fonctions,

$$\frac{dT}{dr'}\,r' + \frac{dT}{ds'}\,s' + \frac{dT}{du'}\,u' + \text{etc.} = 2\,T$$

De sorte que l'équation qu'on vient de trouver se réduira à

$$T + V = a$$

laquelle exprime la loi de la conservation des forces vives. Voyez la cinquième section de la seconde partie de la *Mécanique analytique*, art. 4.

29. Lorsqu'on a égard aux forces perturbatrices, les équations des mouvemens du système sont (n° 5) :

$$d.\frac{dR}{dr'} - \frac{dR}{dr}\,dt = \frac{d\Omega}{dr}\,dt$$
$$d.\frac{dR}{ds'} - \frac{dR}{ds}\,dt = \frac{d\Omega}{ds}\,dt$$
$$d.\frac{dR}{du'} - \frac{dR}{du}\,dt = \frac{d\Omega}{du}\,dt$$
etc.

et en faisant sur ces équations les mêmes opérations, on aura, au lieu de l'équation $T + V = a$, celle-ci :

$$T + V = a + \int\left(\frac{d\Omega}{dr}\,dr + \frac{d\Omega}{ds}\,ds + \frac{d\Omega}{du}\,du + \text{etc.}\right)$$

dans lesquelles la quantité $\frac{d\Omega}{dr}\,dr + \frac{d\Omega}{ds}\,ds + \frac{d\Omega}{du}\,du$ + etc. n'est pas intégrable, parce que la quantité Ω est en même temps fonction de r, s, u, etc. et des variables qui dépendent du mouvement des centres des forces perturbatrices.

Ainsi, dans le cas des forces perturbatrices, la cons-

tante arbitraire a de l'équation $T + V = a$ devient variable, et l'on a

$$da = \frac{d\Omega}{dr} dr + \frac{d\Omega}{ds} ds + \frac{d\Omega}{du} du + \text{etc.}$$

La force vive du système étant exprimée par $2T$ (n° 1), elle sera égale à $2a - 2V$; mais la quantité V est une fonction donnée des variables qui déterminent la position instantanée des corps dans l'espace. Donc les variations de la constante arbitraire $2a$ seront celles que la force vive éprouve par l'action des forces perturbatrices.

30. La quantité $\frac{d\Omega}{dr} dr + \frac{d\Omega}{ds} ds + \frac{d\Omega}{du} du + \text{etc.}$ n'est autre chose que la différentielle de Ω, en ne faisant varier que les quantités r, s, u, etc. qui appartiennent au système; et comme ces quantités sont censées connues en fonctions du temps t, la quantité dont il s'agit peut être regardée comme la différentielle de Ω par rapport au temps t, en tant qu'on n'a égard qu'aux variables relatives au système. Or les équations différentielles du mouvement du système ne renfermant point le temps fini t, mais seulement sa différentielle dt, parmi les constantes arbitraires que les intégrales de ces équations doivent contenir, il y en aura nécessairement une qui se trouvera ajoutée au temps fini t.

Ainsi en nommant c cette constante, les expressions finies de r, s, u, etc. seront fonctions de $t + c$. Donc la différentielle de Ω relative à t, en tant que t entre

dans les expressions de r, s, u, etc. sera la même que la différentielle de Ω relative à c; d'où il suit qu'on aura

$$\frac{d\Omega}{dr}\,dr + \frac{d\Omega}{ds}\,ds + \frac{d\Omega}{du}\,du + \text{etc.} = \frac{d\Omega}{dc}\,dt$$

Par conséquent on aura sur-le-champ cette équation relative aux variations des constantes arbitraires a et c.

$$da = \frac{d\Omega}{dc}\,dt$$

Cette expression de la variation de la constante arbitraire a est très-remarquable par sa simplicité et sa généralité, et surtout parce qu'on y parvient *à priori*, indépendamment de la variation des autres constantes arbitraires.

31. Cela posé, je vais prouver que la valeur variable de a ne peut contenir aucun terme non périodique de la forme Kt; car pour cela il faudroit que $\frac{da}{dt}$ contînt un terme constant K. Or la fonction Ω ne contenant par l'hypothèse que des quantités périodiques, il est impossible que la différentielle $\frac{d\Omega}{dc}$ contienne un terme non périodique K.

Si on veut avoir égard aux secondes dimensions des forces perturbatrices, il faudra tenir compte, dans la valeur de Ω, des variations des constantes arbitraires a, b, c, f, g, etc. Pour cela on suivra un procédé analogue à celui des nos 10 et 11 du *Mémoire sur la variation des élémens des planètes*, et on parviendra

à un résultat semblable, vu que les différences partielles de Ω relatives aux constantes arbitraires, sont exprimées de la même manière par les symboles (a, b), (a, c), etc., comme on l'a vu plus haut (n° 20).

32. Dans l'orbite des planètes autour du Soleil, T devient $m \times \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2\, dt^2}$, et V devient $- \frac{m(1+m)}{r}$, r étant le rayon vecteur de la planète m, et la masse du Soleil étant prise pour l'unité. Alors la constante a devient $= - \frac{1+m}{\alpha}$, α étant le grand axe de l'orbite, comme on le voit par l'équation rapportée dans le n° 8 du mémoire cité.

Ainsi le théorème sur la variation du grand axe n'est qu'un cas particulier de celui que nous venons de démontrer.

33. Dans la rotation d'un corps solide on a (*Mécanique analytique*, part. II, sect. 6, art. 40)

$$T = \tfrac{1}{2}(Ap^2 + Bq^2 + Cr^2) - Fqr - Gpr - Hpq$$

p, q, r étant les vitesses de rotation autour de trois axes perpendiculaires entre eux, et A, B, C, F, G, H étant des constantes dépendantes de la figure du corps et de la position des trois axes; et si on nomme ρ la vitesse de rotation autour de l'axe instantané de rotation, et

λ, μ, ν les angles que cet axe fait avec les trois axes des rotations p, q, r, on a (section citée, art. 45),

$$p = \rho \cos \lambda; \quad q = \rho \cos \mu; \quad r = \rho \cos \nu$$

La force vive $2\,T$ sera ainsi

$$\left\{ \begin{array}{l} A \cos \lambda^2 + B \cos \mu^2 + C \cos \nu^2 \\ - 2 F \cos \mu \cos \nu - 2 G \cos \lambda \cos \nu - 2 H \cos \lambda \cos \mu \end{array} \right\} \rho^2.$$

Donc, s'il y a des forces perturbatrices, la valeur de ρ ne pourra jamais être sujette à une variation croissante comme le temps, en ayant même égard aux secondes dimensions des forces perturbatrices.

Ce résultat s'applique naturellement à la rotation de la terre et des planètes, en tant qu'elle peut être altérée par l'attraction des autres planètes.

34. Je dois ajouter, relativement à l'analyse du n° 25, qu'on peut la rendre rigoureuse en formant d'abord l'équation

$$\begin{array}{l} \Delta r \left(d\delta . \frac{dR}{dr'} - \delta . \frac{dR}{dr}\, dt \right) \\ - \delta r \left(d\Delta . \frac{dR}{dr'} - \Delta . \frac{dR}{dr}\, dt \right) \\ + \Delta s \left(d\delta . \frac{dR}{ds'} - \delta . \frac{dR}{ds}\, dt \right) \\ - \delta s \left(d\Delta . \frac{dR}{ds'} - \Delta . \frac{dR}{ds}\, dt \right) \\ + \Delta u \left(d\delta . \frac{dR}{du'} - \delta . \frac{dR}{du}\, dt \right) \\ - \delta u \left(d\Delta . \frac{dR}{du'} - \Delta . \frac{dR}{du}\, dt \right) = 0 \end{array}$$

qui se transforme aisément en celle-ci :

$$d.\left\{\begin{array}{l}\Delta r\delta.\frac{dR}{dr'}+\Delta s\delta.\frac{dR}{ds'}+\Delta u\delta.\frac{dR}{du'}\\-\delta r\Delta.\frac{dR}{dr'}-\delta s\Delta.\frac{dR}{ds'}-\delta u\Delta.\frac{dR}{du'}\end{array}\right\}$$

$$-\left\{\begin{array}{l}\Delta r\delta.\frac{dR}{dr}+\Delta s\delta.\frac{dR}{ds}+\Delta u\delta.\frac{dR}{du}\\+\Delta r'\delta.\frac{dR}{dr'}+\Delta s'\delta.\frac{dR}{ds'}+\Delta u'\delta.\frac{dR}{du'}\end{array}\right\}dt$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\delta r\Delta.\frac{dR}{dr}+\delta s\Delta.\frac{dR}{ds}+\delta u\Delta.\frac{dR}{du}\\+\delta r'\Delta.\frac{dR}{dr'}+\delta s'\Delta.\frac{dR}{ds'}+\delta u'\Delta.\frac{dR}{du'}\end{array}\right\}dt=0$$

Or, R étant une fonction des variables r, s, u, r', etc. il est facile de voir par le développement des différentielles marquées par Δ et δ, que les deux formules

$$\Delta r\delta.\frac{dR}{dr}+\Delta s\delta.\frac{dR}{ds}+\Delta u\delta.\frac{dR}{du}$$
$$+\Delta r'\delta.\frac{dR}{dr'}+\text{etc.}$$

$$\delta r\Delta.\frac{dR}{dr}+\delta s\Delta.\frac{dR}{ds}+\Delta\delta u.\frac{dR}{du}$$
$$+\delta r'\Delta.\frac{dR}{dr'}+\text{etc.}$$

sont identiques. Donc il reste l'équation intégrable

$$d.\left\{\begin{array}{l}\Delta r\delta.\frac{dR}{dr'}+\Delta s\delta.\frac{dR}{ds'}+\Delta u\delta.\frac{dR}{du'}\\-\delta r\Delta.\frac{dR}{dr'}+\delta s\Delta.\frac{dR}{ds'}-\delta u\Delta.\frac{dR}{du'}\end{array}\right\}=0$$

35. Enfin si dans l'expression de $\frac{d\Omega}{da}dt$ du n° 20, on substitue les valeurs des symboles (a,b), (a,c), etc. données dans le n° 26, et qu'on dénote comme dans le n° 7, par la caractéristique δ, les différentielles provenantes uniquement de la variation des constantes a, b, c, f, etc. on aura l'équation

$$\frac{d\Omega}{da}dt = \frac{dr}{da}\,\delta.\frac{dT}{dr'} + \frac{ds}{da}\,\delta.\frac{dT}{ds'} + \frac{du}{da}\,\delta.\frac{dT}{du'} - \frac{d.\frac{dT}{dr'}}{da}\,\delta r - \frac{d.\frac{dT}{ds'}}{da}\,\delta s - \frac{d.\frac{dT}{du'}}{da}\,\delta u,$$

où le t devant disparoître du second nombre, y peut être supposé tout ce que l'on voudra.

On aura autant de pareilles équations qu'il y a de constantes arbitraires, en changeant successivement a en b, c, f, etc. dans les différences partielles.

C'est là, ce me semble, ce que l'analyse peut donner de plus simple sur la variation des constantes arbitraires dans les problèmes de mécanique.

Dans le *Mémoire sur les variations des élémens des planètes* :

Page 26, ligne 3, au lieu de $-(a, b)\,db$, *lisez* $-(a, b)\,da$

Page 27, ligne 7, au lieu de $-(f, g)\,dg + (f, h)\,dh$, lisez $-(f, g)\,df + (g, h)\,dh$.

Page 62, ligne 3, au lieu de *cos hda*, lisez *cos hdb*.

OBSERVATIONS
ANATOMIQUES ET PHYSIOLOGIQUES,
SUR LA CROISSANCE ET LE DÉVELOPPEMENT
DES VÉGÉTAUX,

Par M. Mirbel.

Lu le 28 ventose an 12 (1804).

J'ai l'honneur de présenter à la classe mon second tableau d'anatomie végétale (1). Dans le premier j'ai essayé de faire connoître les *organes élémentaires;* dans celui-ci j'expose comment ces organes se forment et se développent. Le travail que je vais lire ne sera guère qu'une explication des figures de mon tableau : l'artiste qui l'a exécuté l'a fait avec tant de soin et de talent qu'un long commentaire seroit superflu.

Après avoir examiné au microscope un grand nombre de plantes, j'ai pensé qu'en en représentant une seule dans ses différens états je donnerois une idée de ce qui se passe dans les autres; car si l'organisation des plantes

(1) On peut voir le premier tableau à la fin du tome premier de mon *Traité d'anatomie et de physiologie végétales.*

présente des variétés, elle présente aussi certains caractères généraux que l'on retrouve dans toutes. J'ai choisi le haricot commun, pour deux raisons : la première, c'est que tout le monde peut répéter mes observations; la seconde, c'est que le haricot germant et croissant avec une grande facilité, j'ai eu la liberté de multiplier mes recherches, et de porter successivement mon attention sur les diverses époques de la vie du végétal, sans autres secours que ceux qu'on peut se procurer dans un cabinet d'étude.

La graine du haricot a des caractères extérieurs qui appartiennent à toutes les légumineuses. A la partie inférieure de la cicatricule est une espèce de glande saillante; à la partie supérieure est une petite ouverture arrondie, qui correspond à la pointe de la radicule. Ce caractère avoit déjà été observé par Grew, Gleichen et Gærtner.

Le tégument qui recouvre la plantule et les cotylédons est composé de trois lames qui adhèrent fortement entre elles. La plus extérieure est sèche, ferme, d'une consistance semblable à celle de la corne, et criblée dans son épaisseur, de petits trous cylindriques dont une extrémité est tournée vers le centre de la graine, et l'autre vers sa surface : de ce côté, ces espèces de canaux ou de tubes m'ont paru fermées. La seconde lame est semblable à la première par son organisation. La troisième est un tissu cellulaire assez lâche, traversé dans tous les sens par des faisceaux de tubes partant d'un tronc principal, lequel forme un anneau elliptique autour de la cicatricule.

La glande placée à la base de la cicatricule est formée par un renflement très-sensible des deux premières lames du tégument. Pour abréger, je nommerai dorénavant ces deux lames, *première* et *seconde lames cornées* (1); et je nommerai la troisième, *lame cellulaire* (2).

Les deux lames cornées forment un sac ouvert par une fente longitudinale à l'endroit de la cicatricule. La lame cellulaire est parfaitement entière et continue dans tous ses points.

C'est par la fente longitudinale de la cicatricule que les vaisseaux du cordon ombilical pénètrent dans la graine. On en retrouve les restes dans la graine mûre; mais ce qui m'a étonné, ces vaisseaux ne s'abouchent point, comme on le pourroit croire, avec ceux qui se ramifient dans la lame cellulaire; ils s'arrêtent brusquement dans le tissu cellulaire (3).

Au sommet de la graine, dans la direction de la fente de la cicatricule, est un faisceau de tubes qui se prolonge jusqu'à la petite ouverture contiguë à la pointe de la radicule. Parvenu à cet endroit, ce faisceau se partage

---

(1) Ces deux lames cornées sont fortement unies l'une à l'autre; elles forment le tégument désigné par la plupart des botanistes sous le nom de *testa*.

(2) La lame que j'appelle *cellulaire* est, suivant la nomenclature adoptée, la *membrane interne*.

(3) Quelque chose d'analogue se rencontre souvent dans l'organisation animale. Par exemple, l'extrémité des veines et des artères s'efface et se perd; et quoique les phénomènes prouvent leur communication, l'œil ne peut apercevoir comment cette communication a lieu.

en deux branches qui tournent autour de cette ouverture et se réunissent à sa partie inférieure. Là, le faisceau se divise encore en deux branches; l'une descend à droite, l'autre à gauche de la cicatricule, et toutes deux décrivant un arc de cercle, vont se plonger dans la glande située à la partie inférieure. Elles la traversent, se rejoignent de nouveau, et reparoissent en un seul faisceau à la base de la graine. Voici le tronc principal des vaisseaux du tégument. Il jette un grand nombre de ramifications dans la lame cellulaire; il se colore toujours, ainsi que toutes ses ramifications, quand on fait germer la graine dans de l'eau chargée de molécules colorantes, et cependant il n'a aucune communication directe avec les vaisseaux du cordon ombilical, comme je l'ai dit précédemment.

La glande située à la base de la cicatricule ressemble beaucoup par son organisation aux deux lames cornées dont elle ne paroît être qu'un prolongement; seulement j'y ai observé ce que je n'ai pu voir dans le tégument: chaque vide cylindrique dont sa substance est criblée est environnée d'une ligne décrivant un hexagone, comme si ce corps saillant avoit été formé primitivement d'une masse de tissu cellulaire dont les cellules hexagones se seroient comblées en partie et n'offriroient plus chacune, à leur centre, que ce vide cylindrique. Je soupçonne en effet que c'est là l'origine, non seulement de cette glande, mais encore des deux lames cornées. Je fonde cette opinion sur ce qu'ayant disséqué plusieurs graines de haricot peu de temps après la fécondation,

leurs enveloppes ne m'ont offert qu'une lame de tissu cellulaire.

Telle est, pour ne pas entrer dans des détails trop minutieux, l'organisation de la graine du haricot. Celle du pois (1), de la fève, du robinia faux acacia, du gleditsia triacanthos, n'en diffère que par des caractères à peine perceptibles; d'où je conclus que cette organisation est propre aux légumineuses.

Il n'en est pas de même des graines des autres familles. La graine de rave n'a pour tégument qu'une lame de tissu cellulaire sèche, colorée à sa partie extérieure, et n'ayant à l'intérieur aucun vaisseau apparent. Le tégument du grain de bled approche de cette organisation. Les autres graines ont également des caractères qui leur sont propres; mais il faudroit des années de recherches pour déterminer ces caractères avec précision, et les tégumens des graines occupent bien peu de place dans l'histoire de la végétation. Quoi qu'il en soit, ce travail pourroit servir à expliquer quelques phénomènes physiologiques. Ainsi, par exemple, on conçoit que le haricot germe lors même que son ombilic est recouvert de cire ou de vernis, puisque ses enveloppes les plus serrées, ont des vides intérieurs qui doivent favoriser le passage des fluides nécessaires à la germination. J'ai vu de l'encre pénétrer par ces vides dans les derniers rameaux des vaisseaux de la lame cellulaire.

---

(1) Le pois a un tégument composé seulement de deux lames. La première est semblable à la première lame cornée du haricot, la seconde à la lame cellulaire.

Examinons maintenant la première époque du développement de la plante ; cette époque est le sujet de la seconde colonne de mon tableau.

La graine du haricot, dépouillée de son tégument, nous offre les cotylédons et la plantule. Les cotylédons sont formés d'une masse de tissu cellulaire très-régulier, que parcourt un réseau composé de faisceaux de tubes qui vont se plonger dans la plantule. Ces tubes sont, pour me servir de l'expression de Charles Bonnet, les *vaisseaux mammaires ;* ils alaitent, pour ainsi dire, la jeune plante. Les cellules sont remplies d'une fécule composée de petits grains arrondis, blanchâtres, à demi-opaques. On ne trouve cette substance que dans le tissu cellulaire. Les cotylédons charnus, de quelque graine que ce soit, offrent une fécule analogue ; mais lorsque les cotylédons sont minces, cette substance farineuse, au lieu d'être logée dans le tissu cellulaire des cotylédons, remplit une masse de tissu cellulaire distincte de la plantule et de ses lobes, appliquée immédiatement à leur superficie et formant cette partie connue des botanistes sous le nom d'albumen ou de périsperme. L'albumen n'est point traversé de vaisseaux, comme les cotylédons ; il ne présente qu'un simple tissu cellulaire (1).

Cette fécule, existant à l'extérieur ou à l'intérieur des

---

(1) L'absence de vaisseaux dans l'albumen est un très-bon caractère pour distinguer cette partie du cotylédon ; aussi M. Richard vient-il de l'employer dans son *Analyse du Fruit.* C'est une nouvelle preuve que l'anatomie végétale peut être d'un grand secours pour la botanique descriptive. Voy. *Démonstrations botaniques*, ou *Analyse du Fruit*, etc. Paris, 1808, p. 37.

cotylédons, est la première nourriture de l'embryon; elle diminue sensiblement à mesure que celui-ci s'alonge, et j'ai retrouvé à la base de la tige de plusieurs jeunes haricots, dans le tissu cellulaire de l'écorce et de la moelle, une fécule semblable à celle des cotylédons.

Les vaisseaux mammaires plongent dans la radicule. Le lait des cotylédons se porte d'abord vers cet organe, qui s'alonge le premier; puis, par l'effet de la végétation, le suc nutritif remonte : mais au lieu de faire son ascension par les mêmes vaisseaux et de rentrer ainsi dans les cotylédons, il s'élève dans la plantule par de nouveaux tubes qui semblent se former tout à coup pour le recevoir.

En effet, l'anatomie et les injections colorées démontrent que le premier effort de la végétation a lieu dans la radicule. On voit à sa partie supérieure quatre faisceaux de tubes se placer en carré entre l'écorce et la moelle, à distance égale du centre. La radicule, qui d'abord étoit conique, devient alors quadrangulaire, et de ses angles partent de petites racines produites par les ramifications latérales des quatre faisceaux de tubes. Avant la germination on observoit seulement entre l'écorce et la moelle une lame mince et transparente, semblable par l'aspect à la glaire de l'œuf, et qui me paroît analogue à la substance que Duhamel a désignée sous le nom de *cambium*.

Ces quatre faisceaux de tubes s'abouchent avec les vaisseaux mammaires. Ils sont, peu de temps après leur naissance, environnés d'autres vaisseaux qui vont se

rendre vers les feuilles primordiales. Ces derniers reçoivent les fluides qui s'élèvent de la radicule.

Ces vaisseaux réunis en faisceaux sont, de même que ceux de la radicule, disposés avec symétrie. J'observe à ce sujet que plusieurs plantes, et notamment le grand soleil, m'ont offert, à l'époque de la germination, une disposition particulière dans leurs vaisseaux (1); mais ces caractères disparoissent à mesure que les plantes augmentent en volume. C'est peut-être à cette première époque de la vie des végétaux qu'il faut chercher les principes de leur anatomie comparée (2).

Les vaisseaux développés dans l'embryon sont d'autant plus forts, plus apparens et plus nombreux, qu'ils sont plus voisins du point d'union de la radicule et de la plumule; à mesure qu'ils s'en éloignent ils s'effacent et disparoissent. A la place des vaisseaux on n'aperçoit vers les extrémités de la plantule que la glaire transparente dont j'ai parlé plus haut. Les parties de la plantule où les vaisseaux sont visibles n'ont qu'une croissance très-limitée; les autres, au contraire, continuent de s'alonger très-sensiblement. A mesure qu'elles s'alon-

---

(1) Dans le grand soleil les premiers faisceaux de tubes sont disposés en hexagone.

(2) Un fait qui peut-être un jour deviendra une source de lumières pour l'anatomie comparée des végétaux, c'est la forme particulière des filets ligneux dans les différentes espèces de plantes monocotylédones. La coupe transversale des filets du dattier et de plusieurs rotangs offre un ovale, celle de l'asperge un triangle, celle du *smilax auriculata* un carré dont les angles sont arrondis.

gent les vaisseaux deviennent perceptibles et la faculté de croître diminue. Non seulement ce phénomène a lieu dans les tiges, mais il se montre dans les feuilles et dans chacune de leurs nervures (1).

Les vaisseaux sont d'abord fort petits, et leur superficie paroît marquée de stries transversales très-rapprochées; insensiblement ils se dilatent, et l'on aperçoit au lieu de stries des rangées de pores et de fentes transversales.

Ces pores et ces fentes plus ou moins prolongées constituent les vaisseaux poreux, les trachées, les fausses-trachées et les vaisseaux mixtes.

Les vaisseaux poreux existent dans la racine et dans la tige; ils sont rares dans les feuilles.

Les trachées, qui sont des tubes fendus de telle façon qu'ils peuvent se dérouler comme un tire-bourre, sont très-nombreuses dans la tige; elles pénètrent dans toutes les grosses nervures des feuilles, mais elles ne se rencontrent point dans la racine.

Les fausses-trachées, qui sont des tubes coupés de fentes transversales, et qui ne peuvent se dérouler, sont

---

(1) Si l'on trace de petites lignes transversales sur les nervures des jeunes feuilles des plantes dicotylédones, comme Duhamel l'a fait sur des tiges, on verra que les espaces compris entre les lignes voisines du point d'attache du pétiole grandissent peu ou même ne grandissent point du tout, tandis que les espaces compris entre les lignes voisines du bord des feuilles ont une croissance très-marquée. L'inverse a lieu dans les feuilles engainantes des plantes monocotylédones. Celles-ci croissent par leur base et non par leur sommet. Cette différence provient de causes qui seront exposées ailleurs.

au contraire très-multipliées dans la racine et beaucoup moins dans la tige et les feuilles.

Enfin les vaisseaux mixtes, qui sont, alternativement dans leur longueur, percés de pores, fendus transversalement et découpés en tire-bourre, se trouvent dans la tige et dans la racine. Je dois observer seulement que la partie de ces derniers vaisseaux qui pénètre dans la racine, n'est jamais susceptible de se dérouler; car, je le répète comme un fait digne d'attention, il n'y a point de trachées dans les racines : je m'en suis convaincu par une multitude d'observations faites sur des plantes herbacées ou ligneuses (1).

Les trachées marchent presque toujours en ligne droite et sans aucune déviation; les autres tubes, au contraire, se courbent souvent de côté et d'autre.

Tous ces vaisseaux sont d'abord remplis d'un fluide qui diffère probablement suivant les espèces. Dans le haricot j'ai observé qu'il étoit rouge au moment où l'on fait une incision à la plantule; mais ce fluide frappé par l'air devient d'un bleu très-foncé, de même que l'indigo que l'on a traité par le sulfate de fer et la chaux vive. Peut-être l'indigo est-il tout formé dans le haricot qui commence à germer. Cette liqueur, quelle qu'elle soit,

---

(1) Le savant M. Link dit avoir vu des trachées dans quelques racines. Ses recherches n'étoient pas connues quand j'écrivis ce Mémoire, et je n'ai rien trouvé depuis qui contrariât mes premières idées. Je ne prétends pas nier cependant que M. Link ait vu les trachées dont il parle, mais j'observerai qu'il est bien facile de prendre des fausses-trachées pour des trachées, et je crois que cet objet demande un nouvel examen.

disparoît en peu de temps, et les vaisseaux deviennent les conduits naturels de l'air et de la sève. Je les ai vus se remplir d'eau colorée qui, par leur moyen, pénétroit jusques dans les dernières ramifications des feuilles.

A l'époque dont je parle il n'y a encore dans le haricot que quelques faisceaux de tubes placés entre la moelle et l'écorce. L'espace qui sépare ces faisceaux est occupé par la substance glaireuse; cette substance prend bientôt des formes organiques plus déterminées, et produit ces petits tubes ou plutôt ces cellules alongées auxquelles j'ai donné le nom de petit tissu tubulaire.

Voilà le premier feuillet formé, et le premier développement d'une plante à deux cotylédons.

Je passe au second développement marqué. Je néglige une multitude de détails intermédiaires plus faciles à concevoir qu'à décrire. Mon haricot peut avoir à cette seconde époque deux à trois pouces de haut. Ses deux feuilles primordiales sont ouvertes. A leur point de réunion on distingue un bouton qui venant à se développer formera le prolongement de la tige. Je fends verticalement ce petit tronc jusqu'à la racine, dont je mets également l'organisation à découvert. Voici ce que j'aperçois.

Les vaisseaux qui entourent la moelle sont tels que je les ai observés dans la jeune plante, avec cette seule différence qu'ils sont plus visibles et mieux formés. Dans la tige, ce sont pour la plupart, des trachées réunies en faisceaux. On les déroule facilement quand on est exercé à cette anatomie délicate. Dans la racine, ce sont des

fausses-trachées, des vaisseaux poreux et des vaisseaux mixtes qu'on ne peut dérouler.

Les vaisseaux de la racine et de la tige partent du collet de la plante et marchent en sens inverse; mais ils ont une communication directe à leur point de départ. Ces vaisseaux deviennent plus foibles et moins apparens, les uns en descendant vers la pointe de la racine, les autres en s'élevant vers le sommet de la tige. Les trachées pénètrent visiblement dans le petit bouton; mais leur extrémité s'efface et n'est plus pour notre œil armé des verres les plus forts, qu'une légère trace de substance mucilagineuse.

Cette première couche de vaisseaux forme un cylindre autour de la moelle, et elle est entourée elle-même d'un autre cylindre également formé de vaisseaux longitudinaux disposés en faisceaux comme les premiers. Au collet de la plante ils sont parfaitement distincts, et ils disparoissent à mesure qu'ils s'en éloignent. La troisième colonne de mon tableau représente cette dégradation telle qu'elle se montre dans la nature.

Les vaisseaux du second cylindre comparés à ceux du premier, présentent quelques différences. On ne trouve parmi eux aucune trachée. Ce caractère n'appartient pas seulement au haricot, il est propre à la classe des plantes dicotylédones.

Ces tubes de nouvelle formation sont, dans la tige, des fausses-trachées des vaisseaux poreux et des vaisseaux mixtes qui ne se déroulent point. Le tissu qui lie les différens faisceaux entre eux, et cette seconde couche de

tubes à la première, est formé de cellules plus ou moins alongées, plus ou moins poreuses.

Dans la racine, à la place des tubes on trouve de longues cellules assez larges, placées bout à bout, et formant au milieu du tissu cellulaire, des veines qui se ramifient. Les membranes de ces cellules sont moins transparentes que celle du tissu cellulaire, et sont criblées d'une multitude infinie de petits pores. Leur disposition relative en fait de véritables tubes coupés de diaphragmes; et comme ces diaphragmes sont percés à la manière d'un crible, je pense qu'ils ne doivent guère retarder la marche des fluides.

Ces vaisseaux semblent, par leur organisation, tenir le milieu entre le tissu cellulaire et les tubes. Ils sont très-apparens dans les racines; on les retrouve aussi dans les tiges à la naissance des branches et des feuilles, dans les bourrelets naturels ou accidentels, et dans les articulations noueuses des différentes portions d'une même tige. Je les appellerai désormais *vaisseaux en chapelet*, à cause de la forme qui les distingue.

Je poursuis l'examen du haricot arrivé à un âge plus avancé. Alors la racine est aussi vigoureuse qu'elle peut le devenir. La première tige a quatre à cinq pouces de haut; le petit bourgeon qui étoit à son sommet forme le prolongement de cette tige; des branches se sont développées dans l'aisselle des feuilles primordiales; la plante produit déjà des fleurs.

Alors un troisième rang de tubes s'est formé dans la

racine et dans la tige ; il est semblable au second et présente les mêmes phénomènes.

Mais le premier, qui enveloppe immédiatement la moelle, a subi quelques modifications. En examinant la coupe transversale des vaisseaux qui le composent, on aperçoit que leur paroi interne est recouverte d'un enduit compacte qui diminue sensiblement le diamètre de leur ouverture. Ce changement se manifeste surtout dans les tubes les plus voisins de la moelle. J'ai reconnu que l'âge produit le même effet dans les arbres ; je l'ai remarqué également dans les fougères, et j'ai noté dans mon premier mémoire, avant d'avoir des idées bien nettes sur ce phénomène, que j'avois vu les gros vaisseaux des filets ligneux du *ruscus* obstrués par une substance étrangère. Les conséquences de ce fait sont faciles à saisir.

La coupe longitudinale des tiges du haricot montre que, malgré cet engorgement des vaisseaux, ils n'ont point changé de nature. On distingue parfaitement les spires des trachées ; avec de la patience on parviendroit à les compter. On aperçoit entre chaque tour de spire la substance qui remplit les tubes ; mais ces lames argentées ne peuvent plus être déroulées, parce que leur surface interne est soudée sur le cylindre qu'elles environnent. Plus la plante vieillit, plus les vaisseaux se remplissent ; ils se ferment enfin totalement. Voilà sans doute ce qui a donné lieu au système d'Hedwig ; mais les descriptions et les conclusions de cet observateur ne

ressemblent guère aux miennes, et nous n'avons de commun que l'objet de nos recherches.

Dans le haricot, comme dans beaucoup d'autres plantes herbacées, il y a toujours un grand nombre de trachées qui ne s'engorgent point et que l'on peut dérouler facilement.

Il y a aussi des trachées dont les spires sont très-écartées, tandis que dans d'autres les spires se touchent et forment comme un tube continu. Cette différence ne s'observe pas dans les jeunes pousses : les spires des trachées qu'on y trouve sont serrées les unes contre les autres; mais à mesure que les pousses vieillissent il y a quelques vaisseaux spiraux qui s'alongent comme un ressort de fil de laiton qui se relâcheroit. C'est probablement la connoissance de ce fait qui a fait dire à Mustel que les trachées, en se déroulant, produisent des fibres longitudinales et occasionnent la croissance des organes; idée fausse, car les trachées, loin de tendre à se dérouler, rapprochent leurs spires et se resserrent quand on les abandonne à elles-mêmes. La véritable cause de ce phénomène, c'est que la croissance de certaines trachées étant souvent terminée avant que la partie du végétal qui les contient, ait pris tout son développement, il arrive que cette partie continue de croître, et que les trachées, pour obéir au mouvement général, sont forcées de se dérouler.

J'ai observé enfin que la lame des trachées se subdivise quelquefois en deux ou trois lames plus petites, en sorte qu'on a des trachées à double et à triple spirale.

Ce fait est confirmé par les observations de M. Sprengel. Il m'a envoyé dernièrement un de ses ouvrages dans lequel je trouve la figure d'une trachée semblable à celle que j'avois fait dessiner six mois avant dans le tableau que je présente à la classe.

Il ne se forme pas plus de trois rangs de tubes dans le haricot. On sait que le nombre en est beaucoup plus considérable dans les arbres; mais ces productions, quelque nombreuses qu'elles soient, s'opèrent toujours de la même manière.

Le développement des vaisseaux pour produire les branches est représenté dans mon tableau. La première figure de la troisième colonne indique la naissance du bouton. Un petit corps arondi paroît au sommet de l'angle que forme le pétiole sur la tige; une légère trace de cette substance mucilagineuse qui paroît toujours avant les vaisseaux, se porte vers la branche naissante.

La première figure de la quatrième colonne montre la branche toute formée. A la place de la glaire on voit des vaisseaux qui, s'écartant des couches vasculaires de la tige, dans l'intervalle qui sépare ces couches de la branche, deviennent des vaisseaux en chapelet; puis qui, se prolongeant dans la branche elle-même, se changent en trachées et s'appliquent immédiatement sur la moelle.

Quelques auteurs, déterminés par des observations physiologiques, ont dit que les vaisseaux par lesquels la branche est attachée à la tige, forment une racine pivotante. Cette idée ingénieuse acquiert quelque soli-

dité si l'on considère que ces vaisseaux sont de la même nature que ceux de la véritable racine.

En examinant la première figure de la seconde, de la troisième et de la quatrième colonnes, on voit le développement des vaisseaux qui nourrissent les feuilles primordiales. Dans la seconde colonne, une ligne transversale de substance mucilagineuse s'étend de l'une à l'autre feuille. Dans la troisième colonne, la substance mucilagineuse est changée en vaisseaux. Dans la quatrième, ces vaisseaux sont très-multipliés: ce sont des fausses-trachées. Un faisceau de tubes, semblable à celui qu'on aperçoit dans le tableau, passe de l'autre côté de la tige. Les deux faisceaux se réunissent à leurs extrémités pour pénétrer dans les deux pétioles opposés, puis ils se subdivisent en plusieurs petits faisceaux qui, par leur disposition, donnent aux pétioles la forme de gouttière; et ils vont s'épanouir en nervures dans les feuilles. Alors les vaisseaux qui les composent sont presque tous transformés en trachées.

J'observe ici comme un fait général que le même tube, en parcourant différentes parties du végétal, offre successivement toutes les espèces de vaisseaux que j'ai désignés comme *organes élémentaires*.

Je n'ai rien dit encore du rôle que joue le tissu cellulaire dans les développemens. D'abord il n'est pas visible, la substance mucilagineuse paroît seule; mais il se développe bientôt, et, de même que dans le fœtus de l'animal, il paroît avant tous les vaisseaux; je suis même

porté à croire que ces derniers ne doivent leur existence qu'à ses nombreuses modifications.

Le tissu cellulaire se montre en premier lieu comme une multitude de bulles d'air dans un fluide visqueux. Chaque cellule est d'une petitesse extrême; mais à mesure que les vaisseaux se forment les cellules se dilatent et croissent dans tous les sens. Elles sont d'autant plus petites qu'elles se trouvent dans une partie moins développée, et elles ont atteint le *maximum* de leur grandeur quand la croissance de cette même partie est terminée. L'artiste a tâché d'exprimer cette dégradation dans les colonnes 2, 3 et 4 de mon tableau.

Après avoir fait les observations précédentes sur des végétaux sains et vigoureux, je les ai répétées sur des végétaux maigres, mal venus, privés de nourriture. Je mis des pois et des haricots dans un verre, sur une éponge imbibée d'eau distillée; je plaçai ce verre dans un bassin contenant de la potasse caustique en dissolution dans l'eau, et je disposai une grande cloche de verre de telle manière qu'elle recouvroit mes graines et que ses bords plongeoient dans le bain de potasse. Cet appareil disposé dans une chambre très-éclairée ne recevoit cependant pas directement les rayons du soleil : il en résultoit que mes graines et les tiges qu'elles produisoient, rejetoient continuellement du gaz acide carbonique, qui bientôt étoit absorbé par la potasse. Quand celle-ci, pour remplir le vide, s'élevoit vers les bords du verre, je la faisois descendre en introduisant du gaz oxigène

ou de l'air atmosphérique sous la cloche. Mes haricots et mes pois se développèrent ainsi durant plus d'un mois. Leurs tiges étoient longues, grêles et blanchâtres; leurs feuilles étoient fort petites, mais leur organisation interne étoit semblable à celle des plantes développées à l'air libre. La seule différence que je remarquai, c'est que les membranes étoient beaucoup plus transparentes et que les trachées qui formoient, de même que dans les autres, un anneau autour de la moelle, n'étoient pas obstruées intérieurement, quoique ces plantes eussent végété plus de temps qu'il n'étoit nécessaire pour que cet effet eût lieu si des causes particulières ne s'y fussent opposées.

Voilà les notes que j'ai cru devoir joindre à mon tableau; elles peuvent servir à en expliquer le plan et le but. J'avois d'abord étudié les organes élémentaires; j'ai voulu connoître leur développement, et je n'ai rien trouvé que le raisonnement ne pût pressentir d'avance.

Je dois avouer cependant qu'un observateur célèbre a écrit sur ce sujet et a établi un système qui ne s'accorde point avec les observations que je viens de rapporter. L'opinion de ce savant est d'un trop grand poids pour qu'il me soit permis de la rejeter sans la combattre. Hedwig (c'est lui dont je parle) croit que tous les vaisseaux dont la membrane n'est pas parfaitement entière, ont été primitivement des trachées. Dans cette hypothèse, les fausses-trachées, les tubes poreux, les tubes mixtes et même les vaisseaux en chapelet, ne seroient que des trachées dont la lame se seroit soudée dans

différens points de sa longueur. Je réponds que les trachées formées au centre du végétal, dans les premiers temps de son développement, se retrouvent encore au centre, en état de trachées, dans l'âge le plus avancé, et que les tubes poreux, les fausses-trachées, etc. se montrent dès leur naissance tels qu'ils paroissent dans les bois les plus anciens.

J'ajoute que si l'opinion d'Hedwig étoit fondée, les trachées se trouveroient dans les couches les plus extérieures du bois, puisque ces couches sont les plus récentes, et que les tubes poreux ou fendus seroient immédiatement à la superficie de la moelle, puisque cette couche centrale est la plus ancienne; mais l'observation démontre que ces derniers vaisseaux sont à la circonférence et que les trachées occupent le centre.

Hedwig fait de la trachée végétale, un organe extrêmement compliqué. Selon lui, la lame tournée en spirale est un petit tube qui environne un grand tube membraneux parfaitement entier. Le premier tube conduit les liqueurs, le second contient de l'air. Il juge que la lame est creuse, parce qu'elle se colore quand on fait monter dans la plante de l'eau colorée; mais si ce filet est creux, le diamètre du tube qu'il forme n'a pas la trois-centième partie d'un millimètre, car son épaisseur totale, calculée à l'aide du micromètre, est à peine égale à cette mesure. Or l'expérience m'a prouvé que l'eau chargée de molécules colorantes les dépose avant de pénétrer dans les petits tubes du bois, et cependant, le diamètre de ces tubes est assurément plus grand que ne pourroit l'être celui du canal

qu'Hedwig suppose dans la lame de la trachée. Si donc cette lame se teint, comme Hedwig l'a vue et comme je l'ai observée moi-même, c'est que sa surface se charge de molécules colorantes, et cela ne peut avoir lieu que parce que les liqueurs s'élèvent par le grand tube que forment les spires de la trachée; d'où il suit que la lame ne recouvre point un tube membraneux, puisque dans ce cas les liqueurs n'étant point en contact avec la lame, ne pourroient la colorer.

Mais lors même qu'on admettroit la possibilité du système que je combats, on verroit qu'il a contre lui les probabilités. Comment présumer en effet, que les fluides attirés vers les extrémités supérieures du végétal, au lieu de s'élever par le grand tube des trachées à l'orifice desquelles ils se trouvent, se portent dans le tube étroit et tortueux de la lame? Quels obstacles s'opposent à ce qu'ils suivent la route la plus directe et la plus facile? Hedwig ne le dit pas: son opinion n'a donc point de solidité.

Cependant Hedwig est trop habile observateur pour n'avoir entrevu aucun fait dans ses nombreuses recherches sur l'organisation végétale. Il croit que la lame des trachées se soude peu à peu, et il indique par cela même l'existence des fausses trachées et des vaisseaux poreux. Il prétend que la lame entoure un tube membraneux. Il est évident que ce tube désigne l'enduit qui recouvre l'intérieur des vieilles trachées. Ainsi, dans les travaux d'un grand observateur les erreurs mêmes ne sont pas à mépriser; elles sont souvent fondées sur des faits que

de nouvelles recherches mettent dans tout leur jour.

Je réponds par les objections précédentes aux botanistes qui soutiennent le système d'Hedwig sur parole et sans avoir fait d'observations directes; mais les faits parleront assez d'eux-mêmes pour les observateurs qui étudieront l'organisation végétale sur la nature. Ils verront que les vaisseaux désignés dans mon premier tableau sous le nom d'organes élémentaires, conservent jusqu'à la fin leurs formes primitives; que les trachées se trouvent toujours au centre du bois, en sorte qu'elles environnent la moelle dans les plantes dicotylédones, et qu'elles sont placées au milieu des filets ligneux dans les plantes monocotylédones; que ces vaisseaux sont formés d'une lame dont la coupe transversale n'offre, avec les verres les plus forts, aucun canal intérieur, et que cette lame ne recouvre jamais un tube membraneux; ils verront enfin que ces mêmes trachées sont, comme l'ont pensé plusieurs physiologistes, des tubes qui contiennent des liqueurs ou de l'air, suivant les circonstances.

L'organisation végétale envisagée ainsi est plus simple et par conséquent plus conforme à la marche ordinaire de la nature.

EXPLICATION DES FIGURES,

Représentant le développement des organes internes d'un haricot, observé à différentes époques de sa croissance.

PREMIÈRE COLONNE.

PLANCHE PREMIÈRE.

Fig. 1. Graine de haricot dépouillée d'une partie de son *testa*.

a Corps saillant et comme glanduleux, situé à la partie inférieure de la cicatricule *b*. — *c* Petite ouverture arrondie qui correspond à la pointe de la radicule. — *d* Première lame cornée. — *e* Seconde lame cornée. Ces deux lames cornées, qui ont une forte adhérence entre elles, forment l'enveloppe que les botanistes désignent sous le nom de *testa*. — *f* Lame cellulaire, nommée *membrane interne* par les botanistes. — g Vaisseaux du cordon ombilical qui pénètrent dans l'épaisseur de la membrane interne. — *h* Vaisseaux de la membrane interne et leurs ramifications.

PLANCHE DEUXIÈME.

Fig. 2. Partie supérieure de la graine du haricot.

a Première lame cornée. — *b* Seconde lame cornée. Ces deux lames, comme on la dit plus haut, forment le *testa*. — *c* Lame cellulaire ou *membrane interne*. — *d* Principaux troncs des vaisseaux de la membrane interne. — *e* Ramifications des troncs

principaux des vaisseaux de la *membrane interne*. — f Ouverture ombilicale, désignée par les botanistes sous le nom d'*ombilic*. — g Extrémités des vaisseaux du cordon ombilical. — h Les deux cotylédons. — *i* Vaisseaux mammaires. — k Ouverture qui correspond à la pointe de la radicule.

Il est bon d'observer que cette moitié de la graine de haricot est représentée renversée, en sorte que la partie qui est tournée vers le bas de la planche est celle qui, dans la plante, regarde le sommet du fruit.

Fig. 3. Portion d'un cotylédon.

a La lettre *a* indique le point d'union du cotylédon avec la plantule. — *b* Tissu cellulaire rempli de petits grains semblables à de la farine ou à de l'amidon. — c Vaisseaux mammaires.

SECONDE COLONNE.

PLANCHE TROISIÈME.

Fig. 1. Haricot commençant à se développer.

a Endroit où étoient attachés les cotylédons. — *a b* Plumule s'élevant et formant la jeune tige. — *a c* Radicule s'enfonçant dans la terre et formant la racine. Le point de jonction de la tige et de la racine, c'est-à-dire le point *a*, est désigné sous le nom de *collet*.

Fig. 2. Anatomie de la partie *a* de la figure première.

a Base de la tige. — b Sommet de la racine. — c Ligne ponctuée indiquant le collet de la plante qui est, comme on vient de le dire, l'endroit où se fait la jonction de la tige et de la racine. — *d* Reste des cotylédons que l'on a détachés. — *e* Vaisseaux mammaires. — *f* Couche de bois composée en partie de vaisseaux qui partent des vaisseaux mammaires, et se rendent dans la racine. On distingue quelques fausses-trachées. — *g* Vaisseaux qui se rendent dans la plumule. Plusieurs sont des trachées

très-visibles. Ces vaisseaux sont l'origine de la première couche ligneuse. — *h* Moelle. — *i* Ecorce.

Fig. 3. Anatomie de la partie *b d* de la figure première.

a Les deux feuilles primordiales. — *b* Vaisseaux de la tige qui pénètrent dans les feuilles et forment les nervures. — *c d* Parenchyme cellulaire placé entre les nervures. — *e* Moelle. On peut voir dans la gravure comme les vaisseaux s'effacent à mesure qu'ils s'approchent du bord des feuilles.

PLANCHE QUATRIÈME.

Les figures 4, 5, 6 et 7 offrent l'anatomie de la partie *ac* de la figure 1ere, planche 3.

a Ecorce de la racine. — b Bois, composé de gros vaisseaux poreux, de fausses-trachées, et de cellules alongées. Les vaisseaux sont moins marqués à mesure qu'ils s'avancent vers l'extrémité *c* de la racine. Au point *c* ils semblent n'être qu'une glaire transparente. — d Moelle. Le canal médullaire se rétrécit en s'éloignant du collet de la racine, et se termine bientôt comme un *cœcum.* On voit distinctement, figures 5 et 6, lettre *b*, trois des quatre principaux faisceaux de tubes qui parcourent la racine dans sa longueur. — *e* Racine secondaire développée sur la racine principale.

TROISIÈME COLONNE.

PLANCHE CINQUIÈME.

Fig. 1. Haricot plus développé que celui de la planche 3, fig. 1.

ab Racine. — *ae* Tige. — *cd* Feuille primordiale. — *e* Seconde pousse cachée entre deux stipules.

Fig. 2. Anatomie de la partie *ce* de la figure première.

a Pétioles des feuilles primordiales. — *b* Vaisseaux qui pénètrent dans les feuilles primordiales. Parmi ces vaisseaux on re-

marque beaucoup de trachées. — *c* Bourgeon terminal, qui est l'origine de la seconde pousse du haricot. — d Bourgeons latéraux développés à l'aisselle des feuilles primordiales; ils donneront naissance à des branches divergentes. — *e* Ecorce. — *f* Bois. Il est composé de cellules alongées et de trachées; les trachées environnent immédiatement la moelle. — g Moelle. — h Faisceaux de trachées ou de fausses-trachées qui environnent la tige, et se portent horizontalement d'un pétiole à l'autre.

Fig. 3. Anatomie de la partie *f* de la figure 1ere.

a Moelle. — *b* Bois. Il offre deux couches bien distinctes. L'une (elle est indiquée par la lettre *c*) est composée en grande partie de trachées. Cette couche existoit déjà dans le premier développement (*voy.* deuxième colonne); mais les trachées n'étoient pas aussi visibles. L'autre couche ligneuse (celle-ci est marquée *d*) environne la précédente; on n'y aperçoit guère que des cellules très-alongées; cependant en descendant vers le collet de la plante, soit en *g*, ou en *h*, ou en *i* de la figure 1ere, on reconnoît qu'il se développe des vaisseaux poreux ou des fausses-trachées dans cette seconde couche, qui est unie à la première (*voy.* toujours fig. 3) par une couche *intermédiaire e*, dont le tissu est plus lâche. La seconde couche ligneuse *d* est de nouvelle formation; elle n'existoit pas dans le haricot qui commençoit à se développer. — *f* Ecorce.

PLANCHE SIXIÈME.

Fig. 4. Anatomie de la partie *g* de la tige du haricot, représentée fig. 1, planche 5.

a Moelle. — *b* Bois. — *c* Première couche ligneuse contenant beaucoup de trachées. — *d* Seconde couche ligneuse composée de cellules alongées et de vaisseaux poreux. — *e* Couche intermédiaire. — *f* Ecorce.

Fig. 5. Anatomie de la partie *h* de la tige du haricot, représentée figure 1, planche 5.

L'explication de la figure 4 convient à la figure 5.

Fig. 6. Anatomie de la partie *i* de la racine du haricot, représentée figure 1, planche 5.

L'explication de la figure 4 convient encore à la figure 6, si ce n'est qu'il n'y a point de trachées autour de la moelle, mais seulement des vaisseaux poreux et des fausses-trachées.

QUATRIÈME COLONNE.

PLANCHE SEPTIÈME.

Fig. 1. Anatomie de la partie *a* de la tige du haricot, représentée planche 8, figure 3.

a Base du pétiole de la feuille. — *b* Branche commençant à se développer. — *c* Moelle. — *d* Ecorce. — *e* Vaisseaux transversaux qui vont d'une feuille à l'autre ; on y distingue un grand nombre de fausses-trachées entrelacées, et des cellules très-alongées. — *f* Trachées qui entourent la Moelle. — *g* La lame qui forme les trachées se partage quelquefois en plusieurs lames plus étroites. (*Voyez* la trachée figurée lettre G.) — *i* Trachées qui commencent à s'obstruer. (*Voyez* la trachée figurée lettre I.) On représente cette trachée comme si une portion des spires avoit été enlevée, afin de montrer la substance solide qui remplit le canal. — *k* Vaisseaux développés dans la seconde couche de la tige ; ce sont des vaisseaux poreux. — *l* Vaisseaux en chapelet. — *m* Troisième couche ligneuse formée de cellules très-alongées.

PLANCHE HUITIÈME.

Fig. 2. Anatomie de la partie *b* de la racine du haricot, représentée figure 3.

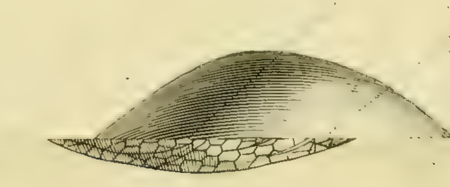
a Ramification de la racine. — *b* Ecorce. — *c d e* Trois couches superposées les unes aux autres, et se confondant. La couche *e* est composée de tubes poreux ou de fausses-trachées. Cette couche entoure la moelle *g*. La couche *d* est composée de vaisseaux en chapelet *f* et de tissu cellulaire *h*. La couche *c*

présente un tissu cellulaire, dans lequel on remarque, particulièrement au voisinage de la couche *d*, des veines de cellules fines et alongées *i* que l'on seroit tenté de prendre pour de petits tubes. En *k* on voit les vaisseaux en chapelet de la seconde couche pénétrant dans la ramification *a*, et s'y transformant en tubes poreux et en fausses-trachées.

Mem. de l'Inst. et Math. et Phis. Année 1808. Page 330.

Pl. 1.

Premiere Colonne.



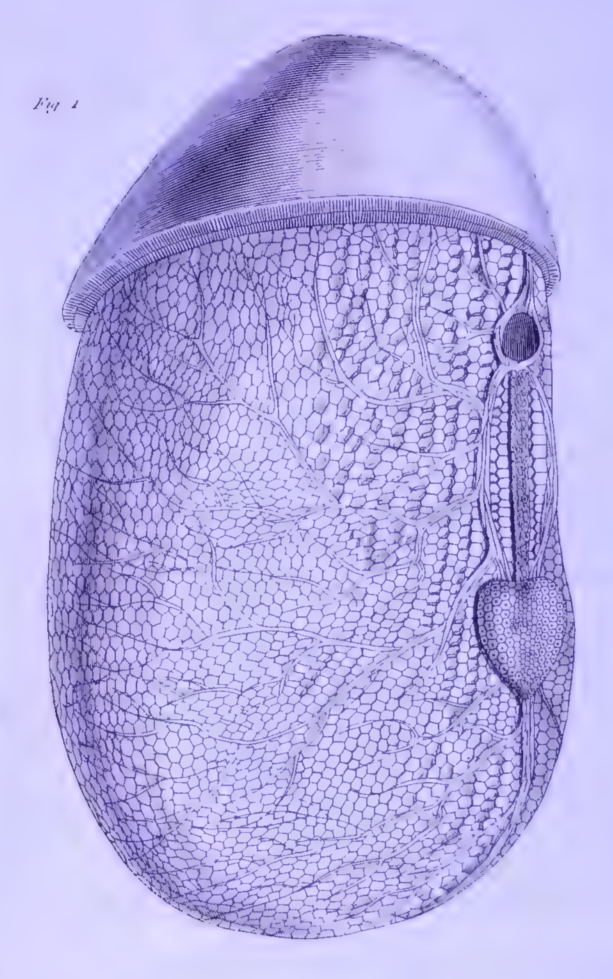
GRAINE DE HARICOT.

Sauvage delin.

Pl. 1

Premiere Colonne

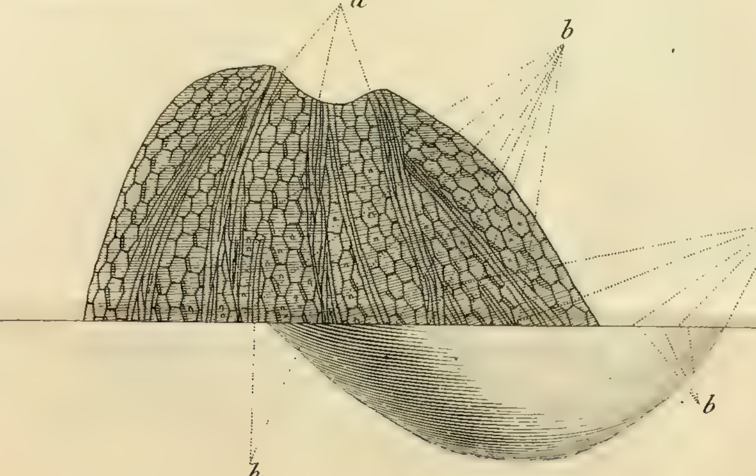
Fig. 1



GRAINE DE HARICOT

Premiere Colonne.

Pl. 2.



Sauvage delin.

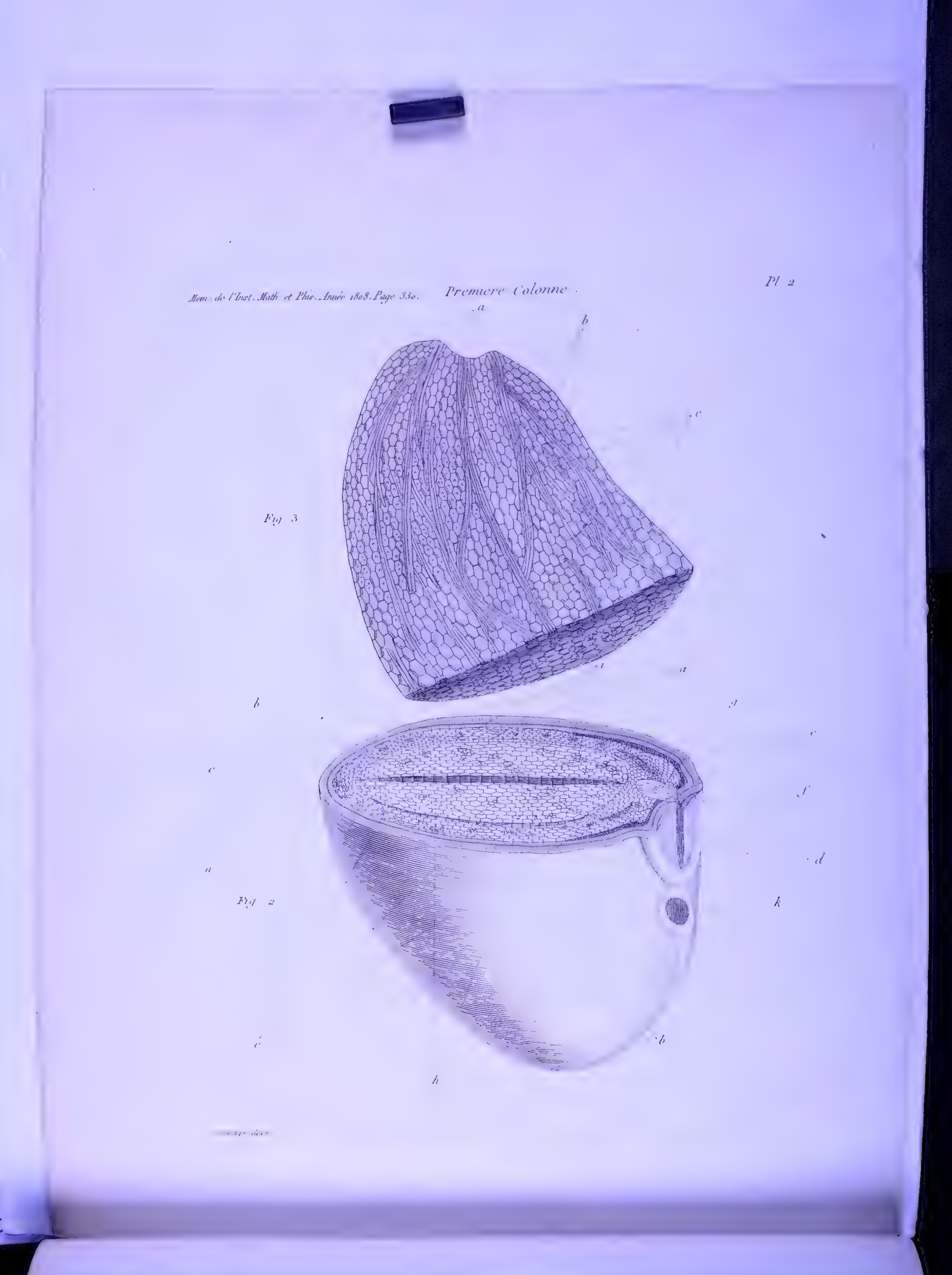
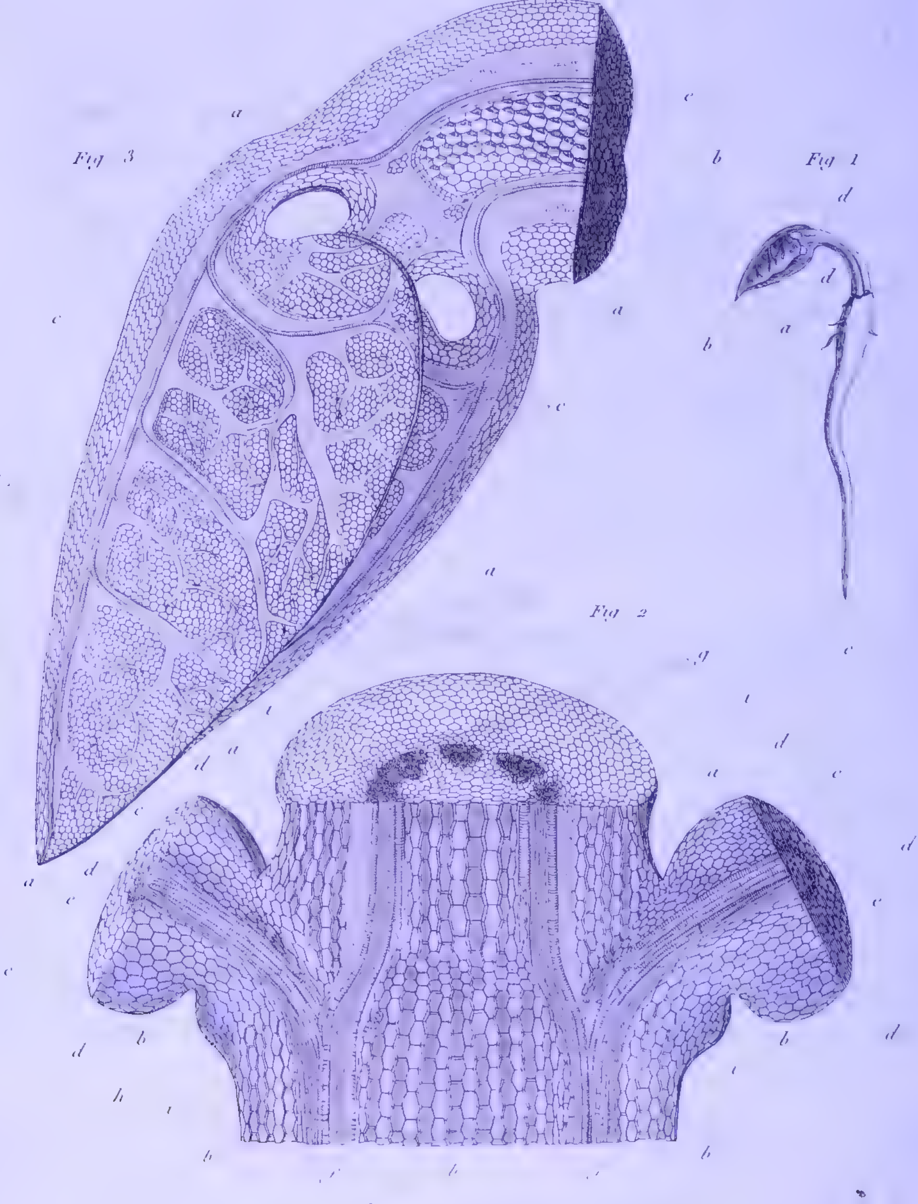

Mem. de l'Inst. Math et Phis. Année 1808. Page 330.
Premere Colonne.
Pl 2
Fig 3
Fig 2
a
b
c
d
f
g
h
k

Fig. 3.

Fig. 1.

PREMIER DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

Sauvage delin.



PREMIER DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

Fig. 4.

Sauvage delin.

PREMIER DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

Fig. 4

a b c d

Fig. 5

a b d

Fig. 6

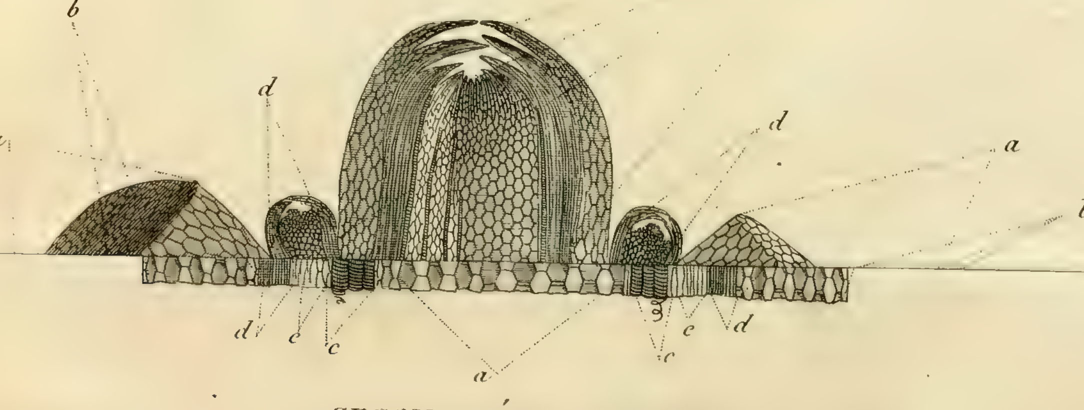
a b d

Fig. 7

c d

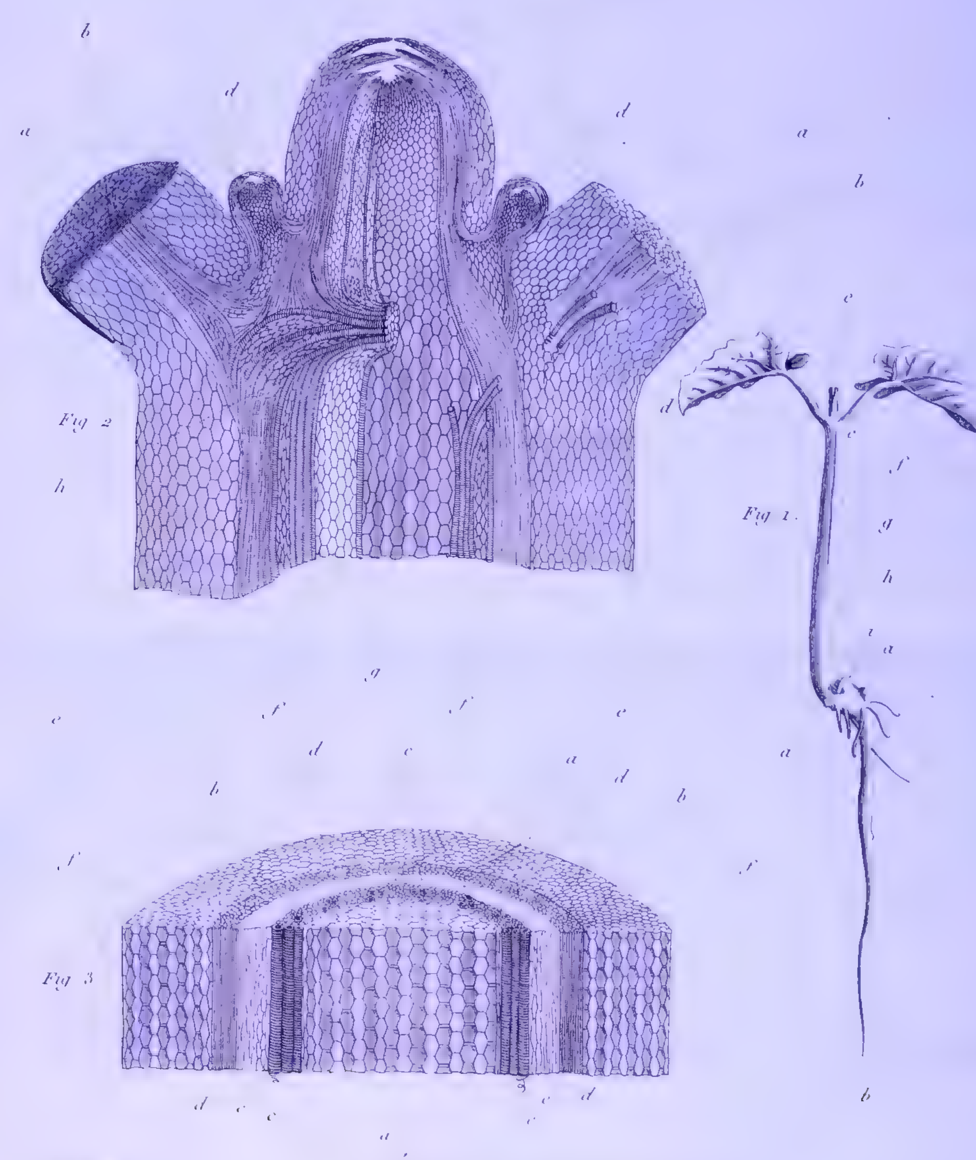
PREMIER DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

Troisieme Colonne.



Sauvage delin.

SECOND DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.



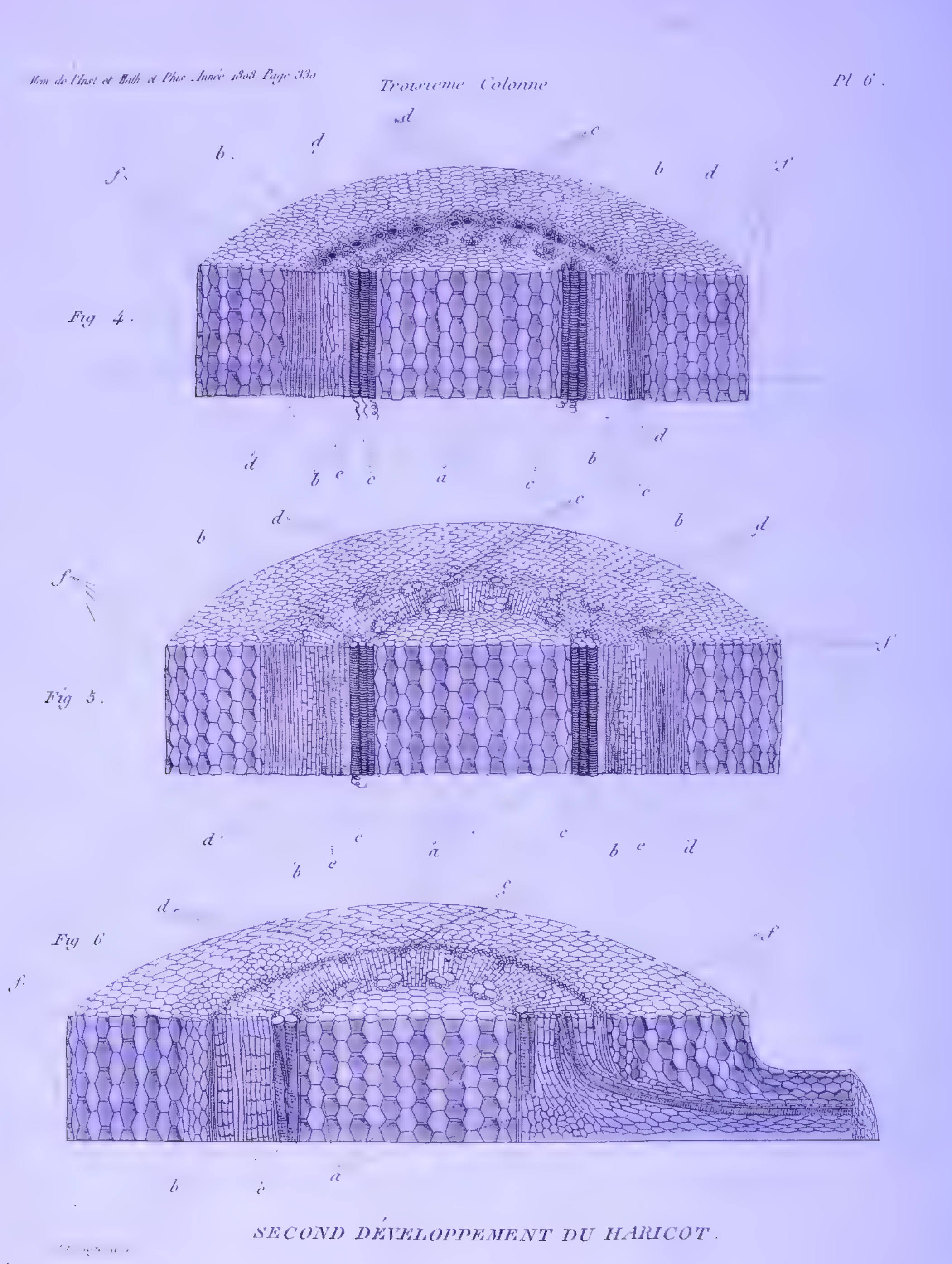
SECOND DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

Troisieme Colonne.

Fig. 4.

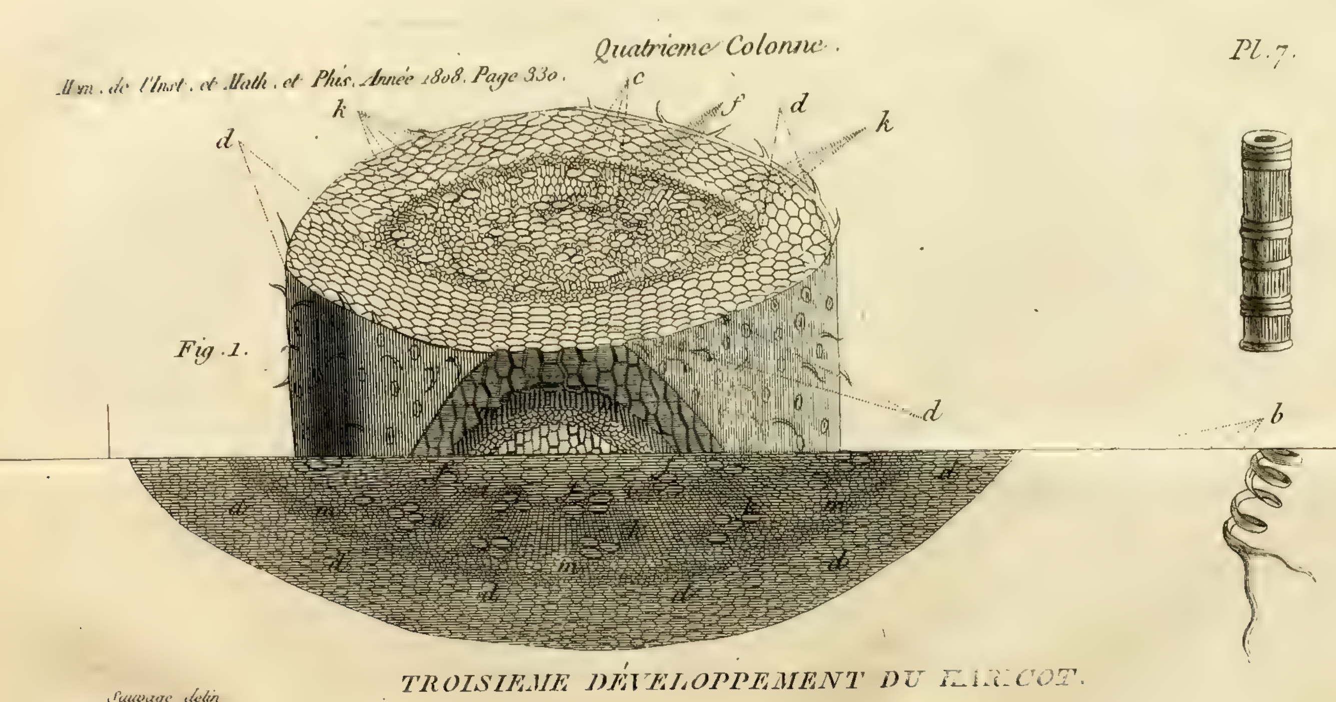
SECOND DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

Sauvage delin.



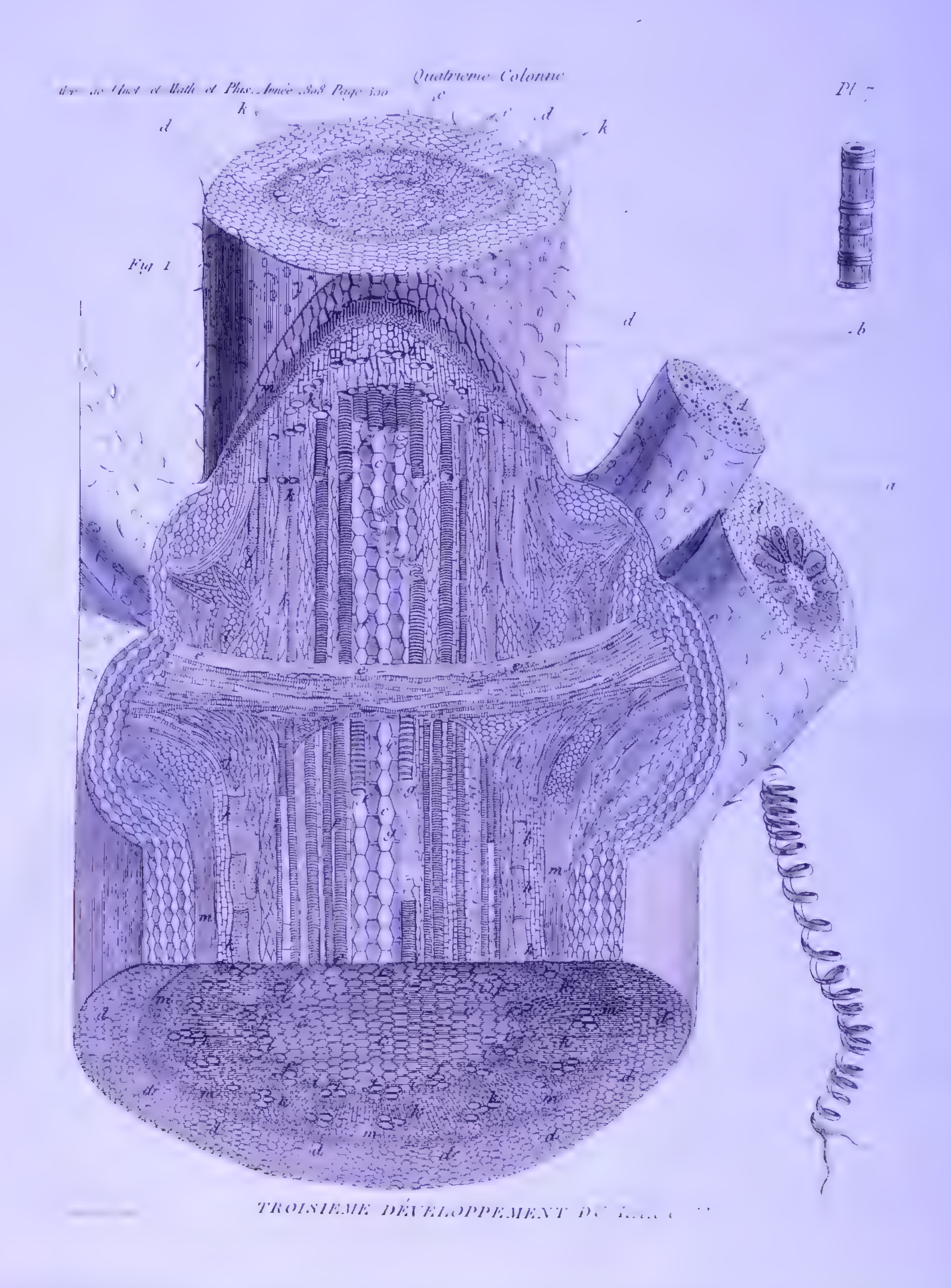
SECOND DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

Quatrieme Colonne.



TROISIEME DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

Sauvage delin



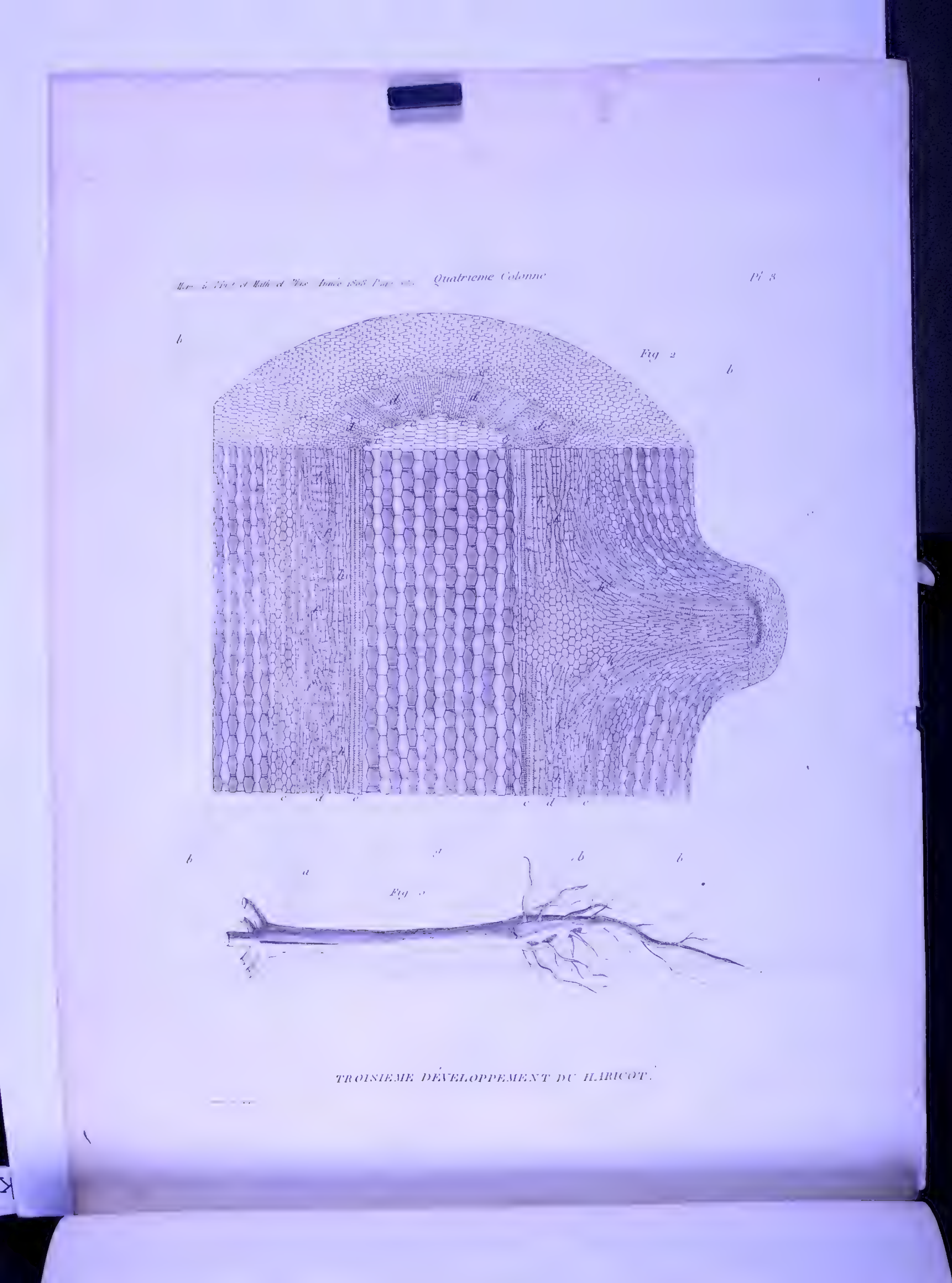
TROISIÈME DÉVELOPPEMENT DU

Fig. 2.

TROISIEME DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

Sauvage delin.

Quatrieme Colonne Pl. 8



TROISIÈME DÉVELOPPEMENT DU HARICOT.

OBSERVATIONS

Sur un système d'anatomie comparée des végétaux, fondé sur l'organisation de la fleur,

Par M. Mirbel.

Lu le 9 mai 1806.

Vers la fin du dix-septième siècle, Grew et Malpighi, travaillant à l'insu l'un de l'autre, ont fait les premières découvertes en anatomie végétale. Les recherches de ces deux savans sont immenses, et l'on ne peut trop admirer la force et la sagacité de leur esprit. S'ils n'aperçurent pas les rapports d'organisation qui existent entre les différentes classes des végétaux, c'est sans doute parce que les familles naturelles n'étoient point connues de leur temps, et que, par cette raison, il étoit impossible de s'occuper avec succès de l'anatomie comparée. Les travaux des botanistes modernes ayant applani les obstacles, on a démontré récemment que l'organisation interne des monocotylédons et des dicotylédons diffère autant que leurs formes extérieures. Plus récemment encore j'ai prouvé que les acotylédons ont aussi une organisation particulière. Il reste à savoir aujourd'hui s'il existe des caractères internes propres à distinguer chaque famille et chaque genre. C'est

de l'examen de cette question que je me suis occupé dans ce mémoire.

L'organisation de la tige d'un grand nombre de végétaux ne m'a point offert ce que je cherchois, non que je n'aie aperçu dans ces tiges, des différences multipliées, mais parce que je n'ai pu y découvrir de caractères généraux, ni discerner l'influence de la disposition des organes sur les développemens. Je crois avoir été plus heureux dans l'examen de la fleur : il me paroît que l'arrangement et le nombre des vaisseaux qui servent à la fécondation et à la nutrition des germes, doivent fournir des faits importans pour l'anatomie comparée.

Je vais développer cette opinion en donnant la description des différens organes qui entrent dans la composition de la fleur. Je ne m'appesantirai point sur les détails ; mes dessins et l'explication que j'y ai jointe, les font suffisamment connoître.

Du pédoncule.

Tous les organes de la fleur sont produits par le développement des vaisseaux du pédoncule ; ils se groupent suivant la forme, la situation et le nombre des parties auxquelles ils doivent donner naissance.

Dans les pédoncules des monocotylédons, les vaisseaux sont toujours disposés en filets ; dans ceux des dicotylédons, ils forment un étui autour de la moelle, et l'on y aperçoit les traces des rayons médullaires.

Les caractères distinctifs des premiers sont dans le nombre et la disposition relative des filets ; et, par

exemple, il y en a constamment trois dans l'*aletris capensis*, et ils sont placés en triangle équilatéral; il y en a de cinq à neuf dans les aloës, etc. etc.

Les caractères distinctifs des seconds sont dans la forme de l'étui plus ou moins cylindrique, festonné, etc. Voyez l'anatomie de la giroflée jaune, du *cobœa scandens*, etc. etc.

La plupart des vaisseaux du pédoncule sont des trachées. Observons que ces vaisseaux ne se développent jamais que dans les parties molles, aqueuses et qui ont une prompte végétation, telles que les jeunes rameaux, les feuilles et les fleurs. La forme des trachées convient parfaitement au rôle que la nature leur fait jouer; leur diamètre assez grand et leur tube coupé en hélice, facilitent la marche et l'écoulement des fluides : de là cette consistance molle et ces développemens rapides des parties dans lesquelles les trachées s'organisent.

En examinant un grand nombre de monocotylédons dont l'enveloppe florale est colorée, j'ai remarqué dans les uns, tels que la jacinthe et l'alétris, que le tissu du pédoncule est parfaitement continu avec l'enveloppe florale, et dans les autres, tels que le lys et les aloës, que ce tissu s'arrête brusquement à la base de la fleur et y forme un petit bourrelet. Ne sembleroit-il pas que ce bourrelet seroit le résultat d'un effort de la nature pour produire un calice?

Du calice et de la corolle.

Les caractères distinctifs du calice et de la corolle sont un interminable sujet de discussion pour les botanistes ; ils se flattoient que l'anatomie établiroit une ligne de démarcation entre ces deux organes : mais loin qu'elle les sépare elle les rapproche et les confond.

La disposition et l'arrangement des vaisseaux sont absolument les mêmes dans l'une et l'autre enveloppe ; ils y forment souvent un réseau, et deviennent d'autant plus fins qu'ils s'éloignent davantage de leur origine. Vers leur extrémité supérieure il se transforme en un tissu cellulaire très-alongé.

J'observerai à ce sujet que, dans quelque partie que ce soit, on trouve toujours du tissu cellulaire interposé entre l'orifice des vaisseaux et l'épiderme.

Quelques auteurs ont pensé que l'épiderme du calice étoit criblé de pores alongés, mais que l'épiderme de la corolle n'offroit pas de pores de cette nature. Il s'en faut que ce caractère soit général ; car j'ai vu beaucoup de calices privés de pores. D'un autre côté, j'ai vu des filets d'étamines qui en étoient pourvus ; cependant personne ne doute que les filets n'aient les plus grands rapports d'organisation avec la corolle, et la présence ou l'absence des pores ne changera pas les idées à cet égard.

Selon Linné, le calice est le prolongement de l'écorce ; et la corolle le prolongement du liber. Je ne puis adopter cette opinion : il n'y a jamais de trachées dans l'écorce

et le liber, et j'en ai trouvé dans un grand nombre de calices et de corolles.

Les enveloppes florales des monocotylédons, telles que celles du lys, des aloës, de la jacinthe, de l'alétris, contiennent aussi une quantité considérable de ces lames étroites roulées en tire-bourre.

Dans les dicotylédons il est souvent facile de distinguer à la simple vue les calices qui ont des trachées de ceux qui n'en ont point. Les premiers offrent des nervures saillantes, ou bien ils ont une épaisseur notable, ou ils sont d'une substance pétaloïde, ou enfin ils portent la corolle et les étamines; les autres sont minces, sans nervures saillantes, et leur base n'étend point ses racines vers le centre du pédoncule.

Ainsi le calice du *cobœa*, sur lequel on remarque de grosses nervures; celui de la rose de Noël, qui a la consistance et la couleur des pétales; celui de la rose, qui est épais et charnu; celui de la saxifrage, sur lequel les étamines et les pétales prennent naissance, ont toujours des trachées; tandis que les calices minces des anagallis, des œillets, etc. n'en ont point. La définition du calice donnée par Linné n'est donc applicable qu'à ces derniers, qui ne sont en effet, que le prolongement de l'écorce du pédoncule.

Plusieurs botanistes semblent avoir adopté pour caractères distinctifs des deux enveloppes florales la consistance et la position relative; mais la position relative ne peut servir de guide lorsqu'il n'y a qu'une seule enveloppe, et la consistance n'offre pas un caractère suf-

fisant, puisqu'il arrive que, dans les fleurs qui ont deux enveloppes, celle qui est extérieure, et que l'on doit pour cette raison considérer comme un calice, est quelquefois pétaloïde et offre les mêmes phénomènes chimiques que la corolle.

Concluons que nous ne connoissons jusqu'à présent, aucun caractère tiré de l'anatomie ou de la physiologie, par le moyen duquel on puisse, dans tous les cas, distinguer le calice de la corolle, et ces deux organes, du périanthe des monocotylédons. La classification de ces organes est donc tout à fait systématique, et ne peut offrir qu'un bien foible secours au naturaliste qui veut ranger les plantes dans un ordre vraiment naturel.

Des étamines.

Les filets des étamines ont ordinairement à leur centre un faisceau de trachées.

Ce faisceau part du réceptacle dans les *aloes fruticosa*, *pseudo succotrina;* dans les rhododendrons, les anagallis.

Il part des vaisseaux de l'enveloppe florale dans l'alétris, et des vaisseaux de la corolle dans le *cobœa.*

Il part des vaisseaux du calice dans plusieurs saxifrages, dans les roses, etc.

Dans le premier cas, c'est-à-dire lorsque ce sont les vaisseaux du réceptacle qui produisent les filets, les étamines sont nécessairement attachées sous l'ovaire; d'où il suit que le rhododendron et l'aloës ne sont point

périgynes, quoiqu'on les ait classés dans les plantes qui ont ce caractère.

Dans les deux autres cas, savoir, lorsque les étamines sont produites par les vaisseaux du calice ou de la corolle, il me semble que l'on ne doit considérer que les points d'attache sur ces enveloppes, sans se mettre en peine de leur situation relativement à l'ovaire, parce qu'elle ne sauroit être qu'équivoque.

Ces considérations tirées de l'anatomie des fleurs, me portent à croire que la classification des végétaux d'après la situation des étamines, n'est pas parfaitement naturelle. On ne peut en effet ranger dans des familles différentes l'aloës et l'alétris, quoique, dans le premier, les étamines soient attachées sous l'ovaire, et que, dans le second, elles partent de l'enveloppe florale.

L'anthère est ordinairement fixée au sommet du filet; c'est une petite boîte divisée en plusieurs loges qui contiennent la poussière fécondante.

Le plus souvent la forme qu'affecte l'anthère est celle d'un corps ovoïde; elle est partagée longitudinalement en deux lóbes égaux, et chaque lobe est lui-même marqué d'un léger sillon qui indique l'endroit par lequel doivent s'ouvrir les loges.

Les deux lobes de l'anthère sont réunies par un corps charnu dans lequel pénètre la pointe du filet et le faisceau de trachées situé à son centre.

On croit que l'espèce d'anthère que je viens de décrire n'a que deux loges; je suis certain qu'elle en a quatre. Les valves par lesquelles s'ouvre chaque lobe,

s'attachant au fond de la loge, forment une cloison mitoyenne jusqu'à l'époque de l'explosion de la poussière.

Duhamel avoit soupçonné que la rupture de l'anthère étoit due à une cause mécanique; il ne s'étoit pas trompé, comme on va le voir.

Toute la superficie de cet organe est revêtue d'une lame cellulaire très-lâche, dont les membranes sont d'une finesse extrême; dessous est une seconde lame également cellulaire, mais d'un tissu ferme, élastique et susceptible de se contracter en vieillissant.

La contraction a lieu dans un sens déterminé par la forme et la disposition du tissu cellulaire. Elle est si prompte quelquefois qu'en un clin d'œil les valves s'ouvrent, l'anthère se rejette en arrière, et la poussière, chassée par ce mouvement rapide, est lancée vers le stigmate.

Il sembleroit que ce phénomène seroit dû à une sorte d'irritabilité musculaire; mais la vérité est qu'il dépend de l'élasticité du tissu.

Dans l'alétris et l'*aloes ferox*, la lame contractile est composée d'un tissu cellulaire très-fin, lequel est disposé de telle manière qu'il doit jouir, et qu'il jouit en effet, d'une grande élasticité; il se prête d'abord à la dilatation des valves, occasionnée par le renflement de la poussière fécondante: mais enfin il cesse de s'étendre et se contracte aussitôt que les valves se désunissent.

Les lames contractiles de l'impériale sont composées de larges cellules à parois fendues en petites lanières. Ces cellules ont également une grande élasticité.

J'ai reconnu l'existence de la lame contractile dans l'anthère de la giroflée ; mais le tissu étoit trop fin pour qu'il me fût possible d'en déterminer la nature.

Le mouvement vacillatoire qui se manifeste quelquefois dans l'anthère attachée par son milieu sur le filet, est dû à deux causes purement mécaniques, et non à une espèce d'irritabilité, comme quelques-uns l'ont pensé.

La première cause est la pesanteur relative des deux moitiés de l'anthère. Lorsque cet organe vient à s'ouvrir par l'une de ses extrémités, et qu'il s'est débarrassé d'une partie de sa poussière, l'autre extrémité, devenue plus lourde, occasionne un prompt mouvement dans ce corps léger, placé en équilibre sur le filet comme sur la pointe d'une aiguille.

La seconde cause est la contraction des trachées qui unissent l'anthère au filet. Ces vaisseaux en tire-bourre resserrent leurs spires quand les fluides qui les baignent viennent à s'évaporer, et par ce moyen ils font pirouetter l'anthère sur son petit pivot.

Il n'est nullement probable que l'anthère devienne irritable à l'instant où elle se dessèche et va se détruire.

Du pistil.

Les vaisseaux qui entrent dans le pistil se partagent ordinairement en plusieurs faisceaux qui prennent différentes directions.

Les uns pénètrent dans les parois de l'ovaire, les autres dans les *placentas*.

Le nombre et la direction des uns et des autres varient.

On compte trois faisceaux de tubes dans les parois de l'ovaire des liliacées dont le pistil est libre. Chacun de ces faisceaux est situé dans la suture par laquelle le péricarpe doit s'ouvrir.

Les rhododendrons offrent cinq faisceaux également situés dans les sutures.

Le *cobæa* en présente six, dont trois dans les sutures et trois au milieu des valves.

Lorsqu'un ovaire surmonté d'un style, n'adhère point au calice, les faisceaux qui nourrissent ses parois s'arrêtent brusquement à la base du style : c'est ce qui a lieu dans beaucoup de liliacées, dans le rhododendron, dans le *cobæa*, etc.

Lorsqu'au contraire, le calice fait corps avec le pistil, les faisceaux des parois de l'ovaire pénètrent dans le style et gagnent le stigmate. On observe cette organisation dans le narcisse, la campanulle dorée, etc.

Les vaisseaux qui se rendent vers les ovaires forment souvent autant de faisceaux distincts qu'il y a de placentas.

Dans l'anagallis il n'y a qu'un faisceau en gerbe.

Dans les crucifères il y a deux faisceaux.

Dans les liliacées il y a trois faisceaux divisés chacun en deux branches; et lorsque les péricarpes de ces monocotylédons s'ouvrent, les trois valves, dont les parties rentrantes formoient les cloisons, venant à se séparer, les deux branches de chaque faisceau se séparent aussi et restent fixées sur chaque valve. De là vient que dans

les fruits ouverts des liliacées on ne retrouve ordinairement aucune trace des placentas centraux, et que les graines sont attachées aux deux côtés de chacune des valves.

Dans la saxifrage à feuilles épaisses il y a quatre faisceaux qui se ramifient comme la tige d'un arbre, et j'observe à ce sujet, qu'il existe réellement quatre placentas dans l'ovaire de cette plante.

Dans le rhododendron il y a cinq faisceaux, etc.

Les faisceaux produisent autant de cordons ombilicaux qu'il y a d'ovaires.

Quelquefois il n'y a qu'un faisceau pour plusieurs placentas réunis; mais ce faisceau jette des ramifications qui répondent à chaque placenta.

Cette organisation se présente d'une manière singulière dans le *cobæa*. Un tronc central de vaisseaux monte vers le sommet de l'ovaire; dans sa route il produit des ramifications qui descendent vers la base de la fleur et jettent de distance en distance des cordons ombilicaux.

Toujours quelques ramifications des vaisseaux du placenta s'élèvent jusqu'au stigmate, comme l'a fort bien observé le savant M. Correa. J'ai publié la même observation à une époque où les recherches anatomiques de ce naturaliste étoient encore ignorées en France, et maintenant, je vais la mettre dans un plus grand jour, en y joignant les faits que j'ai récemment découverts.

Chaque placenta envoie un faisceau de tubes dans le style: il ne sauroit donc exister moins de faisceaux qu'il n'y a de placentas; mais il n'est pas rare qu'il y en ait davan-

tage, parce que, comme je l'observois tout-à-l'heure, les vaisseaux des parois de l'ovaire parviennent jusqu'au stigmate lorsque l'enveloppe florale adhère au pistil. C'est pourquoi il y a dix faisceaux dans la campanule dorée, quoique cette plante n'ait que cinq placentas.

Un style qui contient plusieurs faisceaux est à la rigueur, une réunion de styles sous un même épiderme.

Beaucoup de céréales qui passent pour avoir deux styles, et qui cependant n'ont jamais qu'une graine, semblent faire exception à la règle générale; mais que l'on suive jusqu'à l'embryon ces prétendus styles, on verra qu'ils ne sont que les divisions d'un seul et même faisceau plongé dans le tissu de l'ovaire.

Ordinairement les faisceaux montent vers le stigmate par la route la plus courte; mais dans l'anagallis, comme la plante n'a de communication avec le style que par les parois de l'ovaire, attendu que le placenta est libre à sa partie supérieure, le faisceau se partage en cinq branches qui, pénétrant dans l'épaisseur des parois de l'ovaire, vont se réunir à son sommet, au point où naît le style, et s'élèvent en un seul corps jusqu'au stigmate.

Sans doute ces vaisseaux sont les conducteurs de l'*aura seminalis* contenu d'abord dans le pollen; mais il n'en faut pas conclure que l'orifice de leurs tubes aboutisse immédiatement sous l'épiderme du stigmate. Ces vaisseaux se perdent dans le tissu cellulaire, et l'œil, aidé des verres les plus forts, n'en peut suivre les derniers rameaux. Ainsi l'observateur est arrêté dès les

premiers pas, et le phénomène de la fécondation demeure environné de ténèbres.

Le stigmate est formé par un tissu cellulaire plus ou moins fin; sa superficie est mamelonnée dans le rhododendron, l'azaléa, les bruyères; elle est couverte de papilles dans l'impériale, la jacinthe, l'aloës, le narcisse, le *cobœa*.

Le nombre des mamelons est ordinairement égal au nombre des faisceaux qui naissent des placentas : d'où il suit que lorsque la surabondance de nourriture, ou peut-être d'autres causes qui jusqu'à présent ne sont pas connues du naturaliste, multiplient les placentas, les faisceaux et les mamelons se multiplient également.

L'extrémité supérieure de chaque faisceau va se perdre dans un des mamelons.

Lorsque les fleurs sont dans leur premier développement aucun style n'offre de canal central, et l'épiderme du stigmate est parfaitement continu; mais en se développant davantage, ces organes se perforent très-communément, parce que le tissu cellulaire du centre se déchire. Cette espèce de lacune devient souvent un canal excrétoire dont l'usage semble être de débarrasser le pistil des fluides surabondans, jusqu'au moment où les ovules attirent à eux tous les sucs qui se portent vers la fleur. Ce phénomène présente une certaine analogie avec ce que nous observons dans les femelles de plusieurs animaux: chez elles le sang afflue vers les organes générateurs, et, tant que la fécondation n'est pas opérée, il se répand au-dehors; mais, après la fécondation, le sang ne se perd plus, il va développer les fœtus.

Des glandes florales.

L'examen des glandes est peut-être le travail le plus important qu'il nous reste à faire sur l'organisation végétale. Jusqu'à présent on donne le nom de glandes à une multitude d'organes différens dont la nature et les fonctions sont inconnues.

L'organisation de corps glanduleux qui se trouvent dans plusieurs espèces de fleurs appartenant à des végétaux de familles distinctes, m'a suggéré quelques idées que je vais développer.

Il existe dans les fleurs, des glandes qui sont uniquement composées d'un tissu cellulaire très-fin, et d'autres glandes qui sont à la fois cellulaires et vasculaires.

Les premières n'ont point de communication directe avec les vaisseaux; elles sont en partie plongées dans le tissu cellulaire, et il nous seroit bien difficile de dire comment elles servent à élaborer les fluides, quoiqu'on ne puisse douter qu'elles ne remplissent ces fonctions, puisqu'elles rejettent souvent des sucs d'une nature particulière.

Les secondes servent évidemment à ralentir la marche des fluides et à les élaborer, en les faisant passer dans une multitude de filières contournées et recourbées en tout sens.

Pour rendre cela plus frappant je vais faire connoître les exemples que j'ai eus sous les yeux.

Premier exemple. *Saxifraga crassifolia.* Le fond du calice de la saxifrage à feuilles épaisses est recouvert

d'une lame glanduleuse, jaune, qui distille une liqueur sucrée; cette lame est cellulaire et d'un tissu d'une extrême finesse. Les vaisseaux qui entrent dans le calice, les étamines et les pétales passent dessous, à quelque distance, et sont séparés de la glande par un tissu cellulaire très-lâche.

Deuxième exemple. *Cheiranthus cheiri.* Dans la giroflée jaune les deux plus courtes étamines sont entourées à leur base d'un anneau vert et glanduleux; cet anneau est formé, comme la lame de la saxifrage, par un tissu cellulaire très-serré. Les vaisseaux des étamines passent au centre; ils sont environnés d'un tissu cellulaire plus lâche, et ils n'ont point de communication visible avec la glande.

Troisième exemple. *Fritillaria imperialis.* A la base de chaque division du périanthe de l'impériale on observe une petite fossette qui se remplit d'une liqueur un peu trouble. Cette liqueur a une odeur vireuse et une saveur semblable à celle de l'eau dans laquelle on auroit mis un peu d'ail et de sucre. La fossette est tapissée d'une lame glanduleuse et cellulaire, dont les membranes sont d'une grande transparence et d'une grande finesse. Dessous cette lame sont des trachées, qui viennent du pédoncule. Une partie passe fort près de la lame, et le reste passe un peu plus bas; mais l'un et l'autre plans de vaisseaux communiquent par des ramifications latérales. Le tissu cellulaire qui entoure les vaisseaux est extrêmement lâche.

J'ai recueilli une certaine quantité de la liqueur de

l'impériale, et M. Vauquelin a bien voulu en faire l'analyse. Cette liqueur est composée, d'après ce savant chimiste :

1°. De matière sucrée, qui en fait la plus grande partie après l'eau;

2°. De malate de chaux avec excès d'acide;

3°. D'une matière mucilagineuse;

4°. Du principe fermentatif (matière végéto-animale);

5°. De beaucoup d'eau.

Quatrième exemple. *Cobœa scandens*. Il existe à la base du pistil du *cobœa* un bourrelet épais, blanchâtre, ayant cinq replis très-marqués. Tous les vaisseaux dont la destination est de nourrir et de développer l'ovaire et les embryons qu'il contient, plongent dans ce bourrelet, s'y divisent, s'y ramifient, y décrivent une multitude de courbes, reviennent sur leurs pas et montent enfin dans l'ovaire.

Sous la main de l'homme, la taille des arbres, la torsion des branches, la coupe annulaire de l'écorce, en rallentissant la marche de la sève, contribuent au développement des fruits : Ne seroit-ce pas pour arriver au même but que la nature a placé une glande vasculaire à la base du pistil du *cobœa*?

RÉSUMÉ.

Ce chapitre a pour objet de rappeler les principaux faits contenus dans les observations précédentes, et de montrer comment le nombre et la disposition des parties, peuvent nous fournir les moyens d'établir un système d'anatomie comparée.

1°. On doit examiner avec soin l'organisation du pédoncule vers l'endroit où il s'unit à la fleur. Les faisceaux de tubes s'y placent dans un ordre déterminé par la nature et la situation des organes auxquels ils donnent naissance. Tout porte à croire que les espèces d'un même genre ou d'une même famille offriront des caractères peu différens.

2°. Les faisceaux qui pénètrent dans le calice et la corolle n'ont pas toujours une même origine dans les différentes espèces : il faut examiner leur situation relative, et déterminer d'une manière précise, les vaisseaux qui les composent. Jusqu'à présent l'anatomie et la physiologie ne nous fournissent aucun caractère pour distinguer ces deux enveloppes florales.

3°. Les faisceaux des étamines diffèrent surtout par leur attache. L'anatomie comparée peut seule donner une idée nette de la situation des étamines. Il importe donc aux progrès de la botanique que ces caractères soient connus, et que l'on fixe d'une manière rigoureuse, l'influence qu'ils doivent avoir dans la formation des familles. On a vu précédemment que la loi des insertions, établie par l'un de nos plus célèbres botanistes, n'est pas d'une application aussi rigoureuse qu'il l'avoit pensé d'abord.

4°. Il n'est pas facile d'apercevoir les ressorts délicats qui font mouvoir et ouvrir les anthères; mais ces organes sont d'une si grande importance, et leur forme est si variée, qu'on ne sauroit les examiner avec trop de soin. La nature du tissu qui compose les lames con-

tractiles latérales et dorsales, mérite d'être connue : les premières font ouvrir les valves, les secondes recourbent les anthères en arrière.

5°. Les faisceaux des parois de l'ovaire fournissent des caractères très-multipliés ; leur absence ou leur présence, leur insertion, leur nombre, leur direction, les usages variés auxquels ils servent, présentent un ample sujet d'observations.

6°. Les faisceaux des placentas qui distribuent les sucs nourriciers aux ovules, offrent des considérations aussi nombreuses que les faisceaux des parois de l'ovaire.

7°. On doit étudier avec une attention toute particulière les conducteurs de l'*aura seminalis*. Leur nombre, qui indique celui des placentas et celui des styles ; leur direction, qui montre celle dans laquelle s'exerce la puissance fécondante, sont, ce semble, de précieux caractères d'anatomie comparée. En suivant la marche des conducteurs dans le *limodorum tancarvillæ*, j'ai reconnu que le stigmate étoit situé immédiatement au-dessous de l'anthère. On peut, par un travail anatomique semblable, déterminer avec rigueur la situation du stigmate dans quelque fleur que ce soit.

8°. Il faut reconnoître si les stigmates sont papillaires ou mamelonnés.

9°. L'existence d'un canal excrétoire dans le pistil est un caractère à noter avec d'autant plus de soin que nous y découvrons une sorte d'analogie avec ce qui a lieu dans certaines espèces du règne animal.

10°. Enfin il faut examiner si les organes qui com-

posent la fleur sont ou ne sont pas accompagnés de glandes. Les glandes sont simples ou composées : simples, quand elles sont formées uniquement de tissu cellulaire ; composées, lorsqu'elles offrent du tissu cellulaire et des vaisseaux. L'anatomiste trouvera peut-être dans les espèces d'une même famille, des glandes semblables ; il examinera soigneusement la place qu'elles occupent, et tâchera de découvrir leur véritable destination.

Une connoissance plus parfaite de l'anatomie de la fleur multipliera sans doute les moyens de comparaison, et l'histoire naturelle des végétaux, considérée sous ce nouveau point de vue, offrira au zèle des observateurs une carrière à la fois plus vaste et plus philosophique.

Les observations que j'ai faites jusqu'à ce jour me portent à croire qu'il est possible d'établir un système d'anatomie comparée des végétaux. Cette idée paroîtra peut-être hasardée ; mais, quoi qu'il en soit, comme les recherches que l'on feroit pour la confirmer ou la détruire contribueroient singulièrement aux progrès de la physiologie végétale, et porteroit bientôt les familles naturelles au degré de perfection dont elles sont susceptibles, il est à desirer que les naturalistes ne la laissent pas tomber dans l'oubli.

NOTE

SERVANT DE SUPPLÉMENT A CE MÉMOIRE.

Application des principes établis précédemment.

RIEN ne jeteroit plus de lumière sur la question que je viens de traiter qu'une anatomie détaillée des principales espèces d'une famille naturelle. On y verroit sans doute que certains caractères intérieurs sont permanens, malgré les variations qu'éprouvent les formes extérieures; mais je n'ai pu jusqu'à ce jour, réunir un assez grand nombre de faits pour entreprendre ce travail. A son défaut je vais citer quelques exemples qui, bien que pris au hasard, viennent à l'appui des principes développés dans mon mémoire.

Le *limodorum tancarvillæ* est, comme savent les botanistes, une plante de la famille des orchis. Au premier coup d'œil elle paroît absolument différente des liliacées; et en effet la situation des trois faisceaux des placentas, logés dans l'épaisseur des parois de l'ovaire, et la forme de l'anthère fixée au sommet du corps charnu placé au centre de la fleur, peuvent d'abord éloigner toute idée de rapprochement : mais il est d'autres caractères qui

prouvent que le *limodorum* doit prendre place dans les familles naturelles, à peu de distance des narcisses et autres liliacées dont l'enveloppe florale adhère à l'ovaire.

Il offre, de même que le narcisse, trois faisceaux de tubes dont les fonctions consistent particulièrement à nourrir et développer l'ovaire; il offre aussi trois conducteurs. Ces six faisceaux s'élèvent dans le corps charnu central, qui est un véritable style; leur extrémité supérieure aboutit au bord d'une petite cavité située immédiatement au-dessous de l'anthère. Cette cavité qui contient une liqueur particulière, est évidemment un canal excrétoire, et sur le bord est le stigmate; car le stigmate est toujours situé à l'extrémité supérieure des conducteurs. Cette règle ne peut souffrir d'exception.

Il suffit maintenant de jeter les yeux sur mon anatomie du narcisse, pour reconnoître que le limodorum a les plus grands rapports d'organisation avec lui.

Je passe à d'autres exemples pris dans la famille des graminées. Les fleurs de cette famille se rapprochent des liliacées hypogynes par la situation des faisceaux des étamines, mais elles s'en éloignent surtout par l'organisation du pistil. Le blé, l'orge, l'avoine, le seigle ne présentent aucune trace de vaisseaux dans les parois de l'ovaire: elle est formée par une simple pellicule que l'on observe aussi dans le maïs. Il n'y a qu'un faisceau du placenta; il se confond avec le cordon ombilical; il produit un conducteur, lequel se partage en deux branches à peu de distance de son point de

départ. Ces deux branches forment les deux divisions du stigmate.

S'il est permis de tirer de ces faits des règles générales pour la classification des familles, nul doute que les graminées ne soient beaucoup plus éloignées des liliacées que le *limodorum* et les autres orchidées ; car les différences qui séparent cette dernière famille des liliacées, sont moins nombreuses et moins importantes que celles qui en éloignent les graminées.

EXPLICATION DES FIGURES.

1 Fig. Coupe verticale de la fleur du *Cobœa scandens*, Cav.

A. Vaisseau du pédoncule. Ce sont des trachées environnées d'un tissu *a*, fin, alongé, transparent, origines de ces longues cellules qui ressemblent à de petits tubes parallèles et dont la réunion forme le bois. Ce tissu, dans l'état où il est représenté ici, est susceptible de développement. Sa présence même indique que la croissance de la partie où il se trouve n'est pas entièrement terminée.

Observations. On voit que les trachées environnent la moelle, comme il arrive toujours, selon M. Mirbel, dans les plantes à deux cotylédons.

Cette opinion n'a cependant pas été adoptée par tous les physiciens. Quelques-uns ont prétendu que dans l'écorce de très-jeunes branches on observoit souvent des trachées; mais M. Mirbel répond que lorsque le diamètre d'une branche n'a pas plus d'un à trois millimètres, il est impossible de distinguer, sans une anatomie très-difficile et très-délicate, la situation relative des parties, et que, quant à lui, à l'aide du microscope, il a trouvé constamment les trachées autour de la moelle, quels que fussent d'ailleurs l'âge et la grosseur des branches.

En effet, tous les dessins qu'il a fait paroître confirment cette assertion.

B. Naissance du calice. On voit qu'il contient beaucoup de trachées. C'est ce qui a lieu dans tous les calices dont la contexture ressemble à celle des feuilles, ou qui sont épais et charnus. Ainsi l'on ne peut dire, comme l'ont avancé quelques auteurs, que cet organe ne contient jamais de vaisseaux à lame roulée en hélice, et que c'est le caractère propre qui le distingue de la corolle. M. Mirbel donne le nom de *vaisseaux caliciniens* aux tubes qui pénètrent dans le calice.

C. Naissance de la corolle. On y trouve des trachées de même que dans le calice. M. Mirbel nomme *vaisseaux corolliens* ceux qui parcourent cet organe. Il est à remarquer ici que les trachées de la corolle tirent leur origine de celles du calice. On distingue quelques ramifications des dernières qui se courbent en plusieurs sens et pénètrent dans la corolle. A la base de celle-ci est un tissu cellulaire obscur désigné par la lettre *c*. Ce tissu est rempli par la matière verte qui se montre toujours dans les parties herbacées des plantes. Cette matière se forme à mesure que la fleur vieillit, et elle finit par interrompre la communication des vaisseaux de la fleur avec ceux de la corolle; ce qui amène la chute de cette enveloppe. L'auteur du mémoire a fait cette observation sur le *Cobœa;* mais il ignore si la même chose a lieu dans les autres plantes.

D. Vaisseau du réceptacle. Au sommet du pédoncule, les vaisseaux s'écartent et se partagent en un certain nombre de faisceaux qui vont se rendre dans les différentes parties de la fleur. Cette divergence des vaisseaux occasionne un renflement extérieur que les botanistes désignent sous le nom de *réceptacle.*

E. Corps charnu, ferme, blanchâtre, formant un anneau à cinq replis et environnant la base de l'ovaire. Il offre à l'anatomiste un tissu cellulaire très-fin, dans lequel se rendent, par cinq ouvertures inférieures, tous les vaisseaux destinés pour l'ovaire. Les vaisseaux se courbent et se ramifient de mille manières dans ce

tissu. Ce sont de petits tubes coupés dans leur longueur par une multitude de fentes; mais l'auteur ne peut dire s'ils se déroulent.

Obs. En considérant la situation du corps charnu et son organisation interne, on ne peut guère se refuser à l'idée que c'est un corps glanduleux dans lequel s'élaborent certains fluides qui doivent nourrir l'ovaire. Il y auroit donc dans les plantes des glandes analogues à celles des animaux, et ce fait, soupçonné depuis long-temps, deviendroit évident par la découverte de l'auteur. Il nomme ces glandes *vasculaires*. Nous verrons tout à l'heure qu'il désigne sous le nom de glandes *cellulaires* d'autres corps dans lesquels il n'a pu apercevoir de vaisseaux.

F. Ovaire fendu verticalement dans toute sa longueur. A droite est une cloison *f* dont l'organisation interne est à découvert; à gauche est une loge remplie d'ovules qui commencent à se développer; au milieu est le placenta, qui jette des ramifications vers les ovules.

G. Vaisseaux que l'auteur nomme *placentaires*. Ils sont très-remarquables ici; ils s'élèvent de la base en un seul faisceau, et jettent de distance en distance des ramifications, lesquelles redescendent vers le point de départ. Chemin faisant elles produisent les cordons ombilicaux auxquels sont suspendus les ovules.

Les prolongemens supérieurs des placentaires montent dans le style et forment les conducteurs dont il sera parlé plus bas.

Les placentaires du *Cobœa* sont composés en grande partie de trachées que l'auteur est parvenu quelquefois à dérouler.

H. Naissance du style.

J. Vaisseaux qui servent au développement et à la nutrition de l'ovaire. Ce sont les *péricarpiens*. Ils doivent leur origine aux vaisseaux du réceptacle, et vont s'attacher au sommet de l'ovaire, sur les conducteurs.

K. Prolongement des placentaires dans le style L'auteur les considère comme les vaisseaux qui servent immédiatement à la fécondation, et il les nomme par cette raison *conducteurs de l'aura seminalis*. Les conducteurs sont, dans le *Cobœa*, au nombre de trois, nombre égal à celui des placentas et des stigmates. Ils partent du sommet des placentaires et vont se rendre dans les stigmates. Ce sont des trachées que l'on peut facilement dérouler.

I. Base du *canal excrétoire*. L'auteur nomme canal excrétoire une cavité qui se forme souvent dans l'intérieur des styles pourvus de plusieurs conducteurs. Cette cavité n'existe point dans les styles très-jeunes; mais, quand ils ont pris quelque développement, il s'opère un déchirement interne du tissu membraneux, et de là cette cavité comparée à tort, par quelques auteurs, à la vulve des animaux. Ce déchirement interne, dans les styles qui ont plusieurs conducteurs, vient à l'appui du sentiment de M. Mirbel, qui regarde chaque conducteur comme un style particulier, et la réunion des conducteurs comme plusieurs styles environnés d'un seul épiderme.

M. Ovules dans leurs premiers développemens. Le centre de chaque ovule contient la liqueur que l'auteur a décrite sous le nom de *cambium* (1). Le reste de la cavité est rempli par un tissu cellulaire très-fin et transparent.

Fig. 2. Coupe véritable du pistil du blé.

A. Place de l'embryon.

B. Conducteur de l'*aura seminalis*.

C. Prolongement du conducteur, qui se divise en deux branches à peu de distance de son origine.

D. Naissance des stigmates.

E. Situation du tissu cellulaire dans les cavités duquel doit se déposer peu à peu la substance amilacée qui constitue l'albumen.

Obs. L'auteur avance que les conducteurs de l'*aura*

---

(1) Voyez le mémoire de M. Mirbel sur les *Fluides contenus dans les végétaux*, *Exposition de la théorie de l'organisation végétale*. Paris, 1809.

seminalis ne peuvent, dans une fleur donnée, être plus nombreux que les placentas. En ne considérant les graminées qu'à l'extérieur, on doit penser qu'il se trompe; car l'ovaire de ces plantes offre souvent deux stigmates divergens et parfaitement distincts, bien que cet ovaire ne contienne qu'une graine.

Il sembleroit que M. Mirbel ne pourroit justifier cette anomalie apparente qu'en démontrant que l'ovaire a réellement deux placentas, et par conséquent au moins deux graines, mais que dans le développement un placenta et une graine avortent : or il lui seroit bien difficile de prouver un pareil fait, et la nature lui fournit un moyen plus simple pour appuyer son opinion.

Le blé, l'orge, l'avoine et les autres graminées pourvues de deux stigmates, n'ont réellement, comme on le voit par l'anatomie, qu'un conducteur; mais ce conducteur se partage en deux branches, et chacune se rend vers un stigmate. Ainsi les graminées, loin d'être en opposition avec la règle générale, ne font que la confirmer.

Fig. 3. Sommet du style de l'*Anagallis* coupé verticalement.

A. Conducteur.

B. Stigmate.

Fig. 4. Sommet du style de l'*Aletris capensis*, Lin. (*veltheimia viridifolia*, Jacq.) coupé verticalement.

A. Les trois conducteurs.

B. Stigmate.

Fig. 5, n° 1. Stigmate du Narcisse. Il est partagé en trois lobes papillaires, et chaque lobe correspond à un conducteur.

Fig. 5, n° 2. Coupe transversale du style du Narcisse. Il est triangu-

laire; à chaque angle est situé un conducteur *A*. Entre les angles en *B* passe un faisceau de tubes qui n'est autre chose que le prolongement des vaisseaux des parois de l'ovaire. L'auteur nomme tous les prolongemens de cette nature de *faux conducteurs*, parce qu'ils ressemblent aux conducteurs par leur situation dans le style, mais qu'ils aboutissent inférieurement aux vaisseaux des parois de l'ovaire, et non aux placentas, comme les véritables conducteurs.

Fig. 6, n° 1. Stigmate de l'*Azalea pontica*, vu en dessous. Il offre cinq mamelons, au milieu desquels on aperçoit l'ouverture du canal excrétoire.

Fig. 6, n° 2. Le même stigmate, vu de profil.

Fig. 6, n° 3. Coupe transversale du style.

Fig. 6, n° 4. La même coupe considérablement grossie. Elle présente cinq angles, et à chaque angle un conducteur. Au centre on voit l'ouverture du canal excrétoire.

Fig. 7, n° 1. Coupe verticale de la fleur du *Saxifraga crassifolia*.

A. Vaisseaux du pédoncule.

B. Vaisseaux du réceptacle.

C. Caliciniens.

D. Corolliens.

E. *Staminiens*. C'est ainsi que l'auteur nomme les vaisseaux des étamines. Il est bon de remarquer qu'ils prennent naissance sur les caliciniens, et non sur les corolliens; ainsi les étamines sont *hypogynes* et non *périgynes*. M. Mirbel observe à ce sujet que le système des *insertions* est souvent en opposition avec les faits tirés de l'anatomie végétale, d'où il conclut que ce système doit être considéré comme artificiel.

F. *Glandes cellulaires* formées par un tissu très-fin. Elles distillent un suc mielleux. Elles n'ont, comme on voit, aucune communication directe avec les vaisseaux. Ceux-ci passent à quelque distance au-dessous.

G. L'intervalle *G* est rempli par un tissu cellulaire lâche, dont les membranes très-foibles sont déchirées en beaucoup d'endroits.

Plusieurs observations font soupçonner que les glandes vasculaires sont *élaboratoires* et les cellulaires *excrétoires*. Mais pour confirmer cette opinion il faut de nouveaux faits.

H. Péricarpiens. Ils s'élèvent jusqu'aux stigmates, et il semble d'abord que ce soit une exception à la loi qui veut que dans les plantes dont le calice n'adhère pas à l'ovaire, les péricarpiens s'arrêtent brusquement à la naissance des styles; mais ce n'est point une exception : car dans cette saxifrage il n'y a pas de style, et l'on voit par l'anatomie que l'ovaire se prolonge jusqu'aux stigmates.

J. Placentaires rameux. Dans la coupe transversale que l'auteur a dessinée, mais dont nous ne donnons pas ici la figure, on reconnoît qu'il y a quatre placentas, et que le placentaire est divisé en quatre troncs principaux.

K. Conducteurs. Ils sont au nombre de quatre, comme on peut le voir dans la figure 7, n° 2, lettre *K*. Cette figure offre la coupe transversale de l'ovaire au voisinage du stigmate Les points *H* indiquent les péricarpiens.

L. Stigmate.

M. Ovules.

Fig. 8. Ovaire du haricot, coupé verticalement.

A. Placentaire.

B. Péricarpien.

C. Stigmates.

D. Ovules.

E. L'auteur a voulu représenter en *E* l'état de l'intérieur de l'ovaire dans ses premiers développemens. Toute la cavité est alors remplie d'une espèce de glaire dont les ovules ne se distinguent pas d'abord. A mesure que les ovules deviennent apparens et que la loge se dilate, la glaire disparoît. Cette glaire est évidemment le *cambium* dont il est fait mention dans le mémoire de M. Mirbel *sur les différens fluides des végétaux*, page 308 de *l'Exposition de la théorie de l'organisation végétale*.

Fig. 9. Coupe verticale de la fleur de l'*Aletris capensis*, Lin. (*veltheimia viridifolia*, Jacq.)

A. Vaisseaux du pédoncule.

B. Vaisseaux du réceptacle.

C. Vaisseaux de l'enveloppe florale que M. de Jussieu regarde comme un calice.

D. Placentaires.

E. On voit en *E* comment, par des ramifications latérales, plusieurs placentaires peuvent communiquer les uns avec les autres; ce qui vient à l'appui de l'opinion de ceux qui ont avancé que le contact du pollen avec un seul stigmate suffisoit pour féconder toutes les graines d'un ovaire à plusieurs placentas et même à plusieurs loges.

F. Cordons ombilicaux.

G. Ovule. Il se développe de même que le haricot et le grain de blé.

H. Péricarpiens.

J. Naissance des conducteurs.

L. Tissu cellulaire formant l'une des cloisons de l'ovaire.

Fig. 10. Coupe transversale du pédoncule de la fleur de l'*Aloes fruticosa*.

Fig. 11. Coupe transversale du pédoncule de la fleur du *Hyacinthus orientalis*.

Fig. 12. Coupe transversale du pédoncule de la fleur de l'*Aletris capensis*, Lin.

Fig. 12. Coupe transversale du pédoncule de la fleur du *Cheiranthus cheiri*, Lin.

On voit que la distribution des vaisseaux diffère beaucoup dans ces pédoncules.

Fig. 14. Anthère de l'*Aletris capensis*, Lin., coupée transversalement et dont on voit la moitié inférieure d'un lobe.

A. B. Cette moitié *A* est partagée en deux loges par le rentrement *B* des valves du lobe.

C. Tissu cellulaire susceptible de contraction par le desséchement.

D. Tissu cellulaire lâche, placé à la superficie de l'anthère.

E. Filet qui porte l'anthère.

Obs. L'auteur du mémoire n'a pas toujours pu s'as-

surer que certains vaisseaux qui avoient l'apparence de trachées, en étoient réellement.

On conçoit combien il est difficile d'acquérir cette certitude dans une anatomie aussi délicate et aussi pénible. Mais M. Mirbel ne pense pas qu'il soit très-utile aux progrès de la physiologie végétale de distinguer rigoureusement, dans tous les cas, les trachées des fausses-trachées; il va plus loin : il croit que les tubes poreux, les fausses-trachées et les trachées ne sont qu'une modification d'un même genre de vaisseaux et que leurs fonctions sont les mêmes.

Il n'est pas d'accord sur ce point avec plusieurs naturalistes allemands qui ne veulent pas reconnoître l'existence des tubes poreux, et qui affirment que ce que M. Mirbel considère comme des pores, ne sont que de petites éminences semées sur les membranes.

M. Mirbel répond qu'il ne nie point l'existence des éminences dont il s'agit, qu'il en fait mention, puisqu'il dit expressément *que chaque pore est environné d'un petit bourrelet saillant;* qu'à l'aide de fortes lentilles du microscope de Dellebarre, on peut voir distinctement un pore situé au centre de chaque bourrelet (1), et qu'enfin le raisonnement et l'analogie confirment l'observation; car, ajoute-t-il, on remarque dans des situations semblables les trachées, les fausses-trachées et les tubes poreux, ce qui doit faire présumer que ces tubes

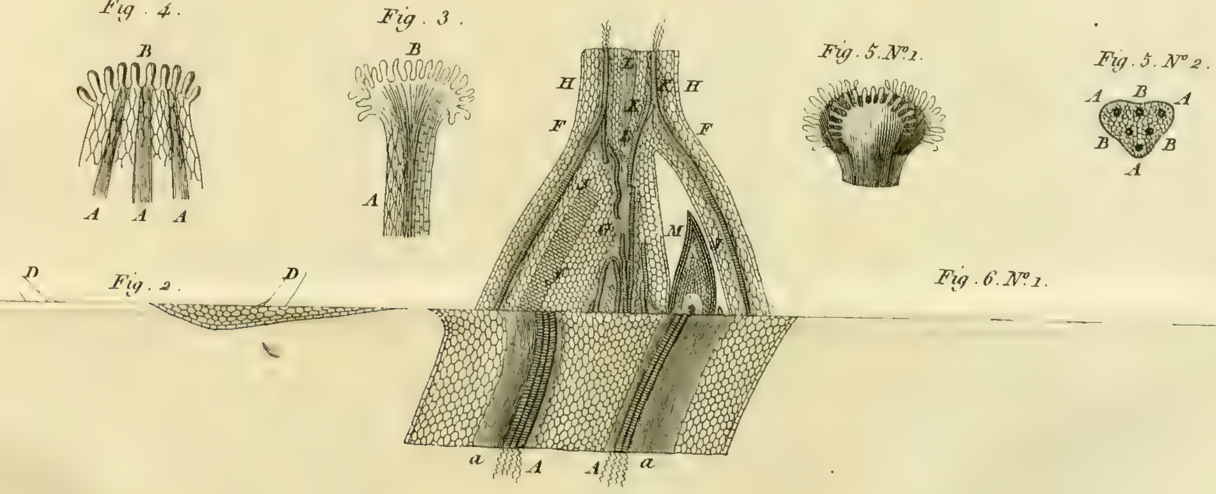
(1) Voyez ce que l'auteur a écrit sur ce sujet, t. I, p. 364, 365 et 366 de son *Traité d'anatomie et de physiologie végétales.*

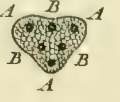
ont la même destination. Tous les végétaux parfaits soumis à l'observation microscopique offrent au moins une de ces espèces de tubes; les trachées et les fausses-trachées sont souvent garnies de bourrelets semblables à ceux des tubes poreux. On voit entre ces vaisseaux des nuances intermédiaires qui semblent prouver que la nature n'a pas établi entre eux de différences majeures: ainsi les fausses-trachées ont quelquefois des fentes si prolongées que l'on peut à peine les distinguer des trachées; d'autres fois la distinction est plus facile à saisir, parce que les ouvertures sont moins prolongées; d'autres fois encore les fentes sont si petites que les vaisseaux qui en sont pourvus forment la nuance entre les fausses-trachées et les tubes poreux proprement dits; enfin les pores de ces dernières ne sont perceptibles qu'à l'aide des plus forts microscopes. Le même vaisseau, dit encore M. Mirbel, présente souvent, dans un très-court espace, les spires des trachées, les fentes des fausses-trachées et les pores des tubes poreux (1), en sorte qu'il est impossible de ne pas apercevoir le lien commun qui unit ces trois espèces de tubes. Il conclut de tout ceci qu'on ne sauroit révoquer en doute l'existence des tubes poreux (2).

---

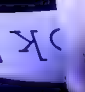
(1) Voyez *Traité d'anatomie et de physiologie végétales*, t. I, p. 369.

(2) La réfutation des objections des physiologistes allemands contre la théorie de M. Mirbel, est contenue dans *l'Exposition de la théorie de l'organisation végétale, servant de réponse aux questions proposées en* 1804, *par la Société Royale de Gottingue.* Paris, 1809.





ANATOMIE DE LA FLEUR PL. I.



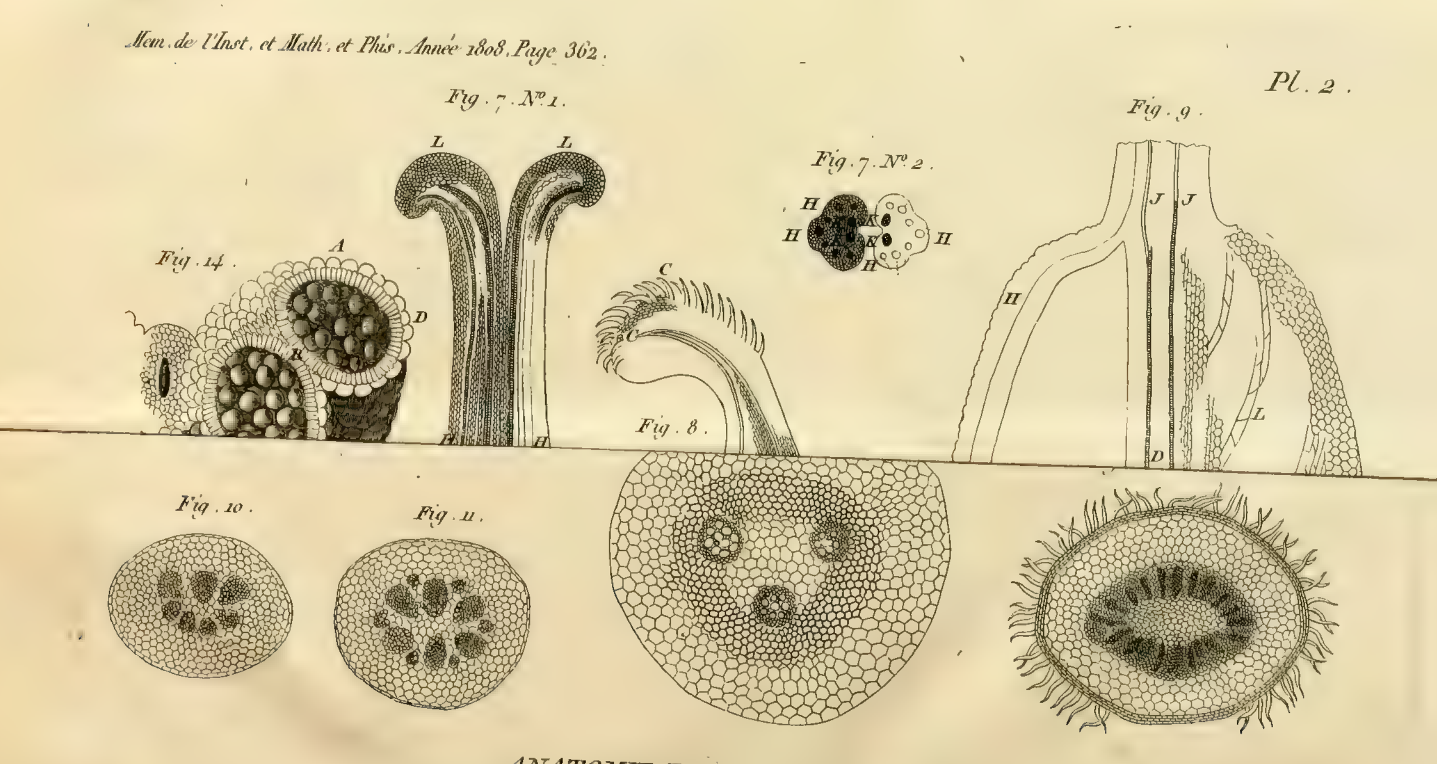
Mém. de l'Inst. et Math. et Phys. Année 1808 Page 362

Pl. I



ANATOMIE DE LA FLEUR Pl. I

Mem. de l'Inst. et Math. et Phis. Année 1808, Page 362.



ANATOMIE DE LA FLEUR. PL. II.

Mém. de l'Inst. et Math. et Phys. Année 1808 Page 302

Pl. 2.



ANATOMIE DE LA FLEUR. PL. II.

SUPPLÉMENT

AU MÉMOIRE

Sur la théorie générale de la variation des constantes arbitraires, dans tous les problèmes de la mécanique (1),

Par J.-L. LAGRANGE.

L'OBJET de ce supplément est de montrer comment la formule du n° 35, qui renferme toute la théorie de la variation des constantes arbitraires, et à laquelle je ne suis arrivé que par une analyse longue et compliquée, peut se déduire immédiatement des équations primitives du n° 8.

En conservant toujours la caractéristique δ pour dénoter les différentielles provenantes uniquement de la variation des constantes arbitraires, il est facile de voir que ces équations peuvent se mettre sous cette forme plus simple :

$$\frac{d\Omega}{dr}\,dt = \delta.\,\frac{dR}{dr'}$$
$$\frac{d\Omega}{ds}\,dt = \delta.\,\frac{dR}{ds'}$$
$$\frac{d\Omega}{du}\,dt = \delta.\,\frac{dR}{du'}$$

dont celles du n° 8 ne sont que le développement.

(1) Voyez ci-dessus la page 257.

De là, en regardant r, s, u comme fonctions de a, on tire tout de suite

$$\frac{d\Omega}{da}\,dt = \frac{dr}{da}\,\delta.\,\frac{dR}{dr'} + \frac{ds}{da}\,\delta.\,\frac{dR}{ds'} + \frac{du}{da}\,\delta.\,\frac{dR}{du'}$$

et à cause de $\delta r = 0$, $\delta s = 0$, $\delta u = 0$ on a aussi

$$\frac{d\Omega}{da}\,dt = \frac{dr}{da}\,\delta.\,\frac{dR}{dr'} + \frac{ds}{da}\,\delta.\,\frac{dR}{ds'} + \frac{du}{da}\,\delta.\,\frac{dR}{du'} - \frac{d.\,\frac{dR}{dr'}}{da}\,\delta r - \frac{d.\,\frac{dR}{ds'}}{da}\,\delta s - \frac{d.\,\frac{dR}{du'}}{da}\,\delta u$$

où il n'y a plus qu'à changer R en T pour avoir la formule dont il s'agit.

Cette équation et celle du n° 34, par laquelle on voit que le second membre de l'équation précédente est toujours indépendant du temps t, sont le résultat de tout le mémoire, qui, présenté de cette manière, ne tiendroit que deux ou trois pages.

FIN DU PREMIER SEMESTRE.

MÉMOIRES
DE LA CLASSE
DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

ESSAI DE PYROMÉTRIE
OU
MÉMOIRE

Sur les divers moyens de déterminer les degrés de chaleur dans les plus hautes températures, les usages auxquels ils peuvent être appropriés, le degré de confiance qu'ils méritent et les avantages que présente à ce sujet le pyromètre de platine, soit pour les recherches physiques, soit dans les ateliers des arts,

Par M. Guyton de Morveau.

Lu le 18 janvier 1807.

Lorsque je présentai à la classe, le 26 floréal an XI, (16 mai 1803), le premier essai d'un pyromètre de pla-

tine (1), j'annonçai que j'avois entrepris une suite d'expériences pour établir la marche de cet instrument, le mettre en correspondance avec les échelles thermométriques, la comparer avec celle des pièces pyrométriques de Wedgwood ; pour diriger l'application de ces moyens et indiquer les meilleures formes à donner au nouveau pyromètre, la manière de s'en servir, et l'utilité que l'on pourroit en retirer dans les expériences physiques et dans les arts.

Il s'en faut beaucoup que les momens que j'ai pu consacrer à ce travail, m'aient permis d'en atteindre complètement le but ; mais le desir que plusieurs personnes m'ont témoigné de connoître les améliorations que j'ai faites au nouveau pyromètre depuis sa première construction, et par lesquelles je suis parvenu à rendre sensible un changement de dimensions d'un 13655e d'une barre métallique de 50 millimètres ; les observations que j'ai déjà recueillies de son usage, pour en apprécier la valeur, et en faire exécuter sur les mêmes principes, me déterminent à en donner une nouvelle description, accompagnée de dessins qui puissent mettre les artistes qui l'entreprendront, à portée de le rendre comparable.

Il me paroît convenable cependant de faire précéder cette description de l'examen des divers moyens proposés jusqu'à ce jour pour remplir le même objet, et surtout de relever quelques erreurs répandues depuis quel-

---

(1) Voyez *Annales de chimie*, t. XLVI, p. 276.

que temps, et qui se répètent dans plusieurs ouvrages, sur celui de ces moyens dont l'usage est le plus commun, qui pourra être le plus commode, et parconséquent le plus utile, lorsqu'on saura à quoi s'en tenir sur l'exactitude dont il est susceptible.

PREMIÈRE PARTIE.

Précis des travaux entrepris pour déterminer les degrés de chaleur les plus élevés, par la dilatation des métaux.

On est assez généralement d'accord aujourd'hui de donner le nom de *pyromètre* aux instrumens destinés à indiquer les degrés de chaleur que les thermomètres ne peuvent supporter; ce qui devient nécessaire pour éviter la confusion, sans être obligé d'employer chaque fois une définition au lieu d'un nom.

I. *Newton* a donné une table des degrés de chaleur dans laquelle il a placé la limite de ces deux instrumens à la chaleur de l'étain fondu (1); ainsi, c'est avec son thermomètre à l'huile de lin, dont 10000 parties, à la glace fondante, occupoient l'espace de 10256 à la chaleur du corps humain, et de 10725 à la température de l'eau bouillante, qu'il a mesuré les degrés de chaleur intermédiaires indiqués par l'augmentation de volume de l'huile entre 10000 et 11516, terme auquel l'étain

(1) Opusc. XXI.

fondu commence à redevenir solide; d'où il a conclu qu'à ce terme correspondant au 72e degré de son échelle thermométrique (1), le rapport de dilatation étoit de 15 à 13.

Pour les degrés plus élevés, il les a déterminés par les progrès du refroidissement, en considérant la quantité de chaleur qu'une barre de fer rouge perd à chaque instant comme proportionnelle à l'excès de chaleur du fer dans cet instant sur celle de l'air environnant; de sorte que la chaleur que le corps chaud communique au corps froid contigu, est en progression géométrique, tandis que les temps sont en progression arithmétique. Ainsi, ayant retiré du feu la barre de fer avec des tenailles rougies au même point, il l'exposa à un courant d'air aussi uniforme que possible, il plaça sur cette barre des fragmens de divers métaux et autres corps fusibles; il observa les temps de refroidissement jusqu'à ce qu'ils eussent perdu leur fluidité, et que le fer fût revenu à la chaleur du corps humain; et il conclut de ces observations, les degrés de chaleur nécessaires à la fusion de ces matières.

II. *Muschembroeck* est le premier physicien qui ait proposé un instrument pour mesurer les hauts degrés de chaleur par la dilatation des corps solides. Celui qu'il a décrit dans ses additions aux expériences de l'académie *del Cimento* (2), pouvoit rendre sensibles des dilata-

---

(1) Cette échelle ne compte, comme l'on sait, que 34 degrés entre la glace fondante et l'eau bouillante.

(2) *Tentamina academ. Cim.* add. 11.

tions de $\frac{1}{12500}$e du pouce Rhénan, (c'est-à-dire $\frac{1}{4652}$e de centimètre). Mais pour obtenir ces résultats, il employoit des rateaux, des pignons, des engrenages, et comme il le dit lui-même, la liberté qu'on est obligé de laisser aux dents des roues, occasionne toujours quelque différence dans les expériences. D'autre part, les lampes à esprit de vin, dont il se servoit principalement pour produire la chaleur, étoient nécessairement sujettes à des variations d'intensité par plusieurs circonstances accidentelles, et surtout par leur position. Il avoit bien remarqué que les effets de la flamme d'une seule lampe sur les verges de différens métaux, n'étoient pas proportionnels à ceux qu'il produisoit avec deux, avec trois, etc., mais il en avoit conclu qu'il falloit n'en employer qu'une pour que les dilatations fussent en rapport avec celles produites par l'eau bouillante; et Bouguer a fait voir que pour obtenir ce rapport, il falloit au contraire multiplier assez les lampes pour distribuer la chaleur jusqu'aux extrémités des verges métalliques (1), tellement qu'une flamme appliquée par exemple au milieu d'une verge de fer d'un pied de longueur, ne donne pas une plus grande extension que si elle étoit réduite à de moindres dimensions; ce qui n'auroit pas lieu avec une verge d'argent de même longueur, ce métal ayant dans un bien plus haut degré la propriété de transmettre la chaleur. Si cette différence a échappé à un physicien aussi exact, c'est que les verges qu'il plaçoit dans son

(1) *Mém. de l'Acad. royale des sciences*, année 1745, p. 249.

pyromètre n'étoient que d'un demi pied Rhénan (5 p°. 9 lig. $\frac{1}{2}$, 15. 68 centimètres), de sorte que ses résultats pouvoient être moins affectés de cette différence.

Il paroît encore qu'il a été induit en erreur par quelque circonstance, lorsqu'il a établi en principe que les flammes mises près l'une de l'autre, agissant sur le milieu des verges métalliques, produisoient plus d'extension que lorsqu'elles étoient séparées. On conçoit aisément que lorsqu'il a appliqué deux flammes à un même point d'une verge d'étain, et trois flammes à un même point de verge de plomb, il a dû en résulter en cet endroit un commencement de fusion, mais cet effet est tout à fait étranger à la mesure de la dilatation proportionnelle à la longueur totale de la verge. Aussi son assertion est-elle formellement contredite par Bouguer, dont les expériences prouvent que des bougies placées près l'une de l'autre sous des verges métalliques d'un pied, produisent un moindre allongement que lorsqu'elles sont distribuées par intervalles (1).

On peut ajouter que la flamme n'étant portée que sur un des côtés du solide, cette disposition est peu favorable pour déterminer exactement la chaleur qu'il en reçoit. Muschembroeck a reconnu qu'à longueur égale, les corps minces étoient plus dilatés par la même quantité de feu; que les extensions de deux verges de plomb d'épaisseur différente étoient à peu-près en raison inverse des racines de leur grosseur; et qu'en leur don-

---

(1) *Mém. de l'Acad. royale des sciences*, année 1745, p. 246.

nant la même masse et des surfaces inégales, la même flamme produisoit plus d'effet, étant appliquée sur la plus large.

C'est par le moyen du même instrument que ce physicien a fait un grand nombre d'expériences pour observer, soit les dilatations produites dans des verges de métal chauffées à différens degrés, soit leur condensation jusqu'au retour à la température de la glace, et les temps de refroidissement. Dans les diverses manières de communiquer la chaleur, il n'a point négligé l'immersion dans des liquides qu'il entretenoit à une haute température, et principalement dans l'eau bouillante qui, avec le point de la congellation, donne, sans contredit, les deux termes les plus fixes. C'est dans cet intervalle qu'il a trouvé :

Que l'étain s'alongeoit de $\frac{1}{710}$ ou	0·0014085
—— Le laiton, de $\frac{1}{993}$ ou	0·0010070
—— Le cuivre, de $\frac{1}{1228}$ ou	0·0008143
—— L'acier, de $\frac{1}{1294}$ ou	0·0007728
—— Le fer, de $\frac{1}{1367}$ ou	0·0007315

Il est remarquable qu'il n'ait trouvé aucune différence dans les dilatations de l'étain et du plomb, malgré l'extrême sensibilité de son instrument ; ce que je serois tenté d'attribuer à ce que les verges métalliques qu'il soumettoit à ces expériences touchoient, par leurs extrémités, au vaisseau dans lequel il entretenoit l'ébullition ; et Bouguer s'est assuré qu'il résultoit de ce contact un écart constant de la température que le métal reçoit du liquide, lorsqu'il y est simplement suspendu.

L'huile de raves portée à l'ébullition, a donné au fer une extension à peu-près quadruple de celle qu'il avoit reçue dans l'eau bouillante.

L'étain et le plomb fondus, remplaçant dans la même caisse les liquides bouillans, le fer prit dans le premier un allongement de $\frac{14.8}{10000}$, et dans le second de $\frac{28.89}{10000}$; c'est-à-dire, deux fois plus par le plomb que par l'étain.

Le fer chauffé presque jusqu'au rouge par un feu de charbon, et transporté sur-le-champ dans le pyromètre, produisit un allongement de $\frac{36.8}{10000}$; mais l'auteur ne dissimule pas que cette expérience mérite peu de confiance, parce que la chaleur que le feu a dû communiquer à l'instrument, en a nécessairement changé les proportions. C'est ce dont on ne peut douter puisque, dans les mêmes circonstances, l'acier rougi sur les charbons, a perdu, par la condensation, $\frac{48.55}{10000}$, et le cuivre rougi de même $\frac{52.26}{10000}$.

On voit que Muschembroeck s'étoit, en effet, proposé de trouver les moyens de déterminer les degrés de chaleur les plus élevés; mais le docteur Martine, qui long-temps après s'est servi de ses expériences comme les plus exactes, pour asseoir sa théorie des progrès du refroidissement, déterminés par une courbe hyperbolique, est obligé de convenir que son pyromètre étant composé de roues et de pignons, il est impossible que le mouvement en soit parfaitement régulier (1). Il avoit néanmoins essayé de rapporter à l'échelle de Fah-

(1) *Medical and philosophical essays.* Londres, 1740, essai III, n° 8.

renheit quelques résultats des expériences de Newton et de Muschembroeck. Le fer rougi sur un feu de charbon, ayant été jugé par le premier avoir acquis une chaleur de 192 degrés de son thermomètre, il trouva, par une règle de proportion, que cette température répondoit à 1049 degrés de Fahrenheit. Le même calcul lui donna 1095 pour le terme correspondant de chaleur d'une verge de fer, qui avoit marqué, avant de rougir, un allongement de 364 degrés au pyromètre de Muschembroeck. Enfin la dilatation du cuivre chauffé au rouge, mesurée par le même instrument, de 392, se trouva en rapport au 1228e. de Fahrenheit. Nous verrons dans la suite combien ces estimations s'éloignent du vrai; l'auteur n'a pas dissimulé le peu de confiance qu'il leur accordoit, puisqu'il termine ce paragraphe en appelant à ce sujet de nouvelles expériences.

III. Après avoir fait connoître avec autant d'étendue le pyromètre du célèbre professeur de Leyde, j'indiquerai plus rapidement ceux qui ont été construits depuis sur les mêmes principes, avec de légers perfectionnemens, qui n'ont remédié que très-imparfaitement au jeu irrégulier des engrénages, qui n'ont pu surtout les rendre propres à devenir des instrumens usuels, capables d'indiquer les degrés de chaleur que les substances les plus réfractaires reçoivent dans l'intérieur même des fourneaux, avant leur déplacement.

Je suis d'autant mieux fondé à placer dans cette classe le nouveau pyromètre, que le même physicien

proposa, quelques années après, dans son cours de physique expérimentale (dont l'index recevoit aussi le mouvement par des rouages) qu'après avoir cherché à trouver quelque concordance entre ses observations et celles d'*Ellicot*, de *Bouguer*, de *George Juan* (1), il finit par soupçonner que les différences venoient moins de l'inexactitude des observations que des qualités diverses des métaux employés, des matières étrangères qu'ils pouvoient contenir, du plus ou moins d'écrouissement; de sorte que le même feu produisoit des degrés différens de dilatation dans les métaux de même nom, et qu'on n'obtiendroit jamais que des résultats singuliers, sans en pouvoir déduire des lois générales (2).

IV. *Désaguliers* avait annoncé l'intention de refaire les expériences de Muschembroeck (3). Il ne paroît pas qu'il ait donné suite à ce projet, de sorte que je n'ai à parler ici que de ses premiers essais avec le pyromètre du physicien de Leyde, qui l'avoient conduit à proscrire absolument les engrénages, à remplacer les pignons par des rouleaux d'acier limés grossièrement, sur lesquels des lames également polies étoient légèrement pressées par des ressorts, et à communiquer le

---

(1) Je parlerai bientôt des instrumens employés par les deux premiers; George Juan s'est borné à observer au Pérou les dilatations produites par la chaleur du soleil sur des solides de 3 pieds de longueur, à la température de 10 degrés de Réaumur. Les résultats de ses observations se trouveront dans la table qui terminera cette partie.

(2) Chap. XXVIII, n° 1530.

(3) *Cours de physique*, leçon V, note 2.

mouvement à l'index par une chaîne de montre, ou même par un crin passant dans la gorge d'une poulie.

Il a observé qu'au moyen de ces changemens, la seule approche de la main ou son éloignement des verges métalliques, faisoit immédiatement avancer ou rétrograder l'index; ce qui n'arrivoit que long-temps après avec les engrénages. Sur l'avis qu'il en donna à Muschembroeck, celui-ci lui écrivit que s'il n'avoit pas perdu son ouvrier, il auroit fait exécuter un nouveau pyromètre sans roues dentées.

V. Quoique les instrumens destinés principalement à la mesure de l'allongement des métaux, même à la chaleur d'une étuve, pour en tirer des règles de compensation du pendule, ne soient pas véritablement des pyromètres, dans le sens que nous attachons à ce mot, il ne sera pas inutile de rappeler en passant ceux qui ont été regardés comme les plus exacts; quand ce ne seroit que pour apprécier l'opinion assez généralement reçue qu'on peut en obtenir d'autant plus de précision, qu'ils ne mesurent que des degrés renfermés dans les limites des échelles thermométriques.

Parmi ceux qui s'en sont occupés avec le plus de succès, je citerai *Ellicot*, *Smeaton*, *Ferdinand Berthoud*, *le général Roi et De Luc*.

VI. Le premier avoit d'abord adopté pour ses expériences le pyromètre de Muschembroeck, mais il ne tarda pas à se convaincre que la complication de ses rouages en rendoit les résultats très-incertains; et

quoique le célèbre *Graham* se fût prononcé contre l'application du lévier à ces sortes d'instrumens, parce que la marche de deux lames de métal posées l'une sur l'autre, ne pouvoit se faire qu'irrégulièrement et par saut, il jugea cette méthode préférable ; il ne chercha pas même à éviter l'inconvénient du frottement des deux métaux qui fondoit l'objection.

Un levier horizontal s'appuyoit sur une des deux lames, près du centre de son mouvement ; à l'extrémité étoit une chaînette qui s'envidoit sur une très-petite poulie ; une poulie d'un plus grand diamètre, dans la gorge de laquelle passoit un fil chargé d'un contrepoids, étoit fixée sur le même arbre, qui portoit l'index destiné à parcourir les divisions tracées à sa circonférence.

C'est avec cet instrument qu'il entreprit de déterminer les rapports de dilatation des différens métaux à un même degré de chaleur. La régularité de sa marche fut attestée, après deux ans d'observations, par le professeur Bliss, de l'université d'Oxford (1). Il a exprimé ces rapports par les nombres suivans : *l'acier* 56 ; *le fer* 60 ; *l'or* 73 ; *le cuivre* 89 ; *le laiton* 95 ; *l'argent* 103 ; *le plomb* 149.

VII. *Smeaton* a également donné la préférence au jeu des leviers dans la construction du pyromètre qu'il présenta en 1754, à la société royale de Londres. Le premier étoit pressé par un ressort sur l'extrémité de la

---

(1) *Trans. philosoph.* t. XLVII, année 1752.

verge métallique soumise à l'épreuve, à laquelle il faisoit prendre successivement la température de la glace fondante, et d'une cuve dont l'eau étoit mise en ébullition par sept mèches à esprit de vin. Il opéroit sur des barres de 28 pouces de longueur, et l'index de son instrument pouvoit marquer jusqu'à un 5786e de pouce anglais, c'est-à-dire à peu près 43 dix millièmes de millimètre, ou un 162000e de la longueur des barres.

MM. Lavoisier et Laplace observent avec raison que le chassis de bois blanc verni, qui portoit les barres métalliques, et qu'il étoit obligé de plonger avec elles, ne leur donnoit pas une base assez fixe; de sorte qu'il ne mesuroit réellement que l'excès de l'allongement de la barre sur celui de la tringle de bois qui lui servoit de point d'appui. Ils conviennent cependant qu'il a mis tant de soins et tant d'art dans sa méthode d'observer, qu'il est parvenu à des résultats fort exacts (1).

Ces résultats sont d'autant plus précieux, que les savans qui en ont porté ce jugement, l'ont fondé sur ceux qu'ils ont eux-mêmes obtenus d'un grand travail entrepris dès 1781 sur le même sujet, avec des instrumens bien plus parfaits, et qui malheureusement n'a pas été publié (2). On trouvera à la fin de cette partie, les

(1) *Mémoires de physique et de chimie*, sixième mémoire.

(2) On peut juger de la supériorité des instrumens employés par ces savans d'après la description qu'ils en ont donnée dans le mémoire cité. Les points d'appui de leur pyromètre étoient quatre gros dés de pierre de taille fondés à 6 pieds de profondeur; les cuves pouvoient contenir des barres de 6 pieds de longueur. La barre étoit soutenue par des bandes verticales de

résultats des expériences de Smeaton sur les différens métaux, dans le tableau général des observations des dilatations exprimées en quantités comparables.

VIII. *Ferdinand Berthoud*, qui ne vouloit que mesurer les allongemens que pouvoient produire les variations accidentelles de température, revint au mécanisme des engrénages et des pignons. Il eut la précaution de l'établir sur une table de marbre encastrée dans un mur, et assez épaisse pour ne pas éprouver de changement sensible dans ses dimensions. Ses rouages étoient combinés pour qu'une ligne d'allongement du pendule à secondes fît parcourir à l'aiguille les 180 divisions tracées sur un limbe demi-circulaire. On ne peut pas douter que cet habile artiste n'ait donné à son instrument toute la précision dont une pareille construction étoit susceptible. D'après ses expériences, les métaux se trouvent bien placés dans le même ordre de dilatibilité que leur assignent celles d'Ellicot et de Smeaton. Il faut seulement en excepter l'argent qui, dans la série d'Ellicot, se trouve avant le laiton, et qui, suivant Berthoud, est moins dilatable que le cuivre jaune.

---

verre de glace garnies de rouleaux; l'une de ses extrémités s'appuyoit sur une autre bande de glace qui formoit le point fixe; l'autre étoit mise en contact avec une bande de même verre, mobile sur son axe, qui agissoit elle-même sur une grande lunette achromatique montée sur deux tourillons et dirigée sur une échelle placée à 100 toises de distance, de sorte que l'allongement d'une ligne faisoit parcourir à la lunette 62 pouces, et donnoit ainsi la facilité de diviser la ligne en 744 parties : ce qui revient, pour chaque partie, en mesures décimales, à trois millièmes de millimètre, ou plus exactement à 0,003032 millimètre.

Mais on aperçoit bien d'autres discordances, lorsqu'on veut faire le rapprochement des nombres qui expriment les rapports de dilatation des différens métaux portés de la température de la glace à un même degré de chaleur. Il suffira, pour s'en convaincre, de jeter un coup d'œil sur la table générale qui terminera cette partie, et où je leur donnerai le même dénominateur pour en faciliter la comparaison. Aussi MM. Lavoisier et Laplace ont-ils remarqué que la situation verticale que Berthoud avoit donnée à ses barres, pouvoit faire soupçonner qu'elles n'avoient pas reçu dans toute leur longueur l'impression d'un air également échauffé ; qu'il restoit beaucoup d'incertitude sur la graduation de son thermomètre ; qu'il n'avoit fait varier la température que du terme de la congellation au 27e degré, et que les résultats qu'il avoit obtenus, ne pouvoient se rapprocher de ceux qu'ils avoient tirés de leurs propres expériences, qu'en leur faisant subir une correction soustractive ; ce qui leur a fait penser qu'ils *pêchoient par excès*.

IX. Le major général *William Roy* a dònné dans les transactions philosophiques de 1785 la description du pyromètre dont il avoit fait usage lors de la mesure de la base de Hounslow-Health, en 1784, pour mettre les résultats de cette opération à l'abri des erreurs qu'auroient pu produire les changemens de dimensions des instrumens par les changemens de température. Il ne mettoit pas en doute l'exactitude des expériences publiées en 1754 par Smeaton ; il déclaroit au contraire

qu'elles trouvoient leur confirmation dans celles dont il avoit à rendre compte ; mais il regardoit comme certain que les différentes barres d'un métal de même espèce étoient susceptibles de différens degrés d'expansion. Il jugea en conséquence devoir soumettre à l'épreuve les règles mêmes qui devoient lui servir à étalonner les autres mesures.

Ramsden inventa et exécuta pour ces opérations un *pyromètre* qu'il appela *microscopique*, parce qu'il portoit en effet deux microscopes, et qui, au jugement de MM. Lavoisier et Laplace, est presque entièrement exempt des inconvéniens justement reprochés à ceux qui avoient été construits jusqu'alors.

Les verges métalliques qu'il mesuroit avoient cinq pieds anglais de longueur (152 centimètres). Elles étoient placées sur trois rouleaux dans une auge ou chaudière de cuivre, où elles pouvoient être amenées successivement à la température de la congellation par la glace pilée, et à celle de l'ébullition de l'eau, au moyen de douze lampes à esprit de vin (1).

Aux deux côtés de la chaudière étoient disposées parallèlement deux auges de bois, goudronnées intérieurement, d'un peu plus de cinq pieds de longueur, d'environ trois pouces carrés, contenant chacune un prisme de fonte de fer, de 1.25 pouce de côté.

---

(1) Le général Roi rapporte que lorsqu'on employoit de l'huile la chaleur de l'eau ne passoit pas 209 ou 210 degrés ; ce qui ne seroit certainement pas arrivé avec des lampes d'Argand ou à double courant d'air.

C'est à ces prismes que l'on rapportoit l'allongement de la verge métallique placée dans la chaudière ; et comme ils étoient plongés pendant toute l'opération dans la glace fondante, leur longueur étoit rendue invariable.

Aux extrémités de chacun de ces prismes s'élevoient des tiges perpendiculaires dont l'une portoit un objectif, l'autre un oculaire de microscope. La verge métallique, mise en expérience, portoit de même aux deux bouts une tige verticale destinée à servir de point de mire.

Les microscopes, faisant fonction de micromètre, au moyen des fils qui y étoient attachés, étoient mis en mouvement par des vis dont la tête étoit divisée en 50 parties égales, et sous-divisée en demies parties. De sorte qu'une demi-division déplaçoit le fil du micromètre d'un peu plus de 0.00014 de pouce, ou d'un 595e de ligne ; ce qui répond, en mesures décimales, à environ 35 dix millièmes de millimètre.

Le général Roy n'a soumis à ses expériences que le *verre*, la *fonte de fer*, l'*acier* et le *cuivre jaune* ; mais on sent combien les résultats obtenus avec des instrumens d'une aussi grande précision deviennent précieux, soit pour fixer l'opinion sur ceux qui s'en écartent, soit pour servir à régulariser la marche pyrométrique dans les degrés les plus élevés. C'est là surtout ce qui m'a engagé à entrer dans quelques détails sur les principes de construction de cette grande machine. On trouvera les résultats des observations auxquelles elle a servi dans la table qui termine cette section.

X. Les principes d'après lesquels M. *De Luc* a construit son pyromètre sont peu différens, quoiqu'ils n'exigent pas à beaucoup près un appareil aussi dispendieux. C'est avec un microscope portant souvent un micromètre, qu'il observe l'écartement de deux lignes tracées sur des règles de matières inégalement dilatables, dont les mouvemens occasionnés par la chaleur s'opèrent en sens opposés (1).

Le verre dont il a trouvé, comme Smeaton, la dilatation de $\frac{1}{1200}^{e}$ de zéro à l'eau bouillante, lui sert de terme de comparaison comme étant susceptible d'une dilatation plus régulière, à cause de sa plus grande élasticité; ce qu'il assure n'avoir pas trouvé dans les métaux, qui ne revenoient pas aussi constamment au même volume, lorsque la température étoit ramenée au même degré. Il en donne pour exemple le laiton et surtout le plomb. C'est encore à la plus grande élasticité du *métal de cloche* qu'il attribue la différence qu'il a observée entre ses dilatations et celles du laiton, différence telle que le rapport d'allongement du premier à celui du verre est :: 7 : 3, tandis que le rapport du laiton au verre n'est que :: 232 : 100. d'où il tire la conséquence que le métal de cloche seroit plus avantageux pour les verges de compensateur, et pourroit donner moyen d'en réduire le nombre et les dimensions.

Je n'ai pas besoin de faire remarquer que l'instrument que De Luc a employé à ces recherches, supposant une

(1) *Journal de physique*, année 1781, part. II, p. 363.

monture en bois, l'œil de l'observateur tout près des corps soumis à l'expérience, et un degré de chaleur qui ne va pas au-delà de celle de l'eau bouillante, il n'est pas susceptible d'application à des degrés vraiment pyrométriques. Nous allons voir que les travaux de Mortimer et de Bouguer, en prenant toujours la dilatation pour base de leur estimation, s'approchent néanmoins beaucoup plus du but que nous nous proposons dans cet essai.

XI. *Mortimer* ayant reconnu que les chimistes n'avoient réellement aucun moyen de juger les degrés de chaleur qui conviennent aux différentes opérations, s'appliqua spécialement à trouver un instrument qui pût servir à déterminer même le degré de fusion du fer et des matières vitrescibles. Il en avoit communiqué la première idée à la société royale de Londres dès 1735; et quoiqu'il n'en ait publié que dix ans après la description complette, il convient qu'il n'a pu réaliser les espérances qu'il en avoit conçues (1).

Pour connoître sa construction, il suffit de se représenter une verge de métal de 3 pieds de longueur, tenue verticalement par des guides portés par deux jumelles. L'extrémité inférieure de cette verge est reçue dans un vaisseau capable de supporter un grand feu et de contenir des métaux en fusion. Son extrémité supérieure est taillée en couteau de balance, sur lequel repose le

(1) *Trans. philosoph.* t. XLIV, p. 672.

petit bras d'un levier mis en équilibre par un contrepoids; une corde attachée au bout du long bras fait deux tours sur la gorge d'une petite poulie dont l'arbre porte un index.

Sur le cadran de ce pyromètre, Mortimer avoit placé tous les degrés que l'on pouvoit observer entre le 40e. au dessous de zéro de l'échelle de Fahrenheit (donné par le mélange de sel et de glace), et le point où une verge de fer de 3 pieds prend un allongement de $\frac{1}{144}$e. Les degrés intermédiaires y étoient également indiqués, et la plupart rapportés à la même échelle thermométrique, dans l'ordre suivant :

Le plus grand froid de Sibérie	118 au-dessous de zéro.
Froid artificiel	40
Glace	32 au-dessus de zéro.
Alcool bouillant	174
Eau bouillante	212
Etain fondant	408
Plomb fondant	440
Mercure bouillant	600
Huile de raves bouillante	714
Antimoine fondant	810

Venoient ensuite l'*argent*, l'*or*, le *cuivre* et le *fer*, mais sans expression numérique.

Ce n'étoit pas sans fondement que l'on objectoit à Mortimer que les variations hygrométriques de la charpente qui portoit cet appareil pouvoient en rendre la marche irrégulière ; il avoit senti lui-même l'inconvénient de la corde qui imprimoit le mouvement à l'index, et avoit pensé à lui substituer une chaînette ; il conve-

noit qu'un pyromètre de cette construction ne pouvoit être placé dans un fourneau ; il imaginoit cependant qu'étant éloigné du feu, il serviroit à comparer les degrés de chaleur ; il paroît enfin qu'il ne se dissimuloit pas l'impression que pouvoit faire sur la verge métallique la proximité des deux supports de fer, dont le pied faisoit partie du foyer de chaleur, puisqu'il proposoit de les exécuter en terre de pipe. Mais le vice le plus essentiel, c'est qu'au lieu de mesurer la dilatation de la verge métallique à un degré de chaleur déterminé, cet instrument ne servoit réellement qu'à comparer les allongemens produits par la chaleur communiquée à l'une de ses extrémités ; et l'auteur, qui employoit successivement la verge de laiton et la verge de fer, n'avoit pas soupçonné la différence reconnue depuis par Bouguer de la transmission de la chaleur par les divers métaux, différence telle, comme je l'ai déjà dit (nº II), que l'allongement pourroit être aussi grand quand la verge seroit réduite à moitié.

XII. Quoique *Bouguer* n'ait d'abord pensé qu'à s'assurer à Quito des changemens de dimensions de la toise, par la différence de climat, son instrument est un de ceux à qui le nom de pyromètre convient le mieux, puisqu'il est disposé à recevoir des barres métalliques dans le plus haut degré d'incandescence.

La construction en est fort simple : c'est un équerre de fer dont les deux branches sont assujetties par une hypothénuse. L'une de ces branches porte à son extré-

mité un limbe ou arc de cercle gradué, sur lequel joue une aiguille dont le centre est à l'angle de l'équerre, et qui étant prolongée pour recevoir la barre métallique soumise à l'expérience, fait les mouvemens que lui communique la dilatation ou la condensation de la barre appuyée à l'autre extrémité par un point fixe (1).

On voit qu'il n'y a dans cette construction ni roue dentée, ni poulie, ni corde. Pour prévenir la communication de la chaleur au limbe et aux autres parties de la machine, les trois quarts de la longueur de l'aiguille étoient en bois. Ainsi, les changemens de dimensions de la barre étoient indiqués par l'effet le plus direct et le plus simple du levier, qui faisoit paroître ces changemens trente-six fois plus grands.

C'est en se servant de cet instrument que Bouguer a trouvé qu'en supposant la barre de 33000 parties de longueur, les extensions étoient dans les rapports suivans :

Le plomb	36
L'argent	31
L'or	24
Le fer	18
Le verre	12.47

Mais, comme l'ont remarqué MM. Lavoisier et Laplace, ces nombres n'expriment réellement que les dilatations produites par une chaleur de 72 degrés, qui est à Quito le terme de l'eau bouillante (2). J'emploierai

(1) *Mém. de l'Acad. royale des sciences*, année 1745, p. 230.

(2) *Mém. de chimie*, t. I, p. 254.

dans la table de comparaison les nombres qu'ils y ont substitués par le calcul, d'après la hauteur du baromètre, et l'on verra que malgré cette correction, ils sont encore au-dessous des plus foibles quantités assignées par d'autres observations.

Bouguer appliqua successivement à ses expériences la chaleur de la forge, celle de l'eau bouillante, celle de seize bougies allumées qui, sous la règle d'un pied, produisit, dit-il, des changemens presque aussi grands que s'ils avoient été causés par le feu de la forge. Les allongemens de l'*argent*, *de* l'*or* et du *fer* furent cette fois pour des lames d'un pied :: 0.0163 : 0.0120 : 0.0089.

Ce n'est pas ici le lieu de donner la description de tous les procédés par lesquels il a cherché à déterminer les dilatations et les raccourcissemens de la toise, du pendule, et des verges métalliques de son pyromètre, dans le passage de la température de la neige à celle de l'eau bouillante et réciproquement. Mais je ne dois pas omettre deux observations qui peuvent être susceptibles d'une application plus générale : l'une sur les progrès du retour à la première température, ou du raccourcissement d'une verge qui, ayant pris une extension de 188 parties, en perdit 81 dans les 50 premières secondes, 48 dans les 50 qui suivirent, 24 dans le 3e intervalle de même durée, et dont la perte des 35 restantes fut tellement successive, que ce ne fut qu'au bout de 8 à 9 minutes que l'index parut immobile. D'autre part, ce savant académicien dit s'être assuré dans les expériences où il communiquoit la chaleur par les bougies, que lorsque les

métaux en recevoient les premières impressions, les extensions étoient sensiblement proportionnelles aux temps, et qu'ensuite elles n'augmentoient que par des degrés très-lents. On pourroit demander si cette lenteur ne pouvoit pas être occasionnée par la suie dont il a vu les lames se couvrir au bout de quelque temps ; mais il est difficile de croire qu'il s'en soit laissé imposer par cette circonstance.

Au reste, Bouguer n'a jamais pensé que ce pyromètre pût servir à mesurer la chaleur de l'intérieur des fourneaux ; il ne s'est pas non plus dissimulé que le plus ou le moins de promptitude, soit du transport des barres, soit de leur application aux deux points précis de l'instrument, dont l'un devoit être mobile, pouvoit jeter quelqu'incertitude sur les résultats, inconvénient d'autant plus grave que, non-seulement ces résultats sont affectés de vicissitudes de température des l'air dans lequel se fait le passage, mais encore que les différens métaux perdant la chaleur dans des temps très-inégaux, les observations cessent d'être comparables. C'est surtout en mettant le platine dans cette condition, que l'inégalité se manifeste à un point très-extraordinaire. Dans le nombre des expériences qui m'en ont fourni la preuve, je me bornerai à rapporter la suivante.

J'ai pris trois lingots, à-peu-près de même forme, pesant chacun 383 décigrammes, l'un de *platine*, un autre de *fer doux*, le troisième de *laiton*. Ils ont été placés sur la même ligne, près l'un de l'autre, le platine au milieu, dans une mouffle au fourneau de cou-

pelle, et le feu entretenu pendant une demi-heure à une chaleur de 12 degrés seulement de l'échelle de Wegdwood, correspondant à 1447 degrés du thermomètre décimal, pour ne pas porter à la fusion le petit lingot de laiton.

J'avois préparé trois vases de verre tous pareils, et mis dans chacun quatre fois le poids de chaque lingot d'eau distillée, et un thermomètre à mercure.

A l'ouverture de la mouffle, le platine a été pris avec des pinces chauffées au rouge et jeté sur-le-champ dans l'eau du vase n°. 1; et successivement le fer et le laiton jetés de même dans les deux autres vases n°s 2 et 3.

Dans le n° 1, le thermomètre n'a marqué que six degrés d'élévation, la température de l'eau étant auparavant à 0 + 9.5.

Dans le n° 2, l'augmentation de chaleur a été de 29 degrés.

Et dans le n° 3, de 14.6 degrés.

J'avois eu l'attention dans cette expérience de diriger la chute des lingots dans les trois vases, de manière qu'ils ne touchassent pas les boules des thermomètres, me proposant de revoir un fait que j'avois déjà eu occasion de remarquer. Aussitôt que le mercure des thermomètres parut stationnaire, j'approchai la boule du lingot de platine, et au moment du contact, le mercure *baissa* d'un peu plus d'un degré, et remonta à très-peu près au même point lorsque la boule fut éloignée.

Dans le vase n° 2, le même contact fit *monter* le mercure de 1.8 degré.

Dans le vase n° 3, il y eut encore augmentation rapide de chaleur, mais seulement de 0.9 degré.

L'amplitude des surfaces que chacun de ces lingots présentoit au fluide se trouvant ici en raison inverse des phénomènes observés, je ne vois pas que l'on puisse leur assigner d'autre cause que la différence de capacité spécifique de ces métaux de retenir le calorique.

XIII. J'ai pensé qu'il pourroit être de quelque intérêt de conserver ici le souvenir d'une application ingénieuse de la mesure de la chaleur par l'extension des métaux faite, il y a douze ans, à Meudon, par *Conté*, directeur du parc d'aérostation.

Les manufactures d'acide sulfurique étoient alors réduites à une inactivité presque absolue, à cause de la destination exclusive des salpêtres pour la fabrication de la poudre. Il n'y avoit plus d'autre moyen d'obtenir le gaz hydrogène que de la décomposition de l'eau dans des tuyaux de fer. Le procédé étoit bien connu, mais borné jusqu'alors à des opérations de laboratoire : il fallut l'approprier à une extraction de 350 mètres cubes. L'essai en fut fait en Septembre 1793, sous la direction d'une commission dont j'étois membre avec MM. Fourcroy, Lavoisier, Monge et Bertholet.

La décomposition de l'eau devoit s'opérer à la fois dans cinq tuyaux de fonte de fer de 19 décimètres de longueur, de 2.5 de diamètre. On conçoit qu'il étoit nécessaire d'entretenir dans le fourneau une température assez élevée pour porter à l'incandescence le fer contenu

dans les tuyaux, et cependant de l'arrêter au-dessous du degré de fusion de la fonte. Pour prévenir cet accident qui avoit déjà plusieurs fois occasionné des pertes considérables, Conté crut d'abord devoir faire usage des pièces pyrométriques, à la manière de Wegdwood, qu'il avoit fait exécuter à la manufacture de Sèvres; je dirai ailleurs pourquoi il ne put en tirer tout le parti qu'il s'en étoit proposé. Il imagina pour lors de faire servir l'extension des tuyaux les plus exposés à la flamme à mettre en mouvement un index par le moyen d'un pignon sur un cadran placé en dehors au-dessus du fourneau. Ce pyromètre lui indiquant assez sûrement le degré de chaleur qu'il ne falloit pas outrepasser, il lui devenoit facile de s'en rendre maître par un simple régulateur du tirage de la cheminée; et depuis ce temps, toutes les opérations ont été achevées sans accident.

Il existe chez M. d'Arcet un instrument que *Rouelle* l'aîné avoit fait exécuter par le mécanicien Magny, et qui paroît avoir eu la même destination. C'est un chenet de fer de la forme ordinaire, de deux pieds de longueur. Au-dessus de la branche horizontale est placée une verge de fer de 5 lignes de grosseur, arrêtée à l'une de ses extrémités au pied de derrière, élevé de 2 pouces, glissant sur deux supports, et arrivant de l'autre bout contre un rateau qui fait mouvoir un index de 6 pouces de rayon sur un limbe divisé en 72 degrés. Mais il est difficile d'imaginer le parti que Rouelle a pu tirer d'une pareille construction, lorsqu'on considère que le chassis d'assemblage, de même métal que la verge, et posé paral-

lèlement à si peu de distance, devoit recevoir à-peu-près une égale impression de la chaleur, et en éloignant le rateau faire disparoître l'allongement.

M. *Bonnemain* a fait une application plus ingénieuse, et surtout plus utile de la propriété du fer de prendre une expansion proportionnelle à la chaleur qu'il éprouve. Son instrument, qui est justement nommé *pyromètre régulateur*, consiste tout simplement dans une barre de ce métal qui traverse le foyer d'un fourneau, et dont les changemens de dimensions, agissant sur le levier d'une soupape, interceptent plus ou moins l'entrée de l'air, diminuent ou augmentent ainsi l'activité du feu, et le maintiennent à un degré déterminé. Ce régulateur est employé depuis vingt ans avec succès. Un mécanisme semblable a été proposé, il y a trois ans, en Angleterre, pour remplir le même objet (1). Tillet a aussi fait servir la dilatation du fer à régler le feu pour les essais. Je donnerai la description de son instrument dans la section où je traiterai de la mesure de la chaleur par celle qui se communique à distance.

XIV. Je ne puis terminer la partie de ce mémoire, dans laquelle je me suis proposé de réunir le précis de tous les travaux entrepris pour mesurer la chaleur par la dilatation des métaux, sans donner au moins une courte notice des grands *thermomètres métalliques* que j'ai vus en expérience dans le jardin de Lavoisier en 1792,

---

(1) *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale*, septième année, p. 153.

pour donner la dernière précision aux règles destinées à la mesure des bases de l'arc terrestre, et dont la description, rédigée par Borda, doit faire partie du dernier volume annoncé par M. Delambre sur cette grande opération (1).

Ce n'est pas que je veuille les considérer comme des instrumens vraiment pyrométriques; cette application étoit étrangère à l'objet de ces savans académiciens qui n'ont voulu opérer que dans l'espace thermométrique, dont les limites sont les plus fixes, c'est-à-dire de la température de la glace fondante à celle de l'eau en ébullition ; mais les faits qu'ils ont recueillis, et dont l'exactitude est garantie à la fois par la puissance des moyens qu'ils ont employés, par la perfection de leurs instrumens, et par leur habileté à écarter toutes les causes d'erreurs, peuvent fournir des données dont le rapprochement sera comme une espèce de pierre de touche pour apprécier de nouveaux résultats dans l'échelle des températures plus élevées.

Ces thermomètres métalliques, au nombre de quatre, étoient composés chacun d'une règle de platine de 12 pieds de longueur, sur laquelle étoit fixée à l'un de ses bouts une règle de cuivre d'à-peu-près onze pieds et demi. A l'extrémité libre de ces règles étoient tracées des divisions qui, à l'aide d'un vernier, donnoient des deux cent millièmes de leur longueur totale.

---

(1) *Base du système métrique décimal*, *etc.* t. I, discours préliminaire, p. 21, et t. II, p. 15.

Ainsi, la quantité dont le cuivre se dilatoit plus que le platine devenoit la mesure de la température des deux règles.

C'est dans le mémoire même de Borda qu'il faut voir les attentions scrupuleuses et les heureuses inventions de ces savans pour assurer l'immobilité de ces règles sur une longueur de 48 pieds, pour les rendre continues sans risquer de les déranger en les approchant, pour élever ou abaisser uniformément leur température, pour en saisir enfin les plus petits changemens de dimension, à l'aide d'un microscope. Il suffit de rappeler ici qu'ils étoient parvenus à juger la moitié ou le tiers d'une division de $\frac{1}{200000}$e d'une règle de 12 pieds, ou d'un 116e de ligne (ce qui revient en nouvelles mesures à 194 dix millièmes de millimètre sur une longueur de 3.898 mètres); qu'ils ont trouvé que le platine s'allongeoit de $\frac{1}{110000}$e par chaque degré du thermomètre centigrade; qu'ils ont, enfin, déterminé le rapport de la dilatation du cuivre à celle du platine :: 1.9245:0.9245, ou à très-peu-près :: 25 : 12.

J'essaierai de faire voir dans la troisième partie de ce mémoire, jusqu'à quel point on peut s'approcher de cette précision en se servant d'un instrument approprié aux opérations les plus journalières, et réduit à des dimensions qui le rendent susceptible d'être placé dans les fourneaux où l'on traite les matières qui exigent les plus hauts degrés de chaleur.

Il ne me reste pour terminer cette partie qu'à présenter, ainsi que je l'ai annoncé, dans une seule table, les

TABLE

Des observations de dilatation par la chaleur, du terme de la glace à celui de l'eau bouillante, exprimées en millionièmes (*).

	Muschembroek.	Herbert (1).	D. G. Juan (2).	Bouguer corrigé (3).	Berthoud.	Ellicot (4).	Sméaton.	Deluc.	Le général Roi (8).	Borda.
Verre blanc	. . . . . .	860	600	378.79	1106.92	. . . . . .	833.33 (5)	833.33	Tube . . . 776.150 Solide . . . 807.366	
Platine	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . .	. . . . . .	. . . .	. . . .	. . . .	862.06
Antimoine	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . .	. . . . . .	1083.33			
Fer	730	1070	920	600	1339.01	1146	1258.33	. . . .	Fer fondu 1109.383	1156 (9)
Acier (6)	770	. . . . . .	1270	. . . . . .	Recuit . . 1231.89 Trempé . . 1374.72	1070 . .	Poule . . . 1150.00 Trempé . 1225.00	1160	1144.733	
Bismuth	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . .	. . . . . .	1391.67			
Argent	. . . . . .	1890	. . . . . .	1033.33	2124.57	1967				
Or	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	800	1463.99	1396				
Cuivre	800	1560	1670	. . . . . .	1910.32	1700	1700	. . . .	. . . .	1794.52
Laiton	1010	1720	2040	. . . . . .	2160.27	1814	1933.33	Laiton tiré à la filière, 1933.32	Hambourg. 1855.38 Anglais . . 1892.80 1894.88	
Étain	1410	2120	. . . . . .	. . . . . .	2856.56	. . . . . .	2283.33			
Plomb	1420	2620	. . . . . .	1197.7	3445.72	2846	2866.67			
Zinc (7)	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . .	. . . . . .	. . . . 2941.67 . . . . 3108.33			
Métal de cloche . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . .	. . . . . .	. . . .	1944.43		

(*) Voyez ci-après les notes sur cette table.

résultats de toutes les expériences de dilatation dont j'ai successivement exposé les procédés, pour en faciliter la comparaison, et donner la mesure des progrès faits jusqu'à ce jour dans ce genre de recherches.

Notes sur la table des observations de dilatation par la chaleur, etc.

(1) Cette colonne est tirée de la *Pyrométrie* de Lambert. Berlin 1779, § 217.

(2) Les observations de D. G. Juan sont tirées du même paragraphe.

(3) J'ai suivi dans cette colonne les corrections indiquées par MM. Lavoisier et Laplace, page 255 du tome I des *Mémoires de chimie.*

(4) Smeaton ayant déclaré que les observations d'Ellicot s'accordoient parfaitement avec les siennes, j'ai cru devoir les comprendre dans cette table, avec d'autant plus de raison qu'elles fournissent sur l'or et l'argent des résultats dont très-peu de physiciens se sont occupés; et pour leur donner la même expression, j'ai formé cette colonne d'après les rapports qu'il a indiqués, en prenant pour terme de comparaison l'expression de la dilatation du cuivre.

(5) M. Lavoisier a trouvé la dilatation du verre de baromètre, de la glace à l'eau bouillante, de $\frac{1}{1142}$ (*Mémoires de chimie*, t. I, p. 310,) c'est-à-dire de 875.72 millioniémes.

(6) Muschembroek et George Juan ne sont pas les seuls qui aient donné à l'acier une plus grande dilatabilité qu'au fer.

Un célèbre métallurgiste suédois, Rinman, rapporte qu'ayant fait chauffer au rouge blanc trois barres pareilles de fer, de fonte et d'acier, mesurées à 12 degrés du thermomètre de Réaumur, il y eut allongement :

Du fer forgé, de	1·25 pour cent, ou . .	12500 millioniémes.
De la fonte	2·143	21430
De l'acier	2·857	28570

Mais nous verrons bientôt que si l'acier présente dans les expériences pyrométriques des écarts fort extraordinaires, il reste néanmoins pour constant que le fer doux est plus dilatable.

(7) Smeaton assigne une différence sensible entre la dilatabilité du zinc fondu et celle du zinc allongé au marteau d'un demi-pouce par pied ou d'un vingt-quatrième, ayant trouvé la dernière plus considérable. S'il n'a pas cru pouvoir lui faire subir une plus forte malléation, c'est sans doute parce que le zinc qu'il employoit n'étoit pas parfaitement pur. Celui que M. Vauquelin a eu la complaisance de me faire préparer pour l'une des tiges de dilatation de mon pyromètre, s'est laissé forger facilement jusqu'à l'allongement d'un cinquième, et j'aurois pu le porter plus loin si j'en avois eu besoin.

Cependant Smeaton concluoit déjà que ce métal, à raison de sa grande dilatabilité et de la consistance qu'il pouvoit acquérir sous le marteau, seroit employé avec avantage pour les verges de compensateur et les thermomètres métalliques.

M. Jurgensen, dans un ouvrage imprimé à Copenhague en 1805, sur les principes de l'exacte mesure du temps, a donné la description d'un pendule à compensation, avec verges d'acier et de zinc, exécuté par M. Arnold, qui étoit parvenu à rendre la somme des dilatations parfaitement égale, en donnant à la verge de suspension 38 pouces 3 lignes de longueur, aux deux verges de zinc 17 pouces 2 lignes, et aux deux verges

d'acier latérales 17 pouces 10 lignes. On peut juger d'après ces proportions que le zinc employé par cet artiste étoit encore loin du degré de dilatabilité assigné par Smeaton pour le zinc allongé au marteau. Il est même probable qu'il n'avoit pas essayé de lui faire prendre plus de consistance en le soumettant à cette opération, puisqu'il a soin d'avertir que ces verges de zinc doivent être presque doubles de grosseur, pour prévenir leur affaissement.

(8) On trouve dans la *Bibliothèque britannique* (tome 37, page 361) les résultats des expériences faites en 1802 par le major Lambton, pour déterminer la dilatation d'une chaîne de fer de 100 pieds, destinée à la mesure d'une base de 40006 pieds, qui ne sont pas entièrement d'accord avec ceux du général Roi. En effet, le major Lambton conclut de ses observations une dilatation de 0.00737 pouce sur la règle de 100 pieds, par degré du thermomètre de Fahrenheit, et celles du général Roi donneroient 0.00763. En rapportant ces nombres à l'expression que j'ai adoptée dans la table, on voit que la dilatation du fer par l'augmentation de chaleur depuis la glace fondante à l'eau bouillante, seroit :

Suivant le général Roi	1014.50 millionièmes.
Suivant le major Lambton	1105.55

(9) M. Prony, dans un rapport fait à l'Institut le 6 nivose an 10 (27 décembre 1801), indique cette dilatation du fer comme le résultat des observations de Borda et de la commission des poids et mesures ; et dans la comparaison qu'il en fait avec les dilatations du platine et du cuivre, il ne donne la première qu'à 856 millionièmes, et la seconde à 1783 pour les 100 degrés du thermomètre décimal. (*Bibliothèque britannique*, t. XIX, p. 114)

N. B. Je n'ai pas indiqué dans cette table la dilatation du mercure. Ce n'est pas seulement parce que la rapidité avec laquelle elle atteint un degré très disproportionné avec celui des autres métaux, est très propre à confirmer l'opinion que, parvenus à l'état fluide, leur dilatation suit une marche très-différente; c'est encore parce que sa dilatabilité, malgré les travaux des plus grands physiciens, ne paroît pas déterminée avec la précision que l'on croyoit facile d'obtenir, au moins dans les limites de la glace à l'eau bouillante. On voit en effet dans la *Physique mécanique* de Fisher, chap. XVII, § 12, que la dilatation du mercure est de 0.01650 depuis zéro jusqu'à 80 degrés du thermomètre de Deluc. M. Biot, dans une note sur le § 6 du chap. XXII du même ouvrage, la porte à $\frac{1}{5412}$ par degré du thermomètre centigrade, ce qui fait pour les 100 degrés 18477 millionièmes. M. Lavoisier l'avoit trouvée d'abord de $\frac{1}{62}$ pour le même intervalle; une autre expérience lui donna, toute correction faite, $\frac{1}{55}$; d'où il conclut qu'il falloit de nouvelles observations, et qu'on pouvoit en attendant fixer entre $\frac{1}{60}$ et $\frac{1}{63}$ la dilatabilité du mercure, de la congellation à l'eau bouillante (*Mém. de chimie*, t. I, p. 311); ce qui reviendroit:

Pour le premier terme, à	16666 millionièmes.
Pour le second terme	15873

J'aurois bien desiré pouvoir réunir dans ce tableau les résultats des expériences faites par MM. Lavoisier et Laplace avec le grand appareil dont j'ai parlé dans la note du n° VII; je recueillerai du moins ici le petit nombre d'observations qui se trouvent accidentellement dans la description qu'ils ont donnée de leur manière d'opérer.

La dilatation du *verre* varie suivant sa qualité, son degré de cuisson et les ingrédiens dont il est composé; il est d'autant moins dilatable qu'il contient plus de plomb.

La dilatabilité du *fer* présente aussi beaucoup de variations,

suivant l'état dans lequel il se trouve : le fer répandu dans les arts n'est point un métal identique.

Les corps ramenés de la température de l'eau bouillante à celle de la glace fondante, ont repris rigoureusement leurs premières dimensions; ils ont tous éprouvé des dilatations sensiblement proportionnelles à celles du mercure. L'*acier trempé* a seul fait exception. Quoiqu'il n'ait été échauffé que jusqu'à 65 degrés, sa dilatabilité a paru aller continuellement en diminuant d'une manière sensible. Les observations de Smeaton et de Berthoud peuvent fournir une explication assez probable de ce phénomène : elles démontrent que l'acier trempé est plus dilatable que l'acier non trempé. Or on sait que l'acier se détrempe par le recuit; il doit donc perdre graduellement dans l'eau qu'on échauffe une partie de sa dilatabilité, et se rapprocher de celle de l'acier non trempé.

L'*étain* des Indes a été reconnu plus dilatable que celui de Cornouailles.

Le *plomb* est de tous les métaux soumis aux mêmes épreuves celui qui a donné les plus grandes dilatations.

FORMULES GÉNÉRALES

POUR LES

PERTURBATIONS DE QUELQUES ORDRES SUPÉRIEURS,

Par J.-C. Burckhardt.

Lu le 29 août 1808.

J'avois présenté ces formules à la Classe il y a environ cinq ans : distrait par d'autres occupations j'abandonnai ces recherches, et lorsque je voulus les reprendre, quelques années après, mon mémoire se trouva égaré ; ce qui me fit de nouveau remettre ce travail, car je n'avois plus les brouillons d'une partie de mes calculs, et ceux même que j'avois étoient sans aucune explication.

Les termes qui dépendent des inclinaisons manquent dans ces formules. J'avois proposé d'employer le sinus verse de l'inclinaison, au lieu de la tangente, pour les développemens de ces perturbations. Ces termes m'avoient déjà donné beaucoup de peine lorsque je m'occupois des quantités du cinquième ordre de la grande inégalité de Jupiter et Saturne ; je soupçonnois quelque faute cachée de calcul, et étant convaincu que ces termes étoient absolument insensibles (vu la petitesse de l'inclinaison), je les avois supprimés. Des vérifications réitérées, entreprises pour ces formules générales, me firent

reconnoître qu'il ne falloit pas employer la tangente, mais une autre fonction de l'inclinaison, pour éviter les termes qui produisoient l'embarras; mais je desirois consulter l'Institut sur ce changement, avant de développer ces termes.

J'ai cru nécessaire de rappeller ces faits, afin que les astronomes reçoivent ce travail avec indulgence. Il est difficile qu'il ne me soit échappé quelques fautes dans des calculs aussi longs, malgré les vérifications répétées que j'ai entreprises, mais j'espère qu'elles seront de peu de conséquence pour l'usage pratique de ces formules. Pour être tout-à-fait exact, j'ajoute que les termes du sixième ordre n'étoient pas dans mon mémoire primitif, ni les développemens selon les puissances de i.

J'ai employé partout les mêmes lettres que l'auteur de la *Mécanique céleste* : r est le rayon vecteur, v la longitude vraie; a est le demi-grand axe, e l'excentricité, ϖ le périhélie, nt le moyen mouvement, ε l'époque de la planète attirée, et r', v', a', e', ϖ', $n't$, ε' les mêmes quantités pour la planète attirante; $A^{(i)}$ est le coefficient de $\cos i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon)$ du développement du radical $[a^2 - 2\,aa'.\cos(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + a'^2]^{-\frac{1}{2}}$. Alors la fonction R contient le terme

$$M.\cos.[i.(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + \beta nt + K]$$

il en résultera dans $\frac{r\delta r}{a^2}$ le terme suivant:

$$\frac{r\delta r}{a^2} = \frac{\left[\frac{2(\beta - i)n}{in' + (\beta - i)n}\,aM + a^2\left(\frac{dM}{da}\right)\right]n^2}{[in' + (\beta - i)\,n]^2 - n^2}.\cos.[i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + \beta nt + K]$$

Le diviseur étant la différence de deux carrés, peut se transformer dans le produit suivant:

$$[in' + (\beta - i + 1)\, n].\ [in' + (\beta - i - 1)\, n]$$

et l'on jugera que la perturbation peut devenir considérable, si l'un ou l'autre de ces deux facteurs devient petit.

La formule pour δv contiendra les termes suivans:

$$\delta v = \frac{\frac{2.\, d(r\delta r)}{a^2 ndt} + \left\{ \frac{3(\beta - i) n^2 . aM}{[in' + (\beta - i) n]^2} + \frac{2n.\, a^2 \left(\frac{dM}{da}\right)}{in' + (\beta - i) n} \right\} \sin [i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + \beta nt + K]}{\sqrt{1 - ee}}$$

où $\frac{2\, d.\, (r\delta r)}{a^2\, ndt}$ est égal au coefficient précédent de $\frac{r\delta r}{a^2}$ multiplié par $- \frac{2\, [in' + (\beta - i)\, n]}{n}$.

Dans ces recherches on a souvent besoin de changer les différentielles de A, prise par rapport à a', dans celles prises par rapport à a; je crois donc utile d'ajouter le théorème général suivant. Soit A une fonction homogène de l'ordre $-n$, de sorte que

$$a' \left(\frac{dA}{da'}\right) = - n\, A - a \left(\frac{dA}{a}\right)$$

et soit

$$\pm\, a'^{\theta}. \left(\frac{d^{\rho + \theta} A}{da'^{\theta} da^{\rho}}\right) = a^{\theta}. \left(\frac{d^{\rho + \theta} A}{da^{\rho + \theta}}\right) + (1)\, a^{\theta - 1}. \left(\frac{d^{\rho + \theta - 1} A}{da^{\rho + \theta'}}\right)$$

$$+ (2)\, a^{\theta - 2}. \left(\frac{d^{\rho + \theta - 2} A}{da^{\rho + \theta - 2}}\right)$$

$$+ \text{ etc.}$$

$$+ (p).\ a^{\theta - p}. \left(\frac{d^{\rho + \theta - p} A}{da^{\rho + \theta - p}}\right) + \text{ etc.}$$

on aura

$$(1) = \theta.\ (n + \rho + \theta - 1)$$

$$(2) = \frac{\theta.\ (\theta - 1)}{1.\ 2}.\ (n + \rho + \theta - 1).\ (n + \rho + \theta - 2)$$

$$(p) = \frac{\theta}{1}.\frac{\theta-1}{2}.\frac{\theta-3}{3}\ldots.\frac{\theta-p+1}{p}.\ (n+\rho+\theta-1).\ (n+\rho+\theta-2)\ldots.\ (n+\rho+\theta-p)$$

le dernier terme sera

$$(n + \rho + \theta - 1).\ (n + \rho + \theta - 2)\ldots\ldots\ (n + \rho).\ \left(\frac{d^{\rho} A}{da^{\rho}}\right)$$

Pour le calcul numérique il paroît plus commode de chercher chaque terme par celui qui précède; car on a

$$(p) = (p - 1).\ \frac{n + \rho + \theta - p}{p}.\ \frac{\theta - p + 1}{1}$$

et dans les calculs actuels n est égal à 1.

PREMIÈRE PARTIE.

Termes qui sont de l'ordre le moins élevé parmi ceux de chaque cosinus.

PERTURBATIONS DU TROISIÈME ORDRE.

Soit

$$\begin{aligned} R = {} & M^{(0)}.\ e^3.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 3\,nt + 3\,\epsilon - 3\,\varpi] \\ & + M^{(1)}.\ e^2 e'.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 3\,nt + 3\,\epsilon - 2\,\varpi - \varpi'] \\ & + M^{(2)}.\ e e'^2.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 3\,nt + 3\,\epsilon - \varpi - 2\,\varpi'] \\ & + M^{(3)}.\ e'^3.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 3\,nt + 3\,\epsilon - 3\,\varpi'] \end{aligned}$$

on aura

$$M^{(0)} = -\frac{1}{48}\left\{\begin{aligned} & (26\,i - 30\,i^2 + 8\,i^3)\,A^{(i)} \\ & + (9 - 27\,i + 12\,i^2)\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ & + (6\,i - 6)\,a^2\left(\frac{ddA^{(i)}}{da^2}\right) + a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) \end{aligned}\right\};$$

$$M^{(1)} = +\frac{1}{16}.\left\{\begin{array}{l}[-5(i-1)-6(i-1)^2+8(i-1)^3]\,A^{(i-1)}\\ +[-4-(i-1)+12(i-1)^2]\,a\left(\frac{dA^{(i-1)}}{da}\right)\\ +[1+6(i-1)]\,a^2\left(\frac{ddA^{(i-1)}}{da^2}\right)+a^3\left(\frac{d^3A^{(i-1)}}{da^3}\right)\end{array}\right\};$$

$$M^{(2)} = -\frac{1}{16}.\left\{\begin{array}{l}[8(i-2)+18(i-2)^2+8(i-2)^3]\,A^{(i-2)}\\ +[10+25(i-2)+12(i-2)^2]\,a\left(\frac{dA^{(i-2)}}{da}\right)\\ +[8+6(i-2)]\,a^2\left(\frac{ddA^{(i-2)}}{da}\right)+a^3\left(\frac{d^3A^{(i-2)}}{da}\right)\end{array}\right\};$$

$$M^{(3)} = +\frac{1}{48}.\left\{\begin{array}{l}[27+65(i-3)+42(i-3)^2+8(i-3)^3]\,A^{(i-3)}\\ +[51+51(i-3)+12(i-3)^2]\,a\left(\frac{dA^{(i-3)}}{da}\right)\\ +[15+6(i-3)]\,a^2\left(\frac{ddA^{(i-3)}}{da^2}\right)+a^3\left(\frac{d^3A^{(i-3)}}{da^3}\right)\end{array}\right\}.$$

J'ai laissé subsister les puissances de $(i-1)$, de $(i-2)$ et de $(i-3)$, au lieu de les exprimer par les puissances de i, les calculs numériques avec les premières étant plus faciles qu'avec les dernières, qui sont de plus grands nombres.

On peut vérifier ces formules de différentes manières, par exemple en changeant, dans la valeur de $N^{(0)}$, a et tout ce qui en dépend en a', et en changeant i en $-i$ on obtiendra la valeur $N^{(7)}$; mais il est plus simple d'employer les différences. J'ai reconnu *à posteriori* que les coefficiens de $A^{(i)}$ et de $dA^{(i)}$ du troisième ordre, ont les troisièmes différences égales à 3^3; ceux du quatrième ordre, les quatrièmes différences égales à 4^4; ceux du cinquième ordre, les cinquièmes différences égales à 5^5, et qu'en général on arrive à des différences constantes.

Par exemple, les coefficiens de $A^{(i)}$ sont :

		1ere différ.	2e diff.	3e dif.
Pour $M^{(0)}$	$26\,i - 30\,ii + 8\,i^3$	$-31\,i + 24\,ii$		
Pour $M^{(1)}$	$-\ 5\,i - 6\,ii + 8\,i^3$	$+13\,i + 24\,ii$	$+44\,i$	$+27$
Pour $M^{(2)}$	$+\ 8\,i + 18\,ii + 8\,i^3$	$27 + 57\,i + 24\,ii$	$27 + 44\,i$	
Pour $M^{(3)}$	$27 + 65\,i + 42\,ii + 8\,i^3$			

Les coefficiens de $dA^{(i)}$ sont

		1ere différ.	2e diff.
Pour $M^{(0)}$	$9 - 27\,i + 12\,ii$	$-13 + 26\,i$	
Pour $M^{(1)}$	$-\ 4 - i + 12\,ii$	$+14 + 26\,i$	27
Pour $M^{(2)}$	$+10 + 25\,i + 12\,ii$	$+41 + 26\,i$	27
Pour $M^{(3)}$	$+51 + 51\,i + 12\,ii$		

Les coefficiens de $ddA^{(i)}$:

		1ere différ.
Pour $M^{(0)}$	$6\,i - 6$	 7
Pour $M^{(1)}$	$6\,i + 1$	 7
Pour $M^{(2)}$	$6\,i + 8$	 7
Pour $M^{(3)}$	$6\,i + 15$	

Si nous avions développé les puissances de $(i - 1)$, de $(i - 2)$ et de $(i - 3)$ nous n'aurions plus comparé ensemble les coefficiens appartenant à la même différentielle de A, mais ceux qui appartiennent au même angle périodique,

Comme il peut être utile d'avoir les valeurs de $M^{(0)}$, $M^{(1)}$, etc. exprimées par des puissances de i, je vais les donner sous cette forme :

$$M^{(0)} = -\tfrac{1}{48}.\left\{\begin{aligned} &(*\ 26\,i - 30\,i^2 + 8\,i^3)\,A^{(i)} \\ &+ (+9 - 27\,i + 12\,i^2)\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ &+ (6\,i - 6)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}\right) + a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) \end{aligned}\right\};$$

$$M^{(1)} = +\tfrac{1}{16}.\left\{\begin{array}{l}(-9 + 31\,i - 30\,i^2 + 8\,i^3)\,A^{(i-1)} \\ + (+9 - 25\,i + 12\,i^2)\,a\left(\frac{dA^{(i-1)}}{da}\right) \\ + (6\,i - 5)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-1)}}{da^2}\right) + a^3\left(\frac{d^3A^{(i-1)}}{da^2}\right)\end{array}\right\};$$

$$M^{(2)} = -\tfrac{1}{16}.\left\{\begin{array}{l}(-8 + 32\,i - 30\,i^2 + 8\,i^3)\,A^{(i-2)} \\ + (+8 - 23\,i + 12\,i^2)\,a\left(\frac{dA^{(i-2)}}{da}\right) \\ + (6\,i - 4)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-2)}}{da^2}\right) + a^3\left(\frac{d^3A^{(i-2)}}{da^3}\right)\end{array}\right\};$$

$$M^{(3)} = +\tfrac{1}{48}.\left\{\begin{array}{l}(-6 + 29\,i - 30\,i^2 + 8\,i^3)\,A^{(i-3)} \\ + (+6 - 21\,i + 12\,i^2)\,a\left(\frac{dA^{(i-3)}}{da}\right) \\ + (6\,i - 3)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-2)}}{da^2}\right) + a^3\left(\frac{d^3A^{(i-3)}}{da^3}\right)\end{array}\right\}.$$

La troisième différence des coefficiens de A est 9 ou 3^2, la seconde différence des coefficiens de $\left(\frac{dA}{da}\right)$ est -1 ou $1^2 - 2$, et la première différence de $\left(\frac{ddA}{da^2}\right)$ est 1.

Perturbations du quatrième ordre.

Soit

$$\begin{array}{l}R = M^{(0)}.\ e^4.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 4\,nt + 4\,\epsilon - 4\,\varpi] \\ \quad M^{(1)}.\ e^3e'.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 4\,nt + 4\,\epsilon - 3\,\varpi - \varpi'] \\ \quad M^{(2)}.\ e^2e'^2.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 4\,nt + 4\,\epsilon - 2\,\varpi - 2\,\varpi'] \\ \quad M^{(3)}.\ ee'^3.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 4\,nt + 4\,\epsilon - \varpi - 3\,\varpi'] \\ \quad M^{(4)}.\ e'^4.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 4\,nt + 4\,\epsilon - 4\,\varpi']\end{array}$$

on aura

$$M^{(0)} = +\tfrac{1}{384}.\left\{\begin{array}{l}(-206\,i + 283\,i^2 - 120\,i^3 + 16\,i^4)\,A^{(i)} \\ + (-64 + 236\,i - 168\,i^2 + 32\,i^3)\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ + (48 - 78\,i + 24\,ii)\,a^2\left(\frac{ddA^{(i)}}{da^2}\right) \\ + (-12 + 8\,i)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) + a^4\left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right)\end{array}\right\};$$

$$M^{(1)} = -\frac{1}{96}.\left\{\begin{array}{l} [+26(i-1)+22(i-1)^2-52(i-1)^3+16(i-1)^4]A^{(i-1)} \\ +[+18-10(i-1)-60(i-1)^2+32(i-1)^3]a\left(\frac{dA^{(i-1)}}{da}\right) \\ +[-9-21(i-1)+24(i-1)^2]a^2\left(\frac{ddA^{(i-1)}}{da^2}\right) \\ +[-2+8(i-1)]a^3\left(\frac{d^3A^{(i-1)}}{da^3}\right)+a^4\left(\frac{d^4A^{(i-1)}}{da^4}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(2)} = +\frac{1}{64}.\left\{\begin{array}{l} [-20(i-2)-29(i-1)^2+16(i-2)^3+16(i-2)^4[A^{(i-2)} \\ +[-20-16(i-2)+48(i-2)^2+32(i-2)^3]a\left(\frac{dA^{(i-2)}}{da}\right) \\ +[2+36(i-2)+24(i-2)^2]a^2\left(\frac{ddA^{(i-2)}}{da^2}\right) \\ +[8+8(i-2)]a^3\left(\frac{d^3A^{(i-2)}}{da^3}\right)+a^4\left(\frac{d^4A^{(i-2)}}{da^4}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(3)} = -\frac{1}{96}.\left\{\begin{array}{l} [+54(i-3)+130(i-3)^2+84(i-3)^3+16(i-3)^4]A^{(i-3)} \\ +[+78+218(i-3)+156(i-3)^2+32(i-3)^3]a\left(\frac{dA^{(i-3)}}{da}\right) \\ +[+81+93(i-3)+24(i-3)^2]a^2\left(\frac{ddA^{(i-3)}}{da^2}\right) \\ +[18+8(i-3)]a^3\left(\frac{d^3A^{(i-3)}}{da^3}\right)+a^4\left(\frac{d^4A^{(i-3)}}{da^4}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(4)} = +\frac{1}{384}.\left\{\begin{array}{l} [+256+646(i-4)+499(i-4)^2+152(i-4)^3+16(i-4)^4]A^{(i-4)} \\ +[+568+692(i-4)+264(i-4)^2+32(i-4)^3]a\left(\frac{dA^{(i-4)}}{da}\right) \\ +[+228+150(i-4)+24(i-4)^2]a^2\left(\frac{ddA^{(i-4)}}{da^2}\right) \\ +[+28+8(i-4)]a^3\left(\frac{d^3A^{(i-4)}}{da^3}\right)+a^4\left(\frac{d^4A^{(i-4)}}{da^4}\right) \end{array}\right\}.$$

Nous allons donner les mêmes valeurs de $M^{(0)}$, $M^{(1)}$, etc. développées selon les puissances de i.

$$M^{(0)} = +\frac{1}{384}.\left\{\begin{array}{l} (-206\,i+283\,i^2-120\,i^3+16\,i^4)\,A^{(i)} \\ +(-64-236\,i-168\,i^2+32\,i^3)\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ +(+48-78\,i+24\,i^2)\,a^2\left(\frac{ddA^{(i)}}{da^2}\right) \\ +(-12+8\,i)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right)+a^4\left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(1)} = -\tfrac{1}{96}.\left\{\begin{array}{l} \quad(+64 - 238\,i + 274\,i^2 - 116\,i^3 + 16\,i^4)\,A^{(i-1)} \\ +(-64 + 206\,i - 156\,i^2 + 32\,i^3)\,a\left(\frac{dA^{(i-1)}}{da}\right) \\ +(+36 - 69\,i + 24\,i^2)\,a^2\left(\frac{ddA^{(i-1)}}{da^2}\right), \\ +(-10 + 8\,i)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-1)}}{da^3}\right) + a^4\left(\frac{d^4A^{(i-1)}}{da^4}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(2)} = +\tfrac{1}{64}.\left\{\begin{array}{l} \quad(+52 - 224\,i + 259\,i^2 - 112\,i^3 + 16\,i^4)\,A^{(i-2)} \\ +(-52 + 176\,i - 144\,i^2 + 32\,i^3)\,a\left(\frac{dA^{(i-2)}}{da}\right) \\ +(+26 - 60\,i + 24\,i^2)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-2)}}{da^2}\right) \\ +(-8 + 8\,i)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-2)}}{da^3}\right) + a^4\left(\frac{d^4A^{(i-2)}}{da^4}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(3)} = -\tfrac{1}{96}.\left\{\begin{array}{l} \quad(+36 - 186\,i + 238\,i^2 - 108\,i^3 + 16\,i^4)\,A^{(i-3)} \\ +(-36 + 146\,i - 132\,i^2 + 32\,i^3)\,a\left(\frac{dA^{(i-3)}}{da}\right) \\ +(+18 - 51\,i + 24\,i^2)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-3)}}{da^2}\right) \\ +(-6 + 8\,i)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-3)}}{da^3}\right) + a^4\left(\frac{d^4A^{(i-3)}}{da^4}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(4)} = +\tfrac{1}{384}.\left\{\begin{array}{l} \quad(+24 - 146\,i + 211\,i^2 - 104\,i^3 + 16\,i^4)\,A^{(i-4)} \\ +(-24 + 116\,i - 120\,i^2 + 32\,i^3)\,a\left(\frac{dA^{(i-4)}}{da}\right) \\ +(+12 - 42\,i + 24\,i^2)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-4)}}{da^3}\right) \\ +(-4 + 8\,i)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-4)}}{da^3}\right) + a^4\left(\frac{d^4A^{(i-4)}}{da^4}\right) \end{array}\right\}.$$

La quatrième différence des coefficiens de A est 64 ou 4^3, la troisième différence des coefficiens de dA est 8, la seconde différence des coefficiens de ddA est 2, et la première différence des coefficiens de d^3A est 2.

Perturbations du cinquième ordre.

Soit

$$
\begin{aligned}
R = {} & M^{(0)}.\ e^5.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 5\,nt + 5\,\varepsilon - 5\,\varpi] \\
& + M^{(1)}.\ e^4 e'.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 5\,nt + 5\,\varepsilon - 4\,\varpi - \varpi'] \\
& + M^{(2)}.\ e^3 e'^2.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 5\,nt + 5\,\varepsilon - 3\,\varpi - 2\,\varpi'] \\
& + M^{(3)}.\ e^2 e'^3.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 5\,nt + 5\,\varepsilon - 2\,\varpi - 3\,\varpi'] \\
& + M^{(4)}.\ e e'^4.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 5\,nt + 5\,\varepsilon - \varpi - 4\,\varpi'] \\
& + M^{(5)}.\ e'^5.\ \cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 5\,nt + 5\,\varepsilon - 5\,\varpi']
\end{aligned}
$$

on aura

$$
M^{(0)} = -\frac{1}{3840}.\left\{
\begin{aligned}
& [+ 2194\,i - 3360\,i^2 + 1790\,i^3 - 400\,i^4 + 32\,i^5]\,A^{(i)} \\
& + [+ 625 - 2640\,i + 2375\,i^2 - 760\,i^3 + 80\,i^4]\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\
& + [- 500 + 1040\,i - 540\,i^2 + 80\,i^3]\,a^2\left(\frac{ddA^{(i)}}{da^2}\right) \\
& + [+ 150 - 170\,i + 40\,i^2]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^2}\right) \\
& + [- 20 + 10\,i]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i)}}{da^5}\right)
\end{aligned}
\right\};
$$

$$
M^{(1)} = +\frac{1}{768}.\left\{
\begin{aligned}
& \left\{\begin{aligned} & - 206\,(i-1) - 129\,(i-1)^2 + 446\,(i-1)^3 \\ & - 224\,(i-1)^4 + 32\,(i-1)^5 \end{aligned}\right\} A^{(i-1)} \\
& + \left\{\begin{aligned} & - 128 + 138\,(i-1) + 419\,(i-1)^2 \\ & - 392\,(i-1)^3 + 80\,(i-1)^4 \end{aligned}\right\} a\left(\frac{dA^{(i-1)}}{da}\right) \\
& + \left\{\begin{aligned} & + 80 + 98\,(i-1) - 252\,(i-1)^2 \\ & + 80\,(i-1)^3 \end{aligned}\right\} a^2\left(\frac{ddA^{(i-1)}}{da^2}\right) \\
& + [- 70\,(i-1) + 40\,(i-1)^2]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-1)}}{da^3}\right) \\
& + [- 7 + 10\,(i-1)]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-1)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i-1)}}{da^5}\right)
\end{aligned}
\right\};
$$

$$
M^{(2)} = -\frac{1}{384}.\left\{
\begin{aligned}
& \left\{\begin{aligned} & + 104\,(i-2) + 114\,(i-2)^2 - 134\,(i-2)^3 \\ & - 48\,(i-2)^4 + 32\,(i-2)^5 \end{aligned}\right\} A^{(i-2)} \\
& + \left\{\begin{aligned} & + 90 + 3\,(i-2) - 271\,(i-2)^2 \\ & - 24\,(i-2)^3 + 80\,(i-2)^4 \end{aligned}\right\} a\left(\frac{dA^{(i-2)}}{da}\right) \\
& + \left\{\begin{aligned} & - 36 - 148\,(i-2) + 36\,(i-2)^2 \\ & + 80\,(i-2)^3 \end{aligned}\right\} a^2\left(\frac{ddA^{(i-2)}}{da^2}\right) \\
& + [- 23 + 30\,(i-2) + 40\,(i-2)^2]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-2)}}{da^3}\right) \\
& + [6 + 10\,(i-2)]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-2)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i-2)}}{da^5}\right)
\end{aligned}
\right\};
$$

$$M^{(3)} = +\tfrac{1}{384}\cdot\left\{\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} -135\,(i-3) - 217\,(i-3)^2 + 50\,(i-3)^3 \\ +128\,(i-3)^4 + 32\,(i-3)^5 \end{array}\right\} A^{(i-3)} \\ + \left\{\begin{array}{l} -156 - 175\,(i-3) + 305\,(i-3)^2 \\ +344\,(i-3)^3 + 80\,(i-3)^4 \end{array}\right\} a\left(\dfrac{dA^{(i-3)}}{da}\right) \\ + \left\{\begin{array}{l} -3 + 302\,(i-3) + 324\,(i-3)^2 \\ +80\,(i-3)^3 \end{array}\right\} a^2\left(\dfrac{d^2A^{(i-3)}}{da^2}\right) \\ + [+81 + 130\,(i-3) + 40\,(i-3)^2]\, a^2\left(\dfrac{d^3A^{(i-3)}}{da^3}\right) \\ + [+19 + 10\,(i-3)]\, a^4\left(\dfrac{d^4A^{(i-3)}}{da^4}\right) + a^5\left(\dfrac{d^5A^{(i-3)}}{da^5}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(4)} = -\tfrac{1}{768}\cdot\left\{\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} +512\,(i-4) + 1292\,(i-4)^2 + 998\,(i-4)^3 \\ +304\,(i-4)^4 + 32\,(i-4)^5 \end{array}\right\} A^{(i-4)} \\ + \left\{\begin{array}{l} +824 + 2474\,(i-4) + 2147\,(i-4)^2 \\ +712\,(i-4)^3 + 80\,(i-4)^4 \end{array}\right\} a\left(\dfrac{dA^{(i-4)}}{da}\right) \\ + \left\{\begin{array}{l} +1024 + 1448\,(i-4) + 612\,(i-4)^2 \\ +80\,(i-4)^3 \end{array}\right\} a^2\left(\dfrac{ddA^{(i-4)}}{da^2}\right) \\ + [312 + 230\,(i-4) + 40\,(i-4)^2]\, a^3\left(\dfrac{d^3A^{(i-4)}}{da^3}\right) \\ + [32 + 10\,(i-4)]\, a^4\left(\dfrac{d^4A^{(i-4)}}{da^4}\right) + a^5\left(\dfrac{d^5A^{(i-4)}}{da^5}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(5)} = +\tfrac{1}{3840}\cdot\left\{\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} 3125 + 8174\,(i-5) + 7055\,(i-5)^2 \\ +2710\,(i-5)^3 + 480\,(i-5)^4 + 32\,(i-5)^5 \end{array}\right\} A^{(i-5)} \\ + \left\{\begin{array}{l} 7845 + 10820\,(i-5) + 5255\,(i-5)^2 \\ +1080\,(i-5)^3 + 80\,(i-5)^4 \end{array}\right\} a\left(\dfrac{dA^{(i-5)}}{da}\right) \\ + \left\{\begin{array}{l} 3890 + 3290\,(i-5) + 900\,(i-5)^2 \\ +80\,(i-5)^3 \end{array}\right\} a^2\left(\dfrac{ddA^{(i-5)}}{da^2}\right) \\ + [670 + 330\,(i-5) + 40\,(i-5)^2]\, a^3\left(\dfrac{d^3A^{(i-5)}}{da^3}\right) \\ + [45 + 10\,(i-5)]\, a^4\left(\dfrac{d^4A^{(i-5)}}{da^4}\right) + a^5\left(\dfrac{d^5A^{(i-5)}}{da^5}\right) \end{array}\right\}.$$

En développant ces valeurs selon les puissances de i, on aura

$$M^{(0)} = \left\{\begin{array}{l} (* \quad + 2194\,i - 3360\,i^2 + 1790\,i^3 - 400\,i^4 + 32\,i^5)\, A^{(i)} \\ + (+625 - 2640\,i + 2375\,i^2 - 760\,i^3 + 80\,i^4)\, a\left(\dfrac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ + (-500 + 1040\,i - 540\,i^2 + 80\,i^3)\, a^2\left(\dfrac{ddA^{(i)}}{da^2}\right) \\ + (+150 - 170\,i + 40\,i^2)\, a^3\left(\dfrac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) \\ + (-20 + 10\,i)\, a^4\left(\dfrac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right) + a^5\left(\dfrac{d^5A^{(i)}}{da^5}\right) \end{array}\right\};$$

$$M^{(1)} = \left\{ \begin{array}{l} (-625 + 2446\,i - 3131\,i^2 + 1662\,i^3 - 384\,i^4 + 32\,i^5)\,A^{(i-1)} \\ + (+625 - 2196\,i + 2075\,i^2 - 712\,i^3 + 80\,i^4)\,a\left(\frac{dA^{(i-1)}}{da}\right) \\ + (-350 + 842\,i + 492\,i^2 + 80\,i^3)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-1)}}{da^2}\right) \\ + (+110 - 150\,i + 40\,i^2)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-1)}}{da^3}\right) \\ + (-17 + 10\,i)\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-1)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i-1)}}{da^5}\right) \end{array} \right\};$$

$$M^{(2)} = \left\{ \begin{array}{l} (-472 + 2136\,i - 2794\,i^2 + 1530\,i^3 - 368\,i^4 + 32\,i^5)\,A^{(i-2)} \\ + (+472 - 1761\,i + 1793\,i^2 - 664\,i^3 + 80\,i^4)\,a\left(\frac{dA^{(i-2)}}{da}\right) \\ + (-236 + 668\,i - 444\,i^2 + 80\,i^3)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-2)}}{da^2}\right) \\ + (+77 - 130\,i + 40\,i^2\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-2)}}{da^3}\right) \\ + (-14 + 10\,i)\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-2)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i-2)}}{da^5}\right) \end{array} \right\};$$

$$M^{(3)} = \left\{ \begin{array}{l} (-306 + 1653\,i - 2395\,i^2 + 1394\,i^3 - 352\,i^4 + 32\,i^5)\,A^{(i-3)} \\ + (+306 - 1357\,i + 1529\,i^2 - 616\,i^3 + 80\,i^4)\,a\left(\frac{dA^{(i-3)}}{da}\right) \\ + (-153 + 518\,i - 396\,i^2 + 80\,i^3)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-3)}}{da^2}\right) \\ + (+51 - 110\,i + 40\,i^2)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-3)}}{da^3}\right) \\ + (-11 + 10\,i)\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-3)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i-3)}}{da^5}\right) \end{array} \right\};$$

$$M^{(4)} = \left\{ \begin{array}{l} (-192 + 1216\,i - 1980\,i^2 + 1254\,i^3 - 336\,i^4 + 32\,i^5)\,A^{(i-4)} \\ + (+192 - 1006\,i + 1283\,i^2 - 568\,i^3 + 80\,i^4)\,a\left(\frac{dA^{(i-4)}}{da}\right) \\ + (-96 + 392\,i - 348\,i^2 + 80\,i^3)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-4)}}{da^2}\right) \\ + (+32 - 90\,i + 40\,i^2)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-4)}}{da^3}\right) \\ + (-8 + 10\,i)\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-4)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i-4)}}{da^5}\right) \end{array} \right\};$$

$$M^{(5)} = \left\{ \begin{array}{l} (-120 + 874\,i - 1595\,i^2 + 1110\,i^3 - 320\,i^4 + 32\,i^5)\,A^{(i-5)} \\ + (+120 - 730\,i + 1055\,i^2 - 520\,i^3 + 80\,i^4)\,a\left(\frac{dA^{(i5)}}{da}\right) \\ + (-60 + 290\,i - 300\,i^2 + 80\,i^3)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-5)}}{da^2}\right) \\ + (+20 - 70\,i + 40\,i^2)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-5)}}{da^3}\right) \\ + (-5 + 10\,i)\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-5)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i-5)}}{da^5}\right) \end{array} \right\}.$$

La première différence des d^4A est 3, la 2e des d^3A est 7 ou $3^2 - 1$, la 3e des d^2A est 5, la 4e des dA est 75 ou $3 . 5^2$, et la 5e des A est 625 ou 5^4.

On multipliera $M^{(0)}$ par $-\frac{1}{3840}$, $M^{(1)}$ par $+\frac{1}{768}$, $M^{(2)}$ por $-\frac{1}{384}$, $M^{(3)}$ par $+\frac{1}{384}$, $M^{(4)}$ par $-\frac{1}{768}$ et $M^{(5)}$ par $+\frac{1}{3840}$.

Perturbations du sixième ordre.

Soit

$$\begin{aligned} R = {} & M^{(0)} . e^6 . \cos . [i(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 6nt + 6\epsilon - 6\varpi] \\ & + M^{(1)} . e^5 e' \text{ etc.} \\ & + \text{etc.} + M^{(6)} . e'^6 . \cos . [i(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 6nt + 6\epsilon - 6\varpi'] \end{aligned}$$

on aura

$$M^{(0)} = \frac{1}{46080} . \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -29352\, i + 48538\, i^2 - 27925\, i^3 + 8660\, i^4 \\ -1200\, i^5 + 64\, i^6 \end{array} \right\} A^{(i)} \\ + \left\{ \begin{array}{l} -7776 + 36324\, i - 37890\, i^2 + 15780\, i^3 \\ -2880\, i^4 + 192\, i^5 \end{array} \right\} a \left(\frac{dA^{(i)}}{da} \right) \\ + \left\{ \begin{array}{l} +6480 - 15810\, i + 10725\, i^2 \\ -2760\, i^3 + 240\, i^4 \end{array} \right\} a^2 \left(\frac{ddA^{(i)}}{da^2} \right) \\ + [-2160 + 3220\, i - 1320\, i^2 + 160\, i^3]\, a^3 \left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3} \right) \\ + [+360 - 315\, i + 60\, i^2]\, a^4 \left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4} \right) \\ + [-30 + 12\, i]\, a^5 \left(\frac{d^5A^{(i)}}{da^5} \right) + a^6 \left(\frac{d^6A^{(i)}}{da^6} \right) \end{array} \right\};$$

$$M^{(1)} = -\frac{1}{7680} . \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} +2194\,(i-1) + 1028\,(i-1)^2 - 5930\,(i-1)^3 \\ +3180\,(i-1)^4 - 768\,(i-1)^5 + 64\,(i-1)^6 \end{array} \right\} A^{(i-1)} \\ + \left\{ \begin{array}{l} +1250 - 1836\,(i-1) - 3890\,(i-1)^2 \\ +5020\,(i-1)^3 - 1760\,(i-1)^4 \\ +192\,(i-1)^5 \end{array} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-1)}}{da} \right) \\ + \left\{ \begin{array}{l} -875 - 520\,(i-1) + 2775\,(i-1)^2 \\ -1600\,(i-1)^3 + 240\,(i-1)^4 \end{array} \right\} a^2 \left(\frac{ddA^{(i-1)}}{da^2} \right) \\ + \left\{ \begin{array}{l} +100 + 660\,(i-1) - 720\,(i-1)^2 \\ +160\,(i-1)^3 \end{array} \right\} a^3 \left(\frac{d^3A^{(i-1)}}{da^3} \right) \\ + [+50 - 160\,(i-1) + 60\,(i-1)^2]\, a^4 \left(\frac{d^4A^{(i-1)}}{da^4} \right) \\ + [-14 + 12\,(i-1)]\, a^5 \left(\frac{d^5A^{(i-1)}}{da^5} \right) + a^6 \left(\frac{d^6A^{(i-1)}}{da^6} \right) \end{array} \right\};$$

$$M^{(2)} = \frac{1}{3072} \cdot \left\{ \begin{array}{l}
+\left\{ \begin{array}{l} -824(i-2) - 722(i-2)^2 + 61(i-2)^3 \\ +116(i-2)^4 - 336(i-2)^5 + 64(i-2)^6 \end{array} \right\} A^{(i-2)} \\
+\left\{ \begin{array}{l} -640 + 292(i-2) + 1910(i-2)^2 \\ -508(i-2)^3 - 640(i-2)^4 \\ +192(i-2)^5 \end{array} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-2)}}{da} \right) \\
+\left\{ \begin{array}{l} +352 + 838(i-2) - 915(i-2)^2 \\ -440(i-2)^3 + 240(i-2)^4 \end{array} \right\} a^2 \left(\frac{d^2A^{(i-2)}}{da^2} \right) \\
+\left\{ \begin{array}{l} +80 - 380(i-2) - 120(i-2)^2 \\ +160(i-2)^3 \end{array} \right\} a^3 \left(\frac{d^3A^{(i-2)}}{da^3} \right) \\
+\left[-56 - 5(i-2) + 60(i-2)^2 \right] a^4 \left(\frac{d^4A^{(i-2)}}{da^4} \right) \\
+\left[2 + 12(i-2) \right] a^5 \left(\frac{d^5A^{(i-2)}}{da^5} \right) + a^6 \left(\frac{d^6A^{(i-2)}}{da^6} \right)
\end{array} \right\};$$

$$M^{(3)} = -\frac{1}{2304} \cdot \left\{ \begin{array}{l}
+\left\{ \begin{array}{l} +702(i-3) + 880(i-3)^2 - 642(i-3)^3 \\ -532(i-3)^4 + 96(i-3)^5 + 64(i-3)^6 \end{array} \right\} A^{(i-3)} \\
+\left\{ \begin{array}{l} +702 + 264(i-3) - 2130(i-3)^2 \\ -804(i-3)^3 + 480(i-3)^4 \\ +192(i-3)^5 \end{array} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-3)}}{da} \right) \\
+\left\{ \begin{array}{l} -225 - 1350(i-3) - 345(i-3)^2 \\ +720(i-3)^3 + 240(i-3)^4 \end{array} \right\} a^2 \left(\frac{d^2A^{(i-3)}}{da^2} \right) \\
+\left\{ \begin{array}{l} -264 + 100(i-3) + 480(i-3)^2 \\ +160(i-3)^3 \end{array} \right\} a^5 \left(\frac{d^3A^{(i-3)}}{da^3} \right) \\
+\left[+42 + 150(i-3) + 60(i-3)^2 \right] a^4 \left(\frac{d^4A^{(i-3)}}{pa^4} \right) \\
+\left[18 + 12(i-3) \right] a^5 \left(\frac{d^5A^{(i-3)}}{da^5} \right) + a^6 \left(\frac{d^6A^{(i-3)}}{da^6} \right)
\end{array} \right\};$$

$$M^{(4)} = \frac{1}{3072} \cdot \left\{ \begin{array}{l}
+\left\{ \begin{array}{l} -1280(i-4) - 2302(i-4)^2 + 1271(i-4)^3 \\ +1236(i-4)^4 + 528(i-4)^5 + 64(i-4)^6 \end{array} \right\} A^{(i-4)} \\
+\left\{ \begin{array}{l} -1648 - 2220(i-4) + 2350(i-4)^2 \\ +4132(i-4)^3 + 1600(i-4)^4 \\ +192(i-4)^5 \end{array} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-4)}}{da} \right) \\
+\left\{ \begin{array}{l} -200 + 3302(i-4) + 4485(i-4)^2 \\ +1880(i-4)^3 + 240(i-4)^4 \end{array} \right\} a^2 \left(\frac{d^2A^{(i-4)}}{da^2} \right) \\
+\left\{ \begin{array}{l} +1024 + 2100(i-4) + 1080(i-4)^2 \\ +160(i-4)^3 \end{array} \right\} a^3 \left(\frac{d^3A^{(i-4)}}{da^3} \right) \\
+\left[+344 + 305(i-4) + 60(i-4)^2 \right] a^4 \left(\frac{d^4A^{(i-4)}}{da^4} \right) \\
+\left[34 + 12(i-4) \right] a^5 \left(\frac{d^5A^{(i-4)}}{da^5} \right) + a^6 \left(\frac{d^6A^{(i-6)}}{da^6} \right)
\end{array} \right\};$$

$$M^{(5)} = -\frac{1}{7680}\cdot\left\{\begin{array}{l}
+\left\{\begin{array}{l}+6250(i-5)+16228(i-5)^2+15110(i-5)^3\\ +5420(i-5)^4+960(i-5)^5+64(i-5)^6\end{array}\right\}A^{(i-5)}\\
+\left\{\begin{array}{l}+10970+34684(i-5)\\ +33710(i-5)^2+14300(i-5)^3\\ +2720(i-5)^4+192(i-5)^5\end{array}\right\}a\left(\frac{dA^{(i-5)}}{da}\right)\\
+\left\{\begin{array}{l}+15625+25180(i-5)\\ +13575(i-5)^2+3040(i-5)^3\\ +240(i-5)^4\end{array}\right\}a^2\left(\frac{d^2A^{(i-5)}}{da^2}\right)\\
+\left\{\begin{array}{l}+5900+5620(i-5)\\ +1680(i-5)^2+160(i-5)^3\end{array}\right\}a^3\left(\frac{d^3A^{(i-5)}}{da^3}\right)\\
+[+850+460(i-5)+60(i-5)^2]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-5)}}{da^5}\right)\\
+[50+12(i-5)]\,a^5\left(\frac{d^5A^{(i-5)}}{da^5}\right)+a^6\left(\frac{d^6A^{(i-6)}}{da^6}\right)
\end{array}\right\};$$

$$M^{(6)} = \frac{1}{46080}\cdot\left\{\begin{array}{l}
+\left\{\begin{array}{l}+46656+125616(i-6)+117238(i-6)^2\\ +50185(i-6)^3+12020(i-6)^4\\ +1392(i-6)^5+64(i-6)^6\end{array}\right\}A^{(i-6)}\\
+\left\{\begin{array}{l}+129456+194964(i-6)\\ +110310(i-6)^2+29700(i-6)^3\\ +3840(i-6)^4+192(i-6)^5\end{array}\right\}a\left(\frac{dA^{(i-6)}}{da}\right)\\
+\left\{\begin{array}{l}+75240+74670(i-6)\\ +26925(i-6)^2+4200(i-6)^3\\ +240(i-6)^4\end{array}\right\}a^2\left(\frac{ddA^{(i-6)}}{da^2}\right)\\
+\left\{\begin{array}{l}+16320+10660(i-6)\\ +2280(i-6)^2+160(i-6)^3\end{array}\right\}a^3\left(\frac{d^3A^{(i-6)}}{da^3}\right)\\
+[+1560+615(i-6)+60(i-6)^2]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-6)}}{da^4}\right)\\
+[66+12(i-6)]\,a^5\left(\frac{d^5A^{(i-6)}}{da^5}\right)+a^6\left(\frac{d^6A^{(i-6)}}{da^6}\right)
\end{array}\right\}.$$

En rapportant ces valeurs aux puissances de i, on aura les coefficiens suivans de A :

$$M^{(0)} = \left\{\begin{array}{l} \quad * \quad -29352\,i+48538\,i^2-27925\,i^3+8660\,i^4\\ -1200\,i^5+64\,i^6\end{array}\right\}A^{(i)}$$

$$M^{(1)} = \left\{\begin{array}{l}+8776-34596\,i+46538\,i^2-27610\,i^3+7276\,i^4\\ -1152\,i^5+64\,i^6\end{array}\right\}A^{(i-1)}$$

$$M^{(2)} = \left\{ \begin{matrix} +14976 - 40084\, i + 43936\, i^2 - 24547\, i^3 + 4500\, i^4 \\ -1104\, i^5 + 64\, i^6 \end{matrix} \right\} A^{(i-2)}$$

$$M^{(3)} = \left\{ \begin{matrix} +3384 - 15375\, i + 29770\, i^2 - 20178\, i^3 + 332\, i^4 \\ -1056\, i^5 + 64\, i^6 \end{matrix} \right\} A^{(i-3)}$$

$$M^{(4)} = \left\{ \begin{matrix} -75168 + 44352\, i + 8942\, i^2 - 15945\, i^3 - 5228\, i^4 \\ -1008\, i^5 + 64\, i^6 \end{matrix} \right\} A^{(i-4)}$$

$$M^{(5)} = \left\{ \begin{matrix} -12680 + 67220\, i + 2578\, i^2 - 13290\, i^3 - 12180\, i^4 \\ -960\, i^5 + 64\, i^6 \end{matrix} \right\} A^{(i-3)}$$

$$M^{(6)} = \left\{ \begin{matrix} +41328 - 212484\, i + 47668\, i^2 - 13655\, i^3 - 20524\, i^4 \\ -912\, i^5 + 64\, i^6 \end{matrix} \right\} A^{(i-6)}$$

Les coefficiens de dA seront

$$M^{(0)} = \left\{ \begin{matrix} -7776 + 36324\, i - 37890\, i^2 + 15780\, i^3 \\ -2880\, i^4 + 192\, i^5 \end{matrix} \right\} a \left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right)$$

$$M^{(1)} = \left\{ \begin{matrix} -7776 + 29004\, i - 33350\, i^2 + 13980\, i^3 \\ -2720\, i^4 + 192\, i^5 \end{matrix} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-1)}}{da}\right)$$

$$M^{(2)} = \left\{ \begin{matrix} -5904 + 22396\, i - 41122\, i^2 + 12292\, i^3 \\ -2560\, i^4 + 192\, i^5 \end{matrix} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-2)}}{da}\right)$$

$$M^{(3)} = \left\{ \begin{matrix} -5328 + 17256\, i - 72654\, i^2 + 10716\, i^3 \\ -2400\, i^4 + 192\, i^5 \end{matrix} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-3)}}{da}\right)$$

$$M^{(4)} = \left\{ \begin{matrix} -6624 + 13476\, i - 139394\, i^2 + 9252\, i^3 \\ -2240\, i^4 + 192\, i^5 \end{matrix} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-4)}}{da}\right)$$

$$M^{(5)} = \left\{ \begin{matrix} -7200 + 10084\, i - 252790\, i^2 + 7900\, i^3 \\ -2080\, i^4 + 192\, i^5 \end{matrix} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-5)}}{da}\right)$$

$$M^{(6)} = \left\{ \begin{matrix} -720 + 5244\, i - 424290\, i^2 + 6660\, i^3 \\ -1920\, i^4 + 192\, i^5 \end{matrix} \right\} a \left(\frac{dA^{(i-6)}}{da}\right)$$

Les coefficiens de d^2A seront

$$M^{(0)} = \left\{ \begin{matrix} +6480 - 15810\, i + 10725\, i^2 \\ -2760\, i^3 + 240\, i^4 \end{matrix} \right\} a^2 \left(\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}\right)$$

$$M^{(1)} = \left\{ \begin{matrix} +4260 - 11830\, i + 9015\, i^2 \\ -2560\, i^3 + 240\, i^4 \end{matrix} \right\} a^2 \left(\frac{d^2A^{(i-1)}}{da^2}\right)$$

$$M^{(2)} = \left\{ \begin{matrix} +2376 - 8462\, i + 7485\, i^2 \\ -2360\, i^3 + 240\, i^4 \end{matrix} \right\} a^2 \left(\frac{d^2A^{(i-2)}}{da^2}\right)$$

$$M^{(3)} = \left\{\begin{matrix} + \; 720 - 5760\, i + 6135\, i^2 \\ - 2160\, i^3 + 240\, i^4 \end{matrix}\right\} a^2 \left(\frac{d^2 A^{(i-3)}}{da^2}\right)$$

$$M^{(4)} = \left\{\begin{matrix} - \; 528 - 3778\, i + 4965\, i^2 \\ - 1960\, i^3 + 240\, i^4 \end{matrix}\right\} a^2 \left(\frac{d^2 A^{(i-4)}}{da^2}\right)$$

$$M^{(5)} = \left\{\begin{matrix} - \; 900 - 2570\, i + 3975\, i^2 \\ - 1760\, i^3 + 240\, i^4 \end{matrix}\right\} a^2 \left(\frac{d^2 A^{(i-5)}}{da^2}\right)$$

$$M^{(6)} = \left\{\begin{matrix} + \; 360 - 2190\, i + 3165\, i^2 \\ - 1560\, i^3 + 240\, i^4 \end{matrix}\right\} a^2 \left(\frac{d^2 A^{(i-6)}}{da^2}\right)$$

Enfin ceux des autres différentielles de A seront

$$M^{(0)} = \left\{\begin{matrix} (-2160 + 3220\, i - 1320\, i^2 + 160\, i^3)\, a^3 \left(\frac{d^3 A^{(i)}}{da^3}\right) \\ + (+360 - 315\, i + 60\, i^2)\, a^4 \left(\frac{d^4 A^{(i)}}{da^4}\right) \\ + (-30 + 12\, i)\, a^5 \left(\frac{d^5 A^{(i)}}{da^5}\right) + a^6 \left(\frac{d^6 A^{(i)}}{da^6}\right) \end{matrix}\right\}$$

$$M^{(1)} = \left\{\begin{matrix} (-1440 + 2580\, i - 1200\, i^2 + 160\, i^3)\, a^3 \left(\frac{d^3 A^{(i-1)}}{da^3}\right) \\ + (+270 - 280\, i + 60\, i^2)\, a^4 \left(\frac{d^4 A^{(i-1)}}{da^4}\right) \\ + (-26 + 12\, i)\, a^5 \left(\frac{d^5 A^{(i-1)}}{da^4}\right) + a^6 \left(\frac{d^6 A^{(i-1)}}{da^6}\right) \end{matrix}\right\}$$

$$M^{(2)} = \left\{\begin{matrix} (-920 + 2020\, i - 1080\, i^2 + 160\, i^3)\, a^3 \left(\frac{d^3 A^{(i-2)}}{da^3}\right) \\ + (+194 - 245\, i + 60\, i^2)\, a^4 \left(\frac{d^4 A^{(i-2)}}{da^4}\right) \\ + (-22 + 12\, i)\, a^5 \left(\frac{d^5 A^{(i-2)}}{da^5}\right) + a^6 \left(\frac{d^6 A^{(i-2)}}{da^6}\right) \end{matrix}\right\}$$

$$M^{(3)} = \left\{\begin{matrix} (-564 + 1540\, i - 960\, i^2 + 160\, i^3)\, a^3 \left(\frac{d^3 A^{(i-3)}}{da^3}\right) \\ + (+132 - 210\, i + 60\, i^2)\, a^4 \left(\frac{d^4 A^{(i-3)}}{da^4}\right) \\ + (-18 + 12\, i)\, a^5 \left(\frac{d^5 A^{(i-3)}}{da^5}\right) + a^6 \left(\frac{d^6 A^{(i-3)}}{da^6}\right) \end{matrix}\right\}$$

$$M^{(4)} = \left\{\begin{matrix} (-336 + 1140\, i - 840\, i^2 + 160\, i^3)\, a^3 \left(\frac{d^3 A^{(i-1)}}{da^3}\right) \\ + (+84 - 175\, i + 60\, i^2)\, a^4 \left(\frac{d^4 A^{(i-4)}}{da^4}\right) \\ + (-14 + 12\, i)\, a^5 \left(\frac{d^5 A^{(i-4)}}{da^5}\right) + a^6 \left(\frac{d^6 A^{(i-6)}}{da^6}\right) \end{matrix}\right\}$$

$$M^{(5)} = \left\{ \begin{array}{l} \quad (-200 + 820\,i - 720\,i^2 + 160\,i^3)\,a^3 \left(\frac{d^3 A^{(i-5)}}{da^3}\right) \\ + (+50 - 140\,i + 60\,i^2)\,a^4 \left(\frac{d^4 A^{(i-5)}}{da^4}\right) \\ + (-10 + 12\,i)\,a^5 \left(\frac{d^5 A^{(i-5)}}{da^5}\right) + a^6 \left(\frac{d^6 A^{(i-6)}}{da^6}\right) \end{array} \right\}$$

$$M^{(6)} = \left\{ \begin{array}{l} \quad (-120 + 580\,i - 600\,i^2 + 160\,i^3)\,a^3 \left(\frac{d^3 A^{(i-6)}}{da^3}\right) \\ + (+30 - 105\,i + 60\,i^2)\,a^4 \left(\frac{d^4 A^{(i-6)}}{da^4}\right) \\ + (-6 + 12\,i)\,a^5 \left(\frac{d^5 A^{(i-6)}}{da^5}\right) + a^6 \left(\frac{d^6 A^{(i-6)}}{da^6}\right) \end{array} \right\}.$$

Les termes que nous venons de considérer, et qui sont de l'ordre le moins élevé parmi ceux de chaque cosinus, présentent une marche bien plus régulière que les suivans; la raison m'en paroît être due à ce qu'ils résultent d'une manière constante et uniforme par l'addition des angles, au lieu que les autres naissent par l'addition et la soustraction des différens angles. J'ai essayé d'en trouver une loi générale, dont voici quelques termes.

Soit

$$R = M^{(\kappa)}.\, e'^{\kappa} e^{\beta-\kappa}. \cos.[i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + \beta nt + \beta\varepsilon - (\beta - \kappa)\varpi - \kappa\varpi']$$

on aura

$$M^{(\kappa)} = a^{\beta}. \left(\frac{d^{\beta} A^{(i-\kappa)}}{da^{\beta}}\right) + [2\beta i - (\beta - 1).(\beta + \kappa) + \kappa]\, a^{(\beta-1)} \left(\frac{d^{\beta-1} A^{(i-\kappa)}}{da^{\beta-1}}\right)$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} 2\beta.(\beta-1)\,i^2 - (\beta-1)\,[\tfrac{1}{2}\beta(4\beta-3) - (2\beta-5)\kappa]\,i \\ + \left\{ \begin{array}{l} \frac{\beta^2\,(\beta-1).(\beta-2)}{2} \\ -\kappa. \frac{(\beta-1).\,(\beta-3)}{2}. (2\beta - \kappa + 1) - \frac{\kappa.\,(\kappa-1)}{2} \end{array} \right\} \end{array} \right\} a^{(\beta-2)} \left(\frac{d^{\beta-2} A^{(i-\kappa)}}{da^{\beta-2}}\right)$$

$+$ etc.

Le tout sera multiplié par

$$\frac{\pm 1}{2^{\beta}.\,(1.\,2.\,3\ldots\ldots \kappa).\,1.\,2.\,3\ldots\ldots (\beta - \kappa)}$$

Il ne seroit pas difficile de continuer cette recherche : mais elle promet peu de succès, les termes devenant de plus en plus compliqués ; de sorte qu'on n'aperçoit aucune loi générale.

J'ai fait un essai semblable avec aussi peu de succès, en considérant la série des coefficiens qui appartiennent à la quantité $A^{(i)}$ et à ses différentielles. Néanmoins comme on peut considérer les termes d'un coefficient rangés de beaucoup d'autres manières, il seroit possible qu'il y en eût où la loi de progression devînt évidente.

SECONDE PARTIE.

Perturbations des ordres supérieurs qui ressemblent et qui peuvent se réunir aux ordres inférieurs.

Cette partie aura besoin de beaucoup d'indulgence de la part des astronomes, à cause des fautes qui s'y trouveront et qui auroient exigé de nouvelles vérifications ; mais après une si longue interruption on ne peut guère vérifier un semblable travail qu'en recommençant tout de nouveau. Je l'ai essayé pour satisfaire aux desirs d'un illustre Géomètre qui m'avoit demandé une vérification de quelques calculs analogues déjà imprimés, et qui pouvoient se déduire de ces formules générales. Ma santé ne m'a pas permis d'achever ce travail. Je me suis pourtant permis de le publier tel qu'il étoit, malgré ses défauts, pour faire voir que les méthodes ordinaires suffisent pour les développemens de ces termes, et qu'on

pourroit même aller plus loin. Du reste le prix proposé par la Classe pour les perturbations de Pallas nous fournira cette vérification, si les concurrens suivent les méthodes ordinaires, ou la rendront inutile s'ils se sont frayés une route nouvelle et supérieure à l'ancienne.

Perturbations du troisième ordre qui ressemblent aux termes du premier ordre.

Soit

$$\begin{aligned} R = {} & N^{(0)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon + \varpi' - 2\,\varpi] \\ & + N^{(1)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon - \varpi] \\ & + N^{(2)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon - \varpi'] \\ & + N^{(3)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon - 2\,\varpi' + \varpi] \end{aligned}$$

on aura

$$N^{(0)} = + \frac{e^2e'}{16}.\left\{\begin{aligned} & [5\,(i+1) - 14\,(i+1)^2 + 8\,(i+1)^3]\,A^{(i+1)} \\ & + [4 - 7\,(i+1) + 4\,(i+1)^2]\,a\left(\frac{dA^{(i+1)}}{da}\right) \\ & - [1 + 2\,(i+1)]\,a^2\left(\frac{ddA^{(i+1)}}{da^2}\right) - a^3\left(\frac{d^3A^{(+1i)}}{da^3}\right) \end{aligned}\right\};$$

$$N^{(1)} = \left\{\begin{aligned} & \frac{e^3}{16}.\left\{\begin{aligned} & (-2\,i + 10\,i^2 - 8\,i^3)\,A^{(i)} + (14\,i + 4\,i^2)\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ & + (2 + 2\,i)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}\right) + a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) \end{aligned}\right\} \\ & + \frac{ee'^2}{16}.\left\{\begin{aligned} & -8\,i\,A^{(i)} + (4 - 8\,i)\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) + 8\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}\right) \\ & + 2\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) \end{aligned}\right\} \end{aligned}\right\};$$

$$N^{(2)} = \left\{\begin{aligned} & -\frac{e'^3}{16}.\left\{\begin{aligned} & (22 - 30\,i + 18\,i^2 - 8\,i^3)\,A^{(i-1)} \\ & + (26 - 20\,i + 4\,i^2)\,a\left(\frac{dA^{(i-1)}}{da}\right) \\ & + (5 + 2\,i)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i-1)}}{da^2}\right) + a^3\left(\frac{d^3A^{(i-1)}}{da^3}\right) \end{aligned}\right\} \\ & - \frac{e'e^2}{16}.\left[8\,i\,a\left(\frac{dA^{(i-1)}}{da}\right) + 10\,a^2\left(\frac{ddA^{(i-1)}}{da^2}\right) + 2\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-1)}}{da^3}\right)\right] \end{aligned}\right\};$$

$$N^{(3)} = \frac{e'^2 e}{16} \cdot \left\{ \begin{array}{l} [-8(i-2) - 18(i-2)^2 - 8(i-2)^3]\, A^{(i-2)} \\ + [10 + (i-2) - 4(i-2)^2]\, a \left(\frac{dA^{(i-2)}}{da}\right) \\ + [+8 + 2(i-2)]\, a^2 \left(\frac{ddA^{(i-2)}}{da^2}\right) + a^3 \left(\frac{d^3A^{(i-2)}}{da^3}\right) \end{array} \right\}.$$

Perturbations du quatrième ordre qui ressemblent aux termes du second ordre.

Soit

$$\begin{array}{l} R = N^{(0)}.\, cos.\, [i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 2nt + 2\varepsilon + \varpi' - 3\varpi] \\ \quad + N^{(1)}.\, cos.\, [i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 2nt + 2\varepsilon - 2\varpi] \\ \quad + N^{(2)}.\, cos.\, [i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 2nt + 2\varepsilon - \varpi - \varpi'] \\ \quad + N^{(3)}.\, cos.\, [i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 2nt + 2\varepsilon - 2\varpi'] \\ \quad + N^{(4)}.\, cos.\, [i(u't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 2nt + 2\varepsilon - 3\varpi' + \varpi] \end{array}$$

on aura

$$N^{(0)} = -\frac{e'e^3}{96} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} +26(i+1) - 82(i+1)^2 + 68(i+1)^3 \\ -16(i+1)^4 \end{array} \right\} A^{(i+1)} \\ + \left\{ \begin{array}{l} 18 - 46(i+1) + 48(i+1)^2 \\ -16(i+1)^3 \end{array} \right\} a \left(\frac{dA^{(i+1)}}{da}\right) \\ + [-9 + 3(i+1)]\, a^2 \left(\frac{ddA^{(i+1)}}{da^2}\right) \\ + [-2 + 4(i+1)]\, a^3 \left(\frac{d^3A^{(i+1)}}{da^3}\right) + a^4 \left(\frac{d^4A^{(i+1)}}{da^4}\right) \end{array} \right\};$$

$$N^{(1)} = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{e^4}{96} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (22i - 64ii + 60i^3 - 16i^4)\, A^{(i)} \\ + (16 - 28i + 48ii - 16i^3)\, a \left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ + (-12 + 9i)\, a^2 \left(\frac{ddA^{(i)}}{da^2}\right) + 4i\, a^3 \left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^2}\right) + a^4 \left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right) \end{array} \right\} \\ + \frac{e^2e'^2}{96} \cdot \left\{ \begin{array}{l} + (+60i^3 - 16i^4)\, A^{(i)} \\ + (-12 - 78i + 48i^2)\, a \left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ + (-6 - 39i)\, a^2 \left(\frac{ddA^{(i)}}{da^2}\right) + 12\, a^3 \left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) \\ + 3\, a^4 \left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right) \end{array} \right\} \end{array} \right\};$$

$$N^{(2)} = \left\{ \begin{array}{l} -\dfrac{e^3e'}{32}\cdot\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -2(i-1)+6(i-1)^2+12(i-1)^3 \\ -16(i-1)^4 \end{array} \right\} A^{(i-1)} \\ +[-6+22(i-1)+20(i-1)^2]\,a\left(\dfrac{dA^{(i-1)}}{da}\right) \\ +[3+22(i-1)+4(i-1)^2]\,a^2\left(\dfrac{d^2A^{(i-1)}}{da^2}\right) \\ +[6+4(i-1)]\,a^3\left(\dfrac{d^3A^{(i-1)}}{da^3}\right)+a^4\left(\dfrac{d^4A^{(i-1)}}{da^4}\right) \end{array} \right\} \\ -\dfrac{ee'^3}{32}\cdot\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} +4(i-1)-6(i-1)^2-12(i-1)^3 \\ -16(i-1)^4 \end{array} \right\} A^{(i-1)} \\ +[6+6(i-1)-4(i-1)^2]\,a\left(\dfrac{dA^{(i-1)}}{da}\right) \\ +[21+14(i-1)+4(i-1)^2]\,a^2\left(\dfrac{d^2A^{(i-1)}}{da^2}\right) \\ +[10+4(i-1)]\,a^3\left(\dfrac{d^3A^{(i-1)}}{da}\right)+a^2\left(\dfrac{d^4A^{(i-1)}}{da^4}\right) \end{array} \right\} \end{array} \right\};$$

$$N^{(3)} = \left\{ \begin{array}{l} +\dfrac{e'^4}{96}\cdot\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -16-44(i-2)-112(i-2)^2 \\ -76(i-2)^3-16(i-2)^4 \end{array} \right\} A^{(i-2)} \\ +\left\{ \begin{array}{l} +32+8(i-2)-48(i-2)^2 \\ -16(i-2)^3 \end{array} \right\} a\left(\dfrac{dA^{(i-2)}}{da}\right) \\ +[60+27(i-2)]\,a^2\left(\dfrac{ddA^{(i-2)}}{pa^2}\right) \\ +[16+4(i-2)]\,a^3\left(\dfrac{d^3A^{(i-2)}}{da^3}\right)+a^4\left(\dfrac{d^4A^{(i-2)}}{da^4}\right) \end{array} \right\} \\ +\dfrac{e'^2e^2}{96}\cdot\left\{ \begin{array}{l} +[-48(i-2)^2-60(i-2)^3-60(i-2)^4]\,A^{(i-2)} \\ +[60+78(i-2)-48(i-2)^2]\,a\left(\dfrac{dA^{(i-2)}}{da}\right) \\ +[102+39(i-2)+12(i-2)^2]\,a\left(\dfrac{ddA^{(i-2)}}{da^2}\right) \\ +36\,a^3\left(\dfrac{d^3A^{(i-2)}}{da^3}\right)+3\,a^4\left(\dfrac{d^4A^{(i-2)}}{da^4}\right) \end{array} \right\} \end{array} \right\};$$

$$N^{(4)} = -\frac{e'^3e}{96}\cdot\left\{ \begin{array}{l} -\left\{ \begin{array}{l} 54(i-3)+130(i-3)^2+84(i-3)^3 \\ +16(i-3)^4 \end{array} \right\} A^{(i-3)} \\ +[78+14(i-3)-48(i-3)^2-16(i-3)^3]\,a\left(\dfrac{dA^{(i-3)}}{da}\right) \\ +[81+33(i-3)]\,a^2\left(\dfrac{d^2A^{(i-3)}}{da^2}\right) \\ +[18+4(i-3)]\,a^3\left(\dfrac{d^3A^{(i-3)}}{da^3}\right)+a^4\left(\dfrac{d^4A^{(i-3)}}{da^4}\right) \end{array} \right\}.$$

Perturbations du quatrième ordre qui ressemblent aux termes indépendans des excentricités.

Soit

$$R = O^{(0)}.\cos.[i(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 2\varpi' - 2\varpi]$$
$$+ O^{(1)}.\cos.[i(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + \varpi' - \varpi]$$
$$+ O^{(2)}.\cos.[i(n't - nt + \epsilon' - \epsilon)]$$

on aura

$$O^{(0)} = \frac{e^2e'^2}{64}.\left\{\begin{array}{l} +[-20(i+2)+61(i+2)^2-56(i+2)^3+16(i+2)^4]A^{(i+2)} \\ +[-20+36(i+2)-16(i+2)^2]\,a\left(\frac{dA^{(i+2)}}{da}\right) \\ +[+2+18(i+2)-8(i+2)^2]\,a^2\left(\frac{ddA^{(i+2)}}{da^2}\right) \\ +8a^3\left(\frac{d^3A^{(i+2)}}{da^3}\right)+a^4\left(\frac{d^4A^{(i+2)}}{da^4}\right) \end{array}\right\};$$

$$O^{(1)} = \left\{\begin{array}{l} -\frac{e'^3e}{32}.\left\{\begin{array}{l} +\left\{\begin{array}{l}2(i+1)+10(i+1)^2-12(i+1)^3 \\ +16(i+1)^4\end{array}\right\}A^{(i+1)} \\ +\left\{\begin{array}{l}6+38(i+1)+6(i+1)^2 \\ +8(i+1)^3\end{array}\right\}a\left(\frac{dA^{(i+1)}}{da}\right) \\ +[21+21(i+1)]\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i+1)}}{da^2}\right) \\ +[10+2(i+1)]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i+1)}}{da^3}\right)+a^4\left(\frac{d^4A^{(i+1)}}{da^4}\right) \end{array}\right\} \\ -\frac{e'e^3}{32}.\left\{\begin{array}{l} +\left\{\begin{array}{l}-6(i+1)+4(i+1)^2-20(i+1)^3 \\ +16(i+1)^4\end{array}\right\}A^{(i+1)} \\ +\left\{\begin{array}{l}-6+10(i+1)-6(i+1)^2 \\ -8(i+1)^3\end{array}\right\}a\left(\frac{dA^{(i+1)}}{da}\right) \\ +[3+21(i+1)]\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i+1)}}{da^2}\right) \\ +[6-2(i+1)]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i+1)}}{da^3}\right)+a^4\left(\frac{d^4A^{(i+1)}}{da^4}\right) \end{array}\right\} \end{array}\right\};$$

$$O^{(2)} = \frac{1}{64}\left\{\begin{array}{l} [(-9i^2+6i^4).(e^4+e'^4)+64i^4e^2e'^2]\,A^{(i)} \\ +[-32i^2e^4+(16-64i^2)e^2e'^2+(24-32i^2)e'^4]\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ +[-32i^2e^4+(56-48i^2)e^2e'^2+(36-16i^2)e'^4]\,a^2\left(\frac{ddA^{(i)}}{da^2}\right) \\ +[32e^2e'^2+12e'^4+4e^4]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) \\ +[e^4+e'^4+4e^2e'^2]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right) \end{array}\right\}.$$

Perturbations du cinquième ordre qui ressemblent aux termes du troisième ordre.

Soit

$$\begin{aligned} R = {} & N^{(0)}.\cos.\,[i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 3\,nt + 3\,\varepsilon + \varpi' - 4\,\varpi] \\ & + N^{(1)}.\cos.\,[i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 3\,nt + 3\,\varepsilon - 3\,\varpi] \\ & + N^{(2)}.\cos.\,[i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 3\,nt + 3\,\varepsilon - \varpi' - 2\,\varpi] \\ & + N^{(3)}.\cos.\,[i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 3\,nt + 3\,\varepsilon - 2\,\varpi' - \varpi] \\ & + N^{(4)}.\cos.\,[i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 3\,nt + 3\,\varepsilon - 3\,\varpi'] \\ & + N^{(5)}.\cos.\,[i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + 3\,nt + 3\,\varepsilon - 4\,\varpi' + \varpi] \end{aligned}$$

on aura

$$N^{(0)} = \frac{e^4 e'}{768}.\left\{\begin{aligned} & \left\{\begin{aligned} & + 206\,(i+1) - 695\,(i+1)^2 + 686\,(i+1)^3 \\ & - 256\,(i+1)^4 + 32\,(i+1)^5 \end{aligned}\right\} A^{(i+1)} \\ & + \left\{\begin{aligned} & 248 - 394\,(i+1) + 525\,(i+1)^2 \\ & - 280\,(i+1)^3 + 48\,(i+1)^4 \end{aligned}\right\} a\left(\frac{dA^{(i+1)}}{da}\right) \\ & + \left\{\begin{aligned} & 160 + 94\,(i+1) - 60\,(i+1)^2 \\ & + 16\,(i+1)^3 \end{aligned}\right\} a^2\left(\frac{d^2A^{(i+1)}}{da^2}\right) \\ & + [120 + 22\,(i+1) - 8\,(i+1)^2]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i+1)}}{da^3}\right) \\ & + [32 - 6\,(i+1)]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i+1)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i+1)}}{da^5}\right) \end{aligned}\right\};$$

$$N^{(1)} = \left\{\begin{aligned} & \frac{e^5}{768}.\left\{\begin{aligned} & (-258\,i + 648\,i^2 - 614\,i^3 + 240\,i^4 - 32\,i^5)\,A^{(i)} \\ & + \left\{\begin{aligned} & -135 + 460\,i - 285\,i^2 - 56\,i^3 \\ & + 16\,i^4 \end{aligned}\right\} a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right) \\ & + (108 - 160\,i - 72\,ii + 32\,i^3)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}\right) \\ & + (-18 - 6\,i + 24\,i^2)\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) \\ & + (-4 + 6\,i)\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right) \end{aligned}\right\} \\ & + \frac{e^3e'^2}{192}.\left\{\begin{aligned} & + (-104\,i^3 + 120\,i^4 - 32\,i^5)\,A^{(i)} \\ & + (18 - 2\,i - 36\,ii + 16\,i^3)\,a\,\frac{dA^{(i)}}{da}) \\ & + (-46\,i + 18\,i^2 + 8\,i^3)\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}\right) \\ & + (-15 + 9\,i + 12\,i^2\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right) \\ & + (2 + 6\,i)\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right) + a^5\left(\frac{d^5A^{(i)}}{da^5}\right) \end{aligned}\right\} \end{aligned}\right\};$$

$$N^{(2)} = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{e^4 e'}{192} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -22\,(i-1) + 20\,(i-1)^2 + 68\,(i-1)^3 \\ -104\,(i-1)^4 + 32\,(i-1)^5 \end{array} \right\} A^{(i-1)} \\ + \left\{ \begin{array}{l} -32 + 38\,(i-1) + 168\,(i-1)^2 \\ -124\,(i-1)^3 + 48\,(i-1)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-1)}}{da} \right) \\ + \left\{ \begin{array}{l} 20 + 43\,(i-1) - 48\,(i-1)^2 \\ -62\,(i-1)^3 + 24\,(i-1)^4 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-1)}}{da^2} \right) \\ + [12 - 13\,(i-1) - 20\,(i-1)^2]\, a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-1)}}{da^3} \right) \\ - [5 + 3\,(i-1)]\, a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-1)}}{da^4} \right) - a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-1)}}{da^5} \right) \end{array} \right\} \\ + \dfrac{e^2 e'^3}{128} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -5\,(i-1) - 21\,(i-1)^2 - 50\,(i-1)^3 \\ +16\,(i-1)^4 + 32\,(i-1)^5 \end{array} \right\} A^{(i-1)} \\ + \left\{ \begin{array}{l} +12 + 51\,(i-1) + 49\,(i-1)^2 \\ -16\,(i-1)^3 + 48\,(i-1)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-1)}}{da} \right) \\ + \left\{ \begin{array}{l} 15 + 32\,(i-1) + 26\,(i-1)^2 \\ -4\,(i-1)^3 + 16\,(i-1)^4 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-1)}}{da^2} \right) \\ - [21 + 16\,(i-1)]\, a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-1)}}{da^3} \right) \\ - [11 + 4\,(i-1)]\, a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-1)}}{da^4} \right) - a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-1)}}{da^5} \right) \end{array} \right\} \end{array} \right\};$$

$$N^{(3)} = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{e e'^4}{192} \cdot \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} +32\,(i-2) + 124\,(i-2)^2 + 68\,(i-2)^3 \\ +104\,(i-2)^4 + 32\,(i-2)^5 \end{array} \right\} A^{(i-2)} \\ + \left\{ \begin{array}{l} 16 - 80\,(i-2) + 124\,(i-2)^3 \\ +48\,(i-2)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-2)}}{da} \right) \\ + \left\{ \begin{array}{l} 152 + 56\,(i-2) + 132\,(i-2)^2 \\ +62\,(i-2)^3 + 24\,(i-2)^4 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-2)}}{da^2} \right) \\ + [108 + 35\,(i-2) + 20\,(i-2)^2]\, a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-2)}}{da^3} \right) \\ + [20 + 3\,(i-2)]\, a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-2)}}{da^4} \right) + a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-2)}}{da^5} \right) \end{array} \right\} \\ + \dfrac{e^3 e'^2}{128} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -8\,(i-2) - 18\,(i-2)^2 + 42\,(i-2)^3 \\ -32\,(i-2)^5 \end{array} \right\} A^{(i-2)} \\ + \left\{ \begin{array}{l} -30 + 19\,(i-2) + 55\,(i-2)^2 \\ +16\,(i-2)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-2)}}{da} \right) \\ + \left\{ \begin{array}{l} 12 + 112\,(i-2) + 26\,(i-2)^2 \\ +4\,(i-2)^3 + 16\,(i-2)^4 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{ddA^{(i-2)}}{da^2} \right) \\ + [45 + 48\,(i-2)]\, a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-2)}}{da^3} \right) \\ + [14 + 4\,(i-2)]\, a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-2)}}{da^4} \right) + a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-2)}}{da^5} \right) \end{array} \right\} \end{array} \right\};$$

$$N^{(4)} = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{e'^5}{768} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} +363 + 858(i-3) + 645(i-3)^2 \\ +494(i-3)^3 + 224(i-3)^4 + 32(i-3)^5 \end{array} \right\} A^{(i-3)} \\ + \left\{ \begin{array}{l} 507 + 416(i-3) - 435(i-3)^2 \\ -184(i-3)^3 - 16(i-3)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-3)}}{da} \right) \\ - \left\{ \begin{array}{l} 18 + 326(i-3) + 288(i-3)^2 \\ +32(i-3)^3 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-3)}}{da^2} \right) \\ - [46 + 102(i-3) + 24(i-3)^2] a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-3)}}{da^3} \right) \\ - [4 + 6(i-3)] a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-4)}}{da^4} \right) \end{array} \right\} \\ + \dfrac{e'^3e^2}{192} \cdot \left\{ \begin{array}{l} [+104(i-3)^3 + 120(i-3)^4 + 32(i-3)^5] A^{(i-3)} \\ - \left\{ \begin{array}{l} 156 + 232(i-3) + 108(i-3)^2 \\ +16(i-3)^3 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-3)}}{da} \right) \\ - \left\{ \begin{array}{l} 321 + 305(i-3) + 90(i-3)^2 \\ +8(i-3)^3 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-3)}}{da^2} \right) \\ - [153 + 87(i-3) + 12(i-3)^2] a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-3)}}{da^3} \right) \\ - [23 + 6(i-3)] a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-3)}}{da^4} \right) - a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-3)}}{da^5} \right) \end{array} \right\} \end{array} \right\};$$

$$N^{(5)} = \frac{e'^4e}{768} \cdot \left\{ \begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} 512(i-4) + 1292(i-4)^2 + 998(i-4)^3 \\ +304(i-4)^4 + 32(i-4)^5 \end{array} \right\} A^{(i-4)} \\ + \left\{ \begin{array}{l} 704 + 202(i-4) - 621(i-4)^2 \\ -344(i-4)^3 - 48(i-4)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-4)}}{da} \right) \\ + \left\{ \begin{array}{l} 784 + 536(i-4) + 12(i-4)^2 \\ -16(i-4)^3 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-4)}}{da^2} \right) \\ + [192 + 118(i-4) + 8(i-4)^2] a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-4)}}{da^3} \right) \\ + [7 + 6(i-4)] a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-4)}}{da^4} \right) - a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-5)}}{da^5} \right) \end{array} \right\}.$$

Perturbations du cinquième ordre qui ressemblent aux termes du premier ordre.

Soit

$$R = O^{(0)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon + 2\,\varpi' - 3\,\varpi]$$
$$+ O^{(1)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon + \varpi' - 2\,\varpi]$$
$$+ O^{(2)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon - \varpi]$$
$$+ O^{(3)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon - \varpi']$$
$$+ O^{(4)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon - 2\,\varpi' + \varpi]$$
$$+ O^{(5)}.\ cos.\ [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon - 3\,\varpi' + 2\,\varpi]$$

on aura

$$O^{(0)} = \frac{e^3 e'^2}{384}.\left\{\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{l} + 104\,(i+2) - 354\,(i+2)^2 + 406\,(i+2)^3 \\ - 192\,(i+2)^4 + 32\,(i+2)^5 \end{array}\right\} A^{(i+2)} \\
+\left\{\begin{array}{l} 90 - 231\,(i+2) + 223\,(i+2)^2 \\ - 96\,(i+2)^3 + 16\,(i+2)^4 \end{array}\right\} a \left(\frac{dA^{(i+2)}}{da}\right) \\
+\left\{\begin{array}{l} - 36 - 16\,(i+2) + 48\,(i+2)^2 \\ - 16\,(i+2)^3 \end{array}\right\} a^2 \left(\frac{ddA^{(i+2)}}{da^2}\right) \\
+ [- 23 + 36\,(i+2) - 8\,(i+2)^2]\, a^3 \left(\frac{d^3A^{(i+2)}}{da^3}\right) \\
+ [+ 6 + 2\,(i+2)]\, a^4 \left(\frac{d^4A^{(i+2)}}{da^4}\right) \\
+ a^5 \left(\frac{d^5A^{(i+2)}}{da^5}\right)
\end{array}\right\};$$

$$O^{(1)} = + \frac{e' e^4}{192}.\left\{\begin{array}{l}
+\left\{\begin{array}{l} - 22\,(i+1) + 76\,(i+1)^2 - 188\,(i+1)^3 \\ + 168\,(i+1)^4 - 32\,(i+1)^5 \end{array}\right\} A^{(i+1)} \\
+\left\{\begin{array}{l} - 64 + 102\,(i+1) - 48\,(i+1)^2 \\ - 40\,(i+1)^3 + 64\,(i+1)^4 \end{array}\right\} a \left(\frac{dA^{(i+1)}}{da}\right) \\
+\left\{\begin{array}{l} 4 - 5\,(i+1) - 12\,(i+1)^2 \\ - 8\,(i+1)^3 \end{array}\right\} a^2 \left(\frac{d^2A^{(i+1)}}{da^2}\right) \\
+ [12 - 25\,(i+1) - 4\,(i+1)^2\, a^3] \left(\frac{d^3A^{(i+1)}}{da^3}\right) \\
- [5 + 2\,(i+1)]\, a^4 \left(\frac{d^4A^{(i+1)}}{da^4}\right) \\
+ a^5 \left(\frac{d^5A^{(i+1)}}{da^5}\right)
\end{array}\right\};$$

+ les termes suivans.

Suite de la valeur de $O^{(1)}$.

$$+\frac{e'^3e^2}{384}\cdot\left\{\begin{aligned}&+\left\{\begin{aligned}&-15(i+1)+87(i+1)^2-390(i+1)^3\\&+272(i+1)^4-144(i+1)^5\end{aligned}\right\}A^{(i+1)}\\&+\left\{\begin{aligned}&+36+57(i+1)+33(i+1)^2\\&-216(i+1)^3+32(i+1)^4\end{aligned}\right\}a\left(\frac{dA^{(i+1)}}{da}\right)\\&+\left\{\begin{aligned}&+45-168(i+1)+30(i+1)^2\\&-24(i+1)^3\end{aligned}\right\}a^2\left(\frac{ddA^{(i+1)}}{da^2}\right)\\&+[-63-90(i+1)]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i+1)}}{da^3}\right)\\&+[-33-6(i+1)]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i+1)}}{da^4}\right)-3a^5\left(\frac{d^5A^{(i+1)}}{da^5}\right)\end{aligned}\right\};$$

$$O^{(2)}=\left\{\begin{aligned}&\frac{e^5}{384}\cdot\left\{\begin{aligned}&[+10i+12i^2+26i^3-80i^4+32i^5]\,A^{(i)}\\&+[5+205i+73i^2-40i^3+16i^4]\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right)\\&+[-4+10i+12i^2-18i^3]\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}\right)\\&+[-2+14i-16i^2]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right)\\&+[4-4i]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right)+a^5\left(\frac{d^5A^{(i)}}{da^5}\right)\end{aligned}\right\}\\&+\frac{e^3e'^2}{64}\cdot\left\{\begin{aligned}&[+8i^3-40i^4+32i^5]\,A^{(i)}\\&+[-6+10i+8i^2-20i^3+16i^4]\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right)\\&+[38i-10i^2-12i^3]\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}\right)\\&+[21+19i-4i^2]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right)\\&+[10+2i]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right)+a^5\left(\frac{d^5A^{(i)}}{da^5}\right)\end{aligned}\right\}\\&+\frac{ee'^4}{128}\cdot\left\{\begin{aligned}&+[-18i^3+32i^5]\,A^{(i)}\\&+[24+48i-41i^2-32i^3+16i^4]\,a\left(\frac{dA^{(i)}}{da}\right)\\&+[96+72i-64i^2-16i^3]\,a^2\left(\frac{d^2A^{(i)}}{da^2}\right)\\&+[72+24i-16i^2]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i)}}{da^3}\right)\\&+[16+4i]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i)}}{da^4}\right)+a^5\left(\frac{d^5A^{(i)}}{da^5}\right)\end{aligned}\right\}\end{aligned}\right\};$$

$$
O^{(3)} = \left\{
\begin{array}{l}
\dfrac{e'^5}{384} \cdot \left\{
\begin{array}{l}
\left\{ \begin{array}{l} -25 + 355\,(i-1) + 59\,(i-1)^2 \\ -34\,(i-1)^3 - 96\,(i-1)^4 - 32\,(i-1)^5 \end{array} \right\} A^{(i-1)} \\
+ \left\{ \begin{array}{l} -201 + 801\,(i-1) + 263\,(i-1)^2 \\ +24\,(i-1)^3 - 16\,(i-1)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-1)}}{da} \right) \\
+ \left\{ \begin{array}{l} -298 + 404\,(i-1) + 156\,(i-1)^2 \\ +16\,(i-1)^3 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-1)}}{da^2} \right) \\
+ \left[-134 + 78\,(i-1) + 16\,(i-1)^2 \right] a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-2)}}{da^3} \right) \\
+ \left[-21 + 4\,(i-1) \right] a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-1)}}{da^4} \right) - a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-1)}}{da^5} \right)
\end{array} \right\} \\[2ex]
+ \dfrac{e^2e'^3}{64} \cdot \left\{
\begin{array}{l}
- \left\{ \begin{array}{l} 4\,(i-1)^2 + 4\,(i-1)^3 + 56\,(i-1)^4 \\ +32\,(i-1)^5 \end{array} \right\} A^{(i-1)} \\
+ \left\{ \begin{array}{l} -12 + 8\,(i-1) + 24\,(i-1)^2 \\ +28\,(i-1)^3 - 16\,(i-1)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-1)}}{da} \right) \\
+ \left\{ \begin{array}{l} -69 - 11\,(i-1) + 26\,(i-1)^2 \\ +12\,(i-1)^3 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-1)}}{da^2} \right) \\
+ \left[-61 - 13\,(i-1) + 4\,(i-1)^2 \right] a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-1)}}{da^3} \right) \\
- \left[15 + 2\,(i-1) \right] a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-1)}}{da^4} \right) - a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-1)}}{da^5} \right)
\end{array} \right\} \\[2ex]
+ \dfrac{e'e^4}{128} \cdot \left\{
\begin{array}{l}
\left\{ \begin{array}{l} -48\,(i-1) + 9\,(i-1)^2 + 18\,(i-1)^3 \\ -16\,(i-1)^4 - 32\,(i-1)^5 \end{array} \right\} A^{(i-1)} \\
+ \left\{ \begin{array}{l} -192\,(i-1) + 73\,(i-1)^2 \\ +32\,(i-1)^3 - 16\,(i-1)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-1)}}{da} \right) \\
+ \left\{ \begin{array}{l} -144\,(i-1) + 80\,(i-1)^2 \\ +16\,(i-1)^3 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-1)}}{da^2} \right) \\
+ \left[-16 - 40\,(i-1) + 16\,(i-1)^2 \right] a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-1)}}{da^3} \right) \\
- \left[9 + 4\,(i-1) \right] a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-1)}}{da^4} \right) - a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-1)}}{da^5} \right)
\end{array} \right\}
\end{array}
\right\};
$$

$$
O^{(4)} = \dfrac{e'^4e}{192} \cdot \left\{
\begin{array}{l}
+ \left\{ \begin{array}{l} +32\,(i-2)^2 + 124\,(i-2)^2 + 164\,(i-2)^3 \\ -104\,(i-2)^4 + 32\,(i-2)^5 \end{array} \right\} A^{(i-2)} \\
+ \left\{ \begin{array}{l} +16 - 136\,(i-2) + 72\,(i-2)^2 \\ -8\,(i-2)^3 - 64\,(i-2)^4 \end{array} \right\} a \left(\dfrac{dA^{(i-2)}}{da} \right) \\
+ \left\{ \begin{array}{l} 136 - 76\,(i-2) + 24\,(i-2)^2 \\ +8\,(i-2)^3 \end{array} \right\} a^2 \left(\dfrac{d^2A^{(i-2)}}{da^2} \right) \\
+ \left[108 + 7\,(i-2) + 4\,(i-2)^2 \right] a^3 \left(\dfrac{d^3A^{(i-2)}}{da^3} \right) \\
+ \left[20 + 6\,(i-2) \right] a^4 \left(\dfrac{d^4A^{(i-2)}}{da^4} \right) + a^5 \left(\dfrac{d^5A^{(i-2)}}{da^5} \right)
\end{array}
\right\};
$$

+ les termes suivans.

Suite de la valeur de $O^{(4)}$.

$$+\frac{e'^2e^3}{384}\cdot\left\{\begin{array}{l}
+\left\{\begin{array}{l}\quad 12\,(i-2)+114\,(i-2)^2+222\,(i-2)^3\\ +240\,(i-2)^3+144\,(i-2)^5\end{array}\right\}A^{(i-2)}\\
+\left\{\begin{array}{l}-90-315\,(i-2)+87\,(i-2)^2\\ -120\,(i-2)^3-32\,(i-2)^4\end{array}\right\}a\left(\frac{dA^{(i-2)}}{da}\right)\\
+\left\{\begin{array}{l}+36-210\,(i-2)+30\,(i-2)^2\\ +24\,(i-2)^3\end{array}\right\}a^2\left(\frac{ddA^{(i-2)}}{da^2}\right)\\
+[135+6\,i]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-3)}}{da^3}\right)\\
+[+42+6\,(i-2)\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-2)}}{da^4}\right)+3\,a^5\left(\frac{d^5A^{(i-5)}}{da^5}\right)
\end{array}\right\};$$

$$O^{(5)}=\frac{e'^3e^2}{384}\cdot\left\{\begin{array}{l}
-\left\{\begin{array}{l}\quad 135\,(i-3)+433\,(i-3)^2+470\,(i-3)^3\\ +208\,(i-3)^4+32\,(i-3)^5\end{array}\right\}A^{(i-3)}\\
+\left\{\begin{array}{l}\quad 156+289\,(i-3)+113\,(i-3)^2\\ -32\,(i-3)^3-16\,(i-3)^4\end{array}\right\}a\left(\frac{dA^{(i-3)}}{da}\right)\\
+\left\{\begin{array}{l}+3+196\,(i-3)+120\,(i-3)^2\\ +16\,(i-3)^3\end{array}\right\}a^2\left(\frac{d^2A^{(i-3)}}{da^2}\right)\\
+[-81+4\,(i-3)+8\,(i-3)^2]\,a^3\left(\frac{d^3A^{(i-3)}}{da^3}\right)\\
-[19+2\,(i-3]\,a^4\left(\frac{d^4A^{(i-3)}}{da^4}\right)-a^5\left(\frac{d^5A^{(i-3)}}{da^5}\right)
\end{array}\right\}.$$

TROISIÈME PARTIE.

Termes séparés.

L'ÉQUATION primitive est

$$0=\frac{d^2.\,r\delta r}{dt^2}+\frac{\mu.\,r\delta r}{r^3}+2\int dR+r\left(\frac{dR}{dr}\right).$$

Soit $r=a\,(1+w)$, on aura

$$\begin{aligned}\frac{\mu r\delta r}{r^3}&=\mu.\,a^{-2}.\,\delta r.\,(1+w)^{-2}\\
&=an^2.\,\delta r.\,(1-2\,w+3\,w^2-4\,w^3+5\,w^4-6\,w^5+\ldots\ldots)\\
&=an^2.\,\delta r.\,[(1+w)-3\,w+3\,w^2-4\,w^3+5\,w^4-6\,w^5]\\
&=an^2.\,\delta r.\left(\frac{r}{a}-3\,w+3\,w^2+\ldots\ldots\right)\\
&=n^2.\,r\delta r+\frac{n^2.\,\delta r}{a}.\,(-3\,w+3\,w^2-4\,w^3+5\,w^4-6\,w^5\ldots\ldots)\end{aligned}$$

Désignons la série $-3\,w + 3\,w^2 - 4\,w^3 + 5\,w^4 - 6\,w^5 \ldots\ldots$ par Q, nous aurons

$$o = \frac{d^2.\, r\delta r}{dt^2} + n^2.\, r\delta r + 2\int.\, dR + r.\left(\frac{dR}{dr}\right) + n^2.\, \frac{\delta r}{a}.\, Q$$

L'expression du rayon vecteur elliptique donnera w, et par conséquent Q, savoir

$$\begin{aligned} Q = & \left(+3\,e + \tfrac{3}{8}\,e^3 - \tfrac{147}{64}\,e^5\right).\, cos.\,(nt + \varepsilon - \varpi) \\ & + 3\,e^2\, cos.\,(2\,nt + 2\,\varepsilon - 2\,\varpi) \\ & - \left(\tfrac{29}{8}\,e^3 + \tfrac{3}{4}\,e^5\right).\, cos.\,(3\,nt + 3\,\varepsilon - 3\,\varpi) \\ & + \tfrac{37}{8}\,e^4.\, cos.\, 4.\,(nt + \varepsilon - \varpi) \\ & + \tfrac{773}{128}\,e^5.\, cos.\, 5.\,(nt + \varepsilon - \varpi) \end{aligned}$$

Maintenant que $\frac{\delta r}{a}$ contienne le terme

$$F.\, cos.\, [i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + bnt + \varkappa)$$

résultant des ordres inférieurs et déjà calculés des perturbations, on aura, en ne considérant que ce terme,

$$\begin{aligned} n^2.\, \frac{\delta r}{a}.\, Q = & \; n^2.\left(+\tfrac{3}{2}e + \tfrac{3}{16}e^3 - \tfrac{147}{128}e^5\right).F.cos.\left\{\begin{array}{l} i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) \\ + (b \pm 1)\, nt \\ + \varkappa \pm \varepsilon \pm \varpi \end{array}\right\} \\ & + n^2.\tfrac{3}{2}e^2.F.cos.\,[i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + (b \pm 2)\,nt + \varkappa \pm 2\,\varepsilon \pm 2\,\varpi] \\ & - n^2.\left(\tfrac{29}{16}e^3 + \tfrac{3}{8}e^5\right).F.cos.\left\{\begin{array}{l} i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + (b \pm 3)\,nt \\ + \varkappa \pm 3\,\varepsilon \pm 3\,\varpi \end{array}\right\} \\ & + n^2.\tfrac{37}{16}e^4.F.\,cos.\,[i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + (b \pm 4)\,nt + \varkappa \pm 4\,\varepsilon \pm 4\,\varpi] \\ & + n^2.\tfrac{773}{256}e^5.F.cos.\,[i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + (b \pm 5)\,nt + \varkappa \pm 5\,\varepsilon \pm 5\,\varpi] \end{aligned}$$

Si l'on calcule la partie de $\frac{r\delta r}{a^2}$ dépendante de l'angle $i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + \beta nt$, on choisira parmi les termes précédens ceux où $b \pm 1$, $b \pm 2$, $b \pm 3$, etc. deviennent égaux à β, et on les ajoutera aux termes résultans de la fonction R et de ses différentielles.

Pour δv nous prendrons l'équation (y) du n° 46 du livre II de la *Mécan. céleste*. Le terme $\frac{2\, rd\delta r + dr.\, \delta r}{a^2 n dt}$ est égal à $\frac{2\, d.\, (r\delta r)}{a^2 n dt} - \frac{dr}{a n dt}.\, \frac{\delta r}{a}$, et c'est cette dernière partie qui donne les termes séparés. Nous considérerons le même terme de $\frac{\delta r}{a}$, savoir

$$F.\, cos.\, [i\, (n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + bnt + \varkappa]$$

et les formules du mouvement elliptique donneront

$$\begin{aligned} -\frac{dr}{a n dt} = & - (e - \tfrac{3}{8} e^3 + \tfrac{5}{192} e^5).\, sin.\, (nt + \varepsilon - \varpi) \\ & + (- e^2 + \tfrac{2}{3} e^4).\, sin.\, 2\, (nt + \varepsilon - 2\, \varpi) \\ & - (\tfrac{9}{8} e^3 - \tfrac{135}{128} e^5).\, sin.\, 3\, (nt + \varepsilon - \varpi) \\ & - \tfrac{4}{3}\, e^4.\, sin.\, 4\, (nt + \varepsilon - \varpi) \\ & - \tfrac{625}{384}\, e^5.\, sin.\, 5\, (nt + \varepsilon - \varpi) \end{aligned}$$

On aura donc

$$\begin{aligned} -\frac{dr}{andt}.\, \frac{\delta r}{a} = & + (- \tfrac{1}{2}\, e + \tfrac{3}{16}\, e^3 - \tfrac{5}{384} e^5)\, F.\, sin. \left\{ \begin{array}{l} i\, (n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) \\ + (b + 1)\, nt \\ + \varepsilon + \varkappa + \varpi \end{array} \right\} \\ & + (- \tfrac{1}{2}\, e^2 + \tfrac{1}{3}\, e^4).\, sin. \left\{ \begin{array}{l} i\, (n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) \\ + (b + 2)\, nt + \varkappa + 2\, \varepsilon + 2\, \varpi \end{array} \right\} \\ & + (- \tfrac{9}{16}\, e^3 + \tfrac{135}{256}\, e^4).\, sin. \left\{ \begin{array}{l} i\, (n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) \\ + (b + 3)\, nt + \varkappa + 3\, \varepsilon + 3\, \varpi \end{array} \right\} \\ & - \tfrac{2}{3}\, e^4.\, sin.\, [i\, (n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + (b + 4)\, nt + \varkappa + 4\varepsilon + 4\varpi] \\ & - \tfrac{625}{768}\, e^5.\, sin.\, [i\, (n't - nt + \varepsilon' - e) + (b + 5)\, n + t\varkappa + 5\varepsilon + 5\varpi] \end{aligned}$$

On peut aussi ôter les angles nt, $2\, nt$, $3\, nt$, etc. ; mais alors il faut changer partout les signes des coefficiens.

On choisira parmi ces termes ceux qui sont de la forme $i\, (n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + \beta nt$, et on les ajoutera aux termes de δv résultans du développement de la fonction R.

MÉMOIRE

Sur plusieurs moyens propres à perfectionner les tables de la Lune,

Par J.-C. Burckhardt.

Lu le 30 janvier 1809.

Les recherches sur les mouvemens de la Lune auront toujours beaucoup d'intérêt pour les astronomes, soit par leur utilité, soit par leur difficulté. A cet intérêt général se sont jointes des circonstances particulières, telles, par exemple, que les rapports sur les différentes vérifications des tables de Burg, qui m'ont été confiés, et qui ont fixé souvent mes réflexions sur cet objet. J'ai cru utile de soumettre au jugement des astronomes, différens moyens qui m'ont paru propres à contribuer au perfectionnement de nos tables.

§. Ier.

On sait que la théorie n'a pas pu déterminer les coefficiens des inégalités lunaires avec la dernière exactitude; on a préféré de consulter l'expérience, en comparant un grand nombre d'observations où une inégalité a sa plus grande valeur, ou plutôt la somme des erreurs des tables fournies par ces observations, à une pareille somme où

cette plus grande valeur est négative. La différence de ces deux sommes divisée par le nombre d'observations, donne le coefficient cherché. Pour employer un plus grand nombre d'observations, on se sert même de celles qui sont un peu éloignées du maximum, en cherchant en même temps pour chaque observation, le sinus de l'argument, et en divisant la somme des erreurs par la somme de ces sinus, au lieu de la diviser par le nombre d'observations. Quelque simple que paroît cette idée, Mayer est cependant le premier qui ait réussi à l'employer avec succès; et MM. Mason et Burg, en suivant la même route et en se servant d'un plus grand nombre d'observations, sont parvenus à déterminer les inégalités lunaires avec une telle exactitude, que leurs resultats diffèrent peu les uns des autres. Quelques éloges que méritent les travaux pénibles de ces deux astronomes, il faut pourtant avouer qu'ils auroient peu contribué à la perfection des méthodes des longitudes. En effet, le travail de Mason n'a reçu aucun prix en Angleterre, et il avoit si peu acquis la confiance des astronomes, que M. Burg jugea plus prudent de partir du point où Mayer avoit laissé les tables lunaires. Il y avoit dans la théorie de la Lune plusieurs équations ignorées et d'autant plus dangereuses, qu'en influant sur les moyens mouvemens, elles produisoient des erreurs croissantes. Les belles découvertes de M. Laplace sur les équations séculaires et à longues périodes, ont donné une exactitude nouvelle, et une durée permanente à nos tables : elles ont dissipé en même temps les doutes sur les coefficiens périodiques

que ces erreurs croissantes auroient fait naître dans l'esprit des astronomes, malgré l'accord des travaux de MM. Mason et Burg. Il paroît donc assez probable que ces coefficiens sont connus à peu de secondes près, et que ceux qu'on néglige encore dans nos tables, sont peu considérables, quoique leur somme puisse le devenir à cause de leur grand nombre. Il résulte de-là un moyen bien simple d'abréger ces recherches. Nous avons vu qu'il faut diviser la somme des erreurs des tables par la somme des sinus de l'argument : or j'ai trouvé qu'on peut déterminer cette dernière somme *a priori* d'une manière suffisamment exacte. En effet, si l'on conçoit une série infinie de sinus, dont les arcs forment une progression arithmétique décroissante depuis 90 degrés, jusqu'à une limite donnée et égale à $90^\circ - y$, la valeur moyenne de ces sinus se trouvera être égale au sinus y divisé par l'arc y. L'expérience a constaté qu'on pourroit se servir avec sureté de ce théorême, car la valeur moyenne de 200 sinus calculée directement, ne s'est éloignée que d'un quarantième de celle fournie par le théorême précédent, quoique la limite y étoit très-considérable, savoir de 60°. Cette exactitude peut suffire, car il n'y auroit que $0''2$ d'erreur sur un coefficient de $8''$; mais il est évident qu'on obtiendra une exactitude très-supérieure, si le nombre d'observations est plus considérable. Les règles suivantes serviront à déterminer le coefficient ou la correction d'un coefficient quelconque.

1°. On déterminera les jours où l'argument étoit de 1^s et 5^s, de 7^s et 11^s, ce qu'il suffira de faire une fois, en

ajoutant la période de l'argument. Dans ces limites le sinus surpasse toujours la moitié du rayon, au lieu qu'il est au-dessous de cette moitié hors de ces limites.

2°. On ajoutera ensemble toutes les erreurs ou corrections des tables où l'argument étoit entre 1^s et 5^s, ce qui donnera le *maximum* positif; la somme de celles où l'argument est entre 7^s et 11^s, donnera le *maximum* négatif.

3°. On fera ensorte qu'il y ait un nombre égal d'observations pour ces deux *maxima*, à moins qu'on ne se soit assuré d'avance qu'il n'y a pas d'erreur sur l'époque.

4°. On ôtera le *maximum* négatif du *maximum* positif, et on divisera le reste par la somme de toutes les observations employées pour ces deux *maxima*.

5°. Ce quotient augmenté d'un cinquième (ou plus exactement, multiplié par 1,2092,) donnera le coefficient cherché, tant pour la quantité que pour le signe.

6°. On peut, si l'on veut, se procurer une vérification facile, en séparant, dès le commencement du travail, les observations où l'argument est entre 2^s et 4^s, et entre 8^s et 10^s. On suivra, pour ces observations séparées, les règles précédentes, en exceptant que le quotient doit être augmenté de $\frac{1}{21}$, ou multiplié par 1,0472; et on obtiendra le coefficient cherché, par des observations moins nombreuses, mais moins éloignées du *maximum*.

On voit combien cette méthode épargnera de peines inutiles et d'écritures nuisibles, et d'autant plus désagréables, qu'elles ne procurent souvent qu'un résultat négatif, celui de constater qu'une équation est insensible.

§. II.

Le mémoire de M. Burg, qui a été couronné par l'Institut avec celui de M. Bouvard, étoit accompagné de 1300 observations de Maskelyne, comparées aux tables de Mason ; j'y ai appliqué les principales corrections trouvées par M. Burg, de sorte que j'ai eu des erreurs des tables à peu près telles que les dernières tables lunaires me les auroient données. Avec ces moyens, et aidé de la méthode précédente, j'ai fait de nombreux essais pour déterminer les inégalités qui manquent dans nos tables; je ne citerai qu'un de ces essais. Neuf cents observations m'ont donné 4″7 pour le coefficient d'une équation, dont l'argument seroit l'anomalie moyenne de la Lune, augmentée de l'angle dont la période est de 180 ans, et dont dépend l'inégalité de longitude découverte par M. Laplace. Quelqu'imposant que soit ce nombre d'observations, il est pourtant à desirer qu'on s'assure de cette équation par des nouvelles recherches.

§. III.

La forme des tables lunaires seroit presque indifférente pour leur exactitude, si l'on pouvoit se permettre d'augmenter sans bornes le nombre des inégalités. L'usage ordinaire des astronomes est d'employer les moyens mouvemens dans la formation des angles dont les perturbations dépendent. Mayer y fit deux changemens, en employant la longitude vraie du Soleil, et un lieu de la Lune

corrigé successivement par toutes les équations précédentes. Ces changemens ne permirent plus de représenter les argumens par des tables, inconvénient que Lambert et Schulze ont trouvé assez grave pour essayer de nouveau les moyens mouvemens, mais sans succès, à cause du grand nombre de petites équations négligées. J'ai examiné cet objet avec soin, et il m'a paru, après avoir essayé différentes autres idées, qu'on pouvoit employer partout le lieu moyen du Soleil, mais qu'il falloit conserver le lieu corrigé de la Lune; qu'il étoit même utile et plus conforme à l'analogie d'employer le lieu corrigé de la Lune dans l'argument de l'évection, où Mayer et ses successeurs n'ont employé que le lieu moyen. De cette manière on pourra représenter tous les argumens par des tables à la manière ordinaire, et il suffira d'appliquer aux quatre derniers argumens, la somme simple ou double de toutes les équations précédentes. Ma formule n'a que cinq équations de plus que les dernières tables, parmi lesquelles il y en a plusieurs au-dessous d'une seconde, de sorte qu'on peut douter si les observations les exigent réellement. Mais quand même toutes ces 5 petites inégalités seroient nécessaires, leur calcul sera certainement moins pénible que celui du lieu du Soleil, nécessaire dans la forme de Mayer. On a de plus l'avantage de pouvoir se servir de la division décimale du cercle proposée par Horoccius, et adoptée actuellement dans toutes nos tables, et dont l'avantage sera encore plus considérable pour la Lune, à cause du grand nombre de petites équations où deux décimales suffisent. Je n'ai négligé

que dix équations dont la somme des coefficiens, pris tous avec le même signe, ne surpasse pas deux secondes; telle est donc la plus grande différence qui puisse se trouver entre ma formule et les tables ordinaires. Or on sait que l'incertitude sur la dernière décimale, produit facilement une telle différence entre les calculs de deux astronomes, faites avec les mêmes tables. Ainsi cette différence est absolument insensible. Voici cette formule :

+ 659″4 *sin. an* ☼ — 6″0 *sin.* 2 *an.* ☼
+ 17″8 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ + *an.* ☼)
— 147″6 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ — *an.* ☼)
+ 57″7 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ + *an.* ☼)
— 70″9 *sin.* (*an.* ☽ + *an.* ☼)
— 18″2 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ — *an.* ☽ + *an* ☼)
+ 190″1 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ — *an.* ☽ — *an* ☼)
+ 108″8 *sin.* (*an.* ☽ — *an.* ☼)
— 62″4 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☊ — 2 *dist.* ☽ ☼)
— 21″4 *sin.* (*an.* ☽ — *dist.* ☽ ☼)
+ 58″6 *sin.* (2 *an.* ☽ — 2 *dist.* ☽ ☼)
+ 82″7 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☊ — *an.* ☽)
— 13″5 *sin.* (*dist.* ☽ ☼ + *an.* ☼)
— 1″4 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ + 2 *an.* ☼)
— 2″9 *sin.* (*dist.* ☽ ☼ — *an.* ☼)
+ 4″6 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ — 2 *an.* ☼)
+ 2″6 *sin.* (*dist.* ☽ ☼ + *an.* ☽)
— 4″6 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ + 2 *an.* ☽)
+ 10″6 *sin.* (4 *dist.* ☽ ☼ — *an.* ☽)
+ 7″5 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☊ — 2 *an.* ☽)
+ 10″6 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ — 2 *dist.* ☽ ☊ + *an* ☽)
+ 6″9 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☊ — 2 *dist.* ☽ ☼ + *an* ☽)
— 6″0 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ — *an.* ☽ — 2 *an.* ☼)
— 2″1 *sin.* (3 *an.* ☽ ☼ — 2 *dist.* ☽ ☼)
— 1″8 *sin.* (4 *dist.* ☽ ☼ — 3 *an.* ☽)
+ 3″3 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☼ + *an.* ☽ — *an.* ☼)
+ 2″8 *sin.* (2 *an.* ☽ — 2 *dist.* ☽ ☼ — *an* ☼)

+ 1″5 *sin.* (*dist.* ☽ ☉ — *an.* ☽ + *an.* ☉)
+ 3″2 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☉ — *an.* ☽ + 2 *an.* ☉)
+ 2″0 *sin.* (4 *dist.* — 2 *an.* ☽ + *an.* ☉)
+ 2″1 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☊ — 2 *dist.* ☽ ☉ + *an.* ☉)
— 2″1 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☊ — 2 *dist.* ☽ ☉ — *an.* ☉)
— 3″8 *sin.* (2 *an.* ☽ — 2 *dist.* ☽ ☉ + *an.* ☉)
— 0″7 *sin.* (4 *dist.* ☽ ☉ — *an.* ☽ + *an.* ☉)
— 0″8 *sin.* (4 *dist.* ☽ ☉ — *an.* ☽ — *an.* ☉)

On appliquera aux argumens qui suivent la somme de toutes les équations qui les précèdent.

— 4826″7 *sin.* (2 *dist.* ☽ ☉ — *an.* ☽)
+ 35″4 *sin.* (4 *dist.* ☽ ☉ — 2 *an.* ☽)
} Évection dont l'argument sera corrigé par la somme double de toutes les petites équations.

— 22691″9 *sin.* *an.* ☽
+ 777″1 *sin.* 2 *an.* ☽
— 37″4 *sin.* 3 *an.* ☽
+ 1″9 *sin.* 4 *an.* ☽
} Equation du centre dont l'argument sera corrigé par toutes les petites équations et par l'évection.

— 122″3 *sin.* *dist.* ☽ ☉
+ 2138″6 *sin.* 2 *dist.* ☽ ☉
+ 3″3 *sin.* 3 *dist.* ☽ ☉
+ 8″0 *sin.* 4 *dist.* ☽ ☉
} Variation dont l'argument sera corrigé par la somme double des petites équations de l'évection et de l'équation du centre.

— 411″3 *sin.* 2 *dist.* ☽ ☊ { Réduction dont l'argument sera corrigé par toutes les équations précédentes.

— 24″8 *sin.* ☊ ☽ C'est la nutation avec l'équation XVIII de Mason.

§. IV.

On peut rencontrer dans ces recherches, un cas qui mérite une attention particulière. Supposons deux équations qui aient le même argument, à cette exception près, que l'une contienne l'anomalie du Soleil, l'autre sa longitude. Cette dernière dépendra donc à peu près du cosinus du premier argument, vu que l'anomalie et la lon-

gitude du Soleil diffèrent d'un angle droit à peu près. Les deux équations réunies formeront une seule inégalité, ayant pour argument l'angle périodique commun aux deux équations primitives, plus l'anomalie du Soleil, plus un angle constant, lequel approchera de 45° si les deux équations sont à peu près de même grandeur. On se trompera donc sur l'endroit du *maximum*, et la méthode ordinaire ne donnera plus ces deux coefficiens qu'avec une grande inexactitude, à cause de leur influence mutuelle. Il me semble que, dans ce cas, on doit commencer par supposer l'angle constant connu et égal à 45°, limite dont il ne s'éloignera pas beaucoup; car, dans la supposition contraire, l'une des deux inégalités seroit bien petite en comparaison de l'autre, et la méthode ordinaire auroit suffi pour séparer les deux équations. Si l'on vouloit plus d'exactitude, il faudroit faire varier l'angle constant, déterminer de nouveau le coefficient, et voir laquelle de ces suppositions satisfait le mieux aux observations.

Le cas que nous avons supposé, n'arrive peut-être jamais rigoureusement; mais il est facile d'imaginer des argumens où ces suppositions ont lieu à peu près, et où l'on peut rencontrer la difficulté que nous venons d'examiner.

Démonstration du théorème cité au § I.

Soit la série des sinus exprimée comme il suit :

$$sin.\ 90^\circ + sin.\ (90^\circ - \alpha) + sin.\ (90^\circ - 2\,\alpha) \ldots\ldots + sin.\ (90^\circ - x\alpha)$$

ou

$$1 + cos.\ \alpha + cos.\ 2\,\alpha \ldots\ldots + cos.\ x\alpha$$

où α est infiniment petit et x infiniment grand, afin que $x\alpha$ soit un nombre fini. On aura la valeur moyenne de ces sinus en divisant la série précédente par $x + 1$ ou par x; ce qui revient au même, x étant ∞. En exprimant les cosinus par les arcs, on obtiendra cette valeur moyenne égale à

$$1 - \frac{\alpha^2}{2} \cdot \frac{\Sigma x^2}{x} + \frac{\alpha^4}{24} \cdot \frac{\Sigma x^4}{x} - \frac{\alpha^6}{720} \cdot \frac{\Sigma x^6}{x} + \ldots\ldots$$
$$= 1 - \frac{1}{6}(\alpha x)^2 + \frac{1}{120}(\alpha x)^4 - \frac{1}{5040}(\alpha x)^6 + \ldots\ldots$$
$$= \frac{sin.\ \alpha x}{\alpha x}$$

FIN.

Fautes à corriger dans le mémoire sur le baromètre.

Page 76,	ligne 22,	en deux époques, *lisez* ces deux époques.
80	17 et 18,	avec beaucoup de, *lisez* avec le concours de.
90	19,	tendoient, *lisez* tendroient.
92	8,	appréciation; un doute, *lisez* appréciation. Mais un doute.
95	14,	déduire, *lisez* réduire.
98	7,	qu'aperçu, *lisez* qu'apparent.
100	21,	modifications irrégulières, *lisez* agitations irrégulières.
114	7,	qu'exige. *lisez* qu'excite.
117	6,	continueront, *lisez* constitueront.
122	9 et 10,	du fluide, *lisez* des fluides.
124	3,	la seule cause, *lisez* la principale cause.
124	23,	s'élèvent, *lisez* l'élèvent.
129	13,	très-petite, *lisez* trop petite.
129	avant dernière,	la cause...... connue, *lisez* les causes...... connues.
138	9,	sphérique, *lisez* spécifique.
144	10,	celle-ci, *lisez* celles-ci.
144	21,	je vis, *lisez* j'ai vu.
154	26,	d'Albert, *lisez* d'Arbet.
155	7,	dispersé, *lisez* disposé.
157	10,	banc de sable, *lisez* bancs de sable.
157	11,	platique, *lisez* plastique.
160	10,	étroits, *lisez* détruits.
162	5 et 6,	tubulaire, *lisez* tabulaire.
162	22,	interruptions, *lisez* irruptions.
167	30,	cornée nue, *lisez* cornéenne.

Chiffres.

Page 89, à la moyenne du baromètre de Clermont on trouve .27.835, *lisez* 727.835.
148, au mois de mai on trouve pour le baromètre de Paris 757.16, *lisez* 755.16.
150, au mois d'octobre, la colonne des hauteurs déduites porte 357.2,0 *lisez* 337.2.

